第７回　取引相場のない株式

（株 価 鑑 定）（企業評価）

2020. 2. 17
2019. 8. 13

会計と経営のブラッシュアップ
平成 30 年 12 月 17 日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業価値評価ガイドライン　日本公認会計士協会編)
(株式・新株予約権の評価と実務マニュアル　茂原敏明著　2006.4 清文社発行)(非上場株式評価の実務 佐藤信祐著 2018.7 日本法令刊)
(取引相場のない株式の移転　森 富幸著　日本評論社)(創価教育学体系　牧口常三郎) 2014.6 聖教新聞社刊
(非公開株式鑑定評価の実務　高橋義雄著　H12.3 清文社刊から)
(株式等鑑定評価マニュアルQ&A 日本公認会計士協会 経営研究調査会 H17.9 商事法務研究会 発行)

I　企業価値とは何か

①企業価値とは企業が将来にわたって生み出す価値の合計
②価値とは企業に対する社会の評価の結果
③価値とは人を幸福にするもの

株主だけという考えは誤まっている!!

１．企業とは 、継続して、価値を生み出す　（経営資源の実現）

⑴ 価値を出来るだけ多く実現し続けることを目的として設立される
⑵ 価値をあげ続けるためには社会に対して役立たなければならない（人の幸福）
⑶ 「企業価値を創造せよ、さもなくば撤退せよ」とは、⑴、⑵ を要約したものでいつの時代にも変わらない原則である
⑷ 会計は企業価値の表現と報告であるべき
⑸ 価値により①人の幸せと②社会への貢献を目指す

企業価値の向上は、ガバナンスと評価である。
(実行)　(監視)

２．ライブドアや村上事件は、継続的価値（企業価値）を目標としたか

ニッポン放送に対する敵対的ＴＯＢ（株式公開買い付け）は、企業価値を充分に高めて経営を行っていない企業に対して、株式を買い集め、その経営権を握って**企業価値を高めよう**とする者からの買収攻撃でもあった。

村上ファンド（非効率な企業経営を行う企業に対し「**もの言う株主**」として資産の有効活用による企業価値の向上等を提案した）はライブドア代表者らからニッポン放送株式の獲得（目標 3 分の 1）の情報を得て、同株の買付を行ない、ライブドアの株式取得中（5%）に株式を売却して利益を得た。H21. 2. 3 東京高裁は村上世彰氏の**インサイダー取引**を認定し、懲役 2 年（執猶 3 年）及び罰金 300 万円、追徴金 11. 49 億円の判決を言い渡した。

1-3

コラム

"日本株式会社"の株主構成はどう変わるのか

2015年6月29日

金融調査部 主任研究員 太田 珠美

2015年6月18日に東京証券取引所・名古屋証券取引所・福岡証券取引所・札幌証券取引所から「2014年度株式分布状況調査の調査結果について」が公表された。投資部門別株式保有比率（金額ベース）を見ると、外国法人等（以下、海外投資家）が前年度比プラス0.9%ptの31.7%と過去最高を更新する一方で、個人・その他（以下、個人投資家）は前年度比マイナス1.4%ptの17.3%で過去最低となった（図表1）。この他、金融機関は前年度比0.7%ptプラスの27.4%、事業法人等は前年度と同じ21.3%となった。なお、事業法人等の保有比率には自己株式（金庫株）が含まれており、3.4%は金庫株保有によるものである。日本の株式市場全体を1つの会社とみなせば、海外投資家が一番の大株主で、次いで金融機関、事業法人等、個人投資家ということになる。

事業法人や金融機関（うち銀行）の保有比率は今後低下するかもしれない。2015年6月1日から実施されたコーポレートガバナンス・コードは、上場会社の経営陣に対して政策保有株式の経済合理性や将来の見通しを検証することを求めており、今後上場会社による政策保有株式の精査が進むことが予想される。2015年6月20日付の日本経済新聞朝刊によれば、既に新日鐵住金や三菱地所、コマツ等、いくつかの上場企業が政策保有株式の削減方針を打ち出しているという。

また、2015年6月22日の産業競争力会議で公表された「『日本再興戦略』改訂2015」の素案には"金融機関のガバナンスや経営体力強化に向け、（中略）政策保有株式の縮小等の動きを引き続き注視する"という内容が明記された（ここでいう金融機関とは実質的には銀行である）。銀行の株式保有に対して厳しい視線が向けられており、今後削減が進む可能性がある。

事業会社や銀行が政策保有株式の削減を進めた場合、その受け皿が気になるところだ。参考までに諸外国の株式の投資部門別保有比率を確認したところ、イギリスやドイツの上場株式は海外投資家の保有比率が5割を超え、最大となっている（図表2）。アメリカは非上場株式も含んだ数値になるが、金融機関の保有比率が5割弱、次いで家計・対家計民間非営利団体が4割弱となっている。

日本は国内の家計金融資産が潤沢であることから、個人投資家が直接、もしくは金融機関（機関投資家）を通じて間接的に受け皿になる（保有比率を増やす）ことが自然であるように思われる。しかし、グローバル展開を積極的に行っている企業は、より多くの海外投資家に株主になってもらいたいと考えているかもしれない。企業がどのような投資家に株主になってもらいたいか考え、それをIR活動や資金調達方法に反映させることが最終的な株主構成に大きく影響する。企業のIR戦略・財務戦略が従来以上に問われることになりそうだ。

3．企業価値の評価に関する変化

(1) 会計制度の改革

会計基準の国際的統合化の波。
連結決算中心主義、年金負債等のオンバランス化、金融商品の時価評価等。
海外と同一尺度で計られることとなった日本企業の財務。

(2) 株式所有構造の変化

従来日本企業は、事業法人や金融機関などの**安定株主**の存在（持ち合い株）により、他企業からの買収の脅威の少ない経営をすることができた。
しかし、それは必ずしも企業価値の最大化を目指すことに適合しない。

(3) Ｍ＆Ａの増加

グローバル競争の激化に伴い、もはや一企業の競争力では市場に生き残って行けない。企業価値を充分に高めなければ**敵対的Ｍ＆Ａ**の標的となる。

4．企業買収の脅威

（経営資源の[illegible]）

(1) 株式持合などによる安定株主の変化　（株式所有目的の明確化）
(2) 株式交換による買収資金の不要化、容易化
(3) 終身雇用制など日本的経営の崩壊による人事制度や環境の変化

(4) 企業の評価

企業は日々動いている。会計とはその生きた企業を写し出す技術である。
企業評価とは企業の価値をとらえることであり、企業の**過去の情報**（資産の成長性、収益性等）と**現在の情報**（他社との比較、資産活用の効率性、リスク評価等）と**将来の情報**（事業計画、将来予測等）の適正な収集と適切な評価である。

評価項目	過去	－	現在	－	将来
財　産					
事　業					
収　益					
リスク	△		○		◎

従って企業の将来性評価が重要になる

最適資本構成

(計画を立てる)　　会計&ファイナンスのための数学入門
2009-7 高田直芳著 日本実業出版社

1. プロジェクト　　資金調達

借入金(返済計画)

自己資本(資本効率)

|

使用総資本

2. コスト

(1) 調達すべき資金　　K

(2) B/K借入 他人資本コスト(率)　　s

(3) 自己資金 自己資本コスト(率)　　t

(4) 調達資金のうち 他人コスト割合　　v

3. 他人資本の構成割合

$$v = \frac{t}{s+t}$$

No.

Date

最適資本構成

4. MM（モジリアーニ・ミラー）理論

(1) 法人税が存在しない場合

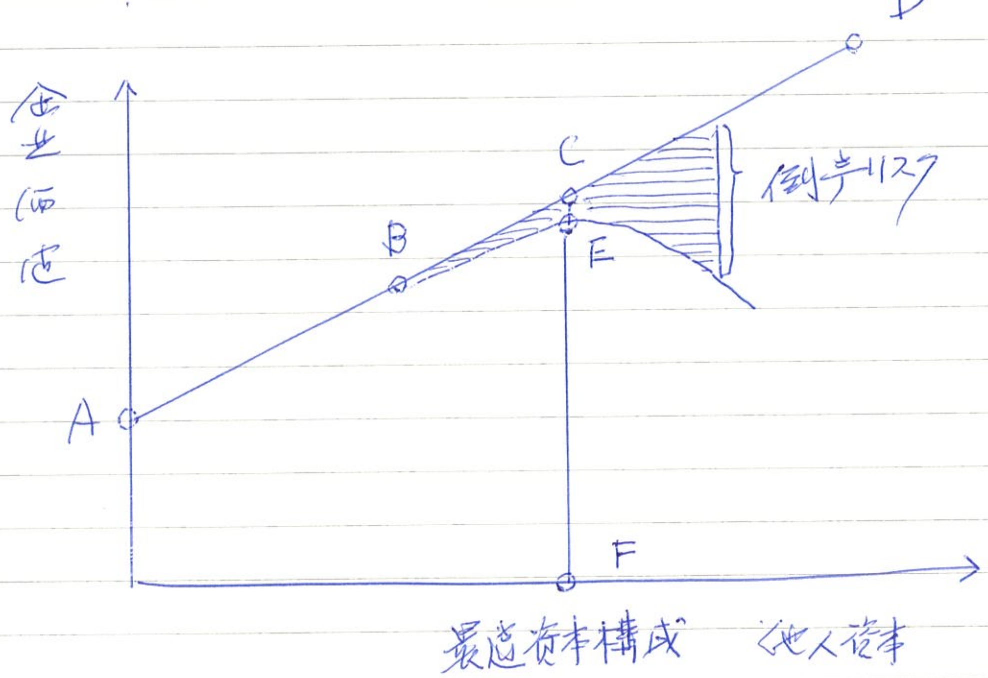
他人資本と自己資本の構成比率は企業価値に影響を及ぼさない

(2) 法人税が存在する場合

他人資本の割合が高くなるにつれて節税効果が働き、企業価値は高まる

(3) 他人資本の限度

他人資本の増大は倒産リスクの増加につながり、ある一定限度を超えると企業価値は減少する。



5. 具体的な投資プロジェクトの存在

(1) 必要な資金の規模

(2) 他人資本と自己資本の割合

借入金 K

〃の増分 dK

時間 〃 dT

$$\frac{dK}{dT} = \cancel{s}K$$ $\cancel{s}$は比例定数（他人資本コスト率）

$\frac{dK}{dT}$ … 瞬間に発生する利払い

$\cancel{s}K$ … 支払利払い

$$\frac{dK}{K} = s \cdot dt$$ （dtは時間の微少量を示す）

$$\int \frac{dK}{K} = \int s \cdot dt$$

s：他人資本コスト率

t：自己資本コスト率

$\log_e K = st + C$ （Cは積分定数）

（l_{n}は自然対数 $\log e$）

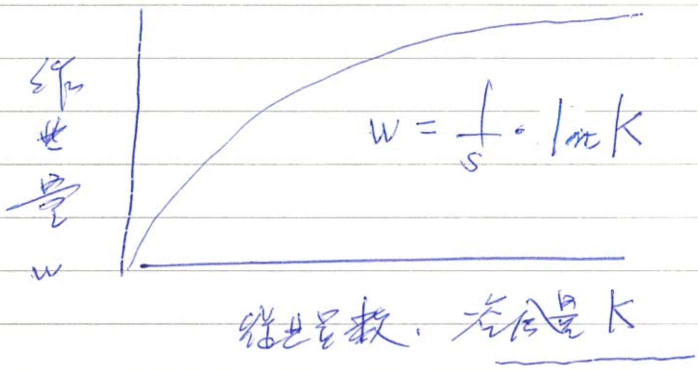
$\log_e K = st$ ∴ $K = e^{st}$

No.

Date . .

6. 収穫逓減

制約条件



収穫逓減の法則

他人資本の構成割合 v

自己資本の構成割合 $(1-v)$

自己資本の額 $K(1-v)$

他人資本を表わす関数 $w = \frac{1}{s} \cdot \ln Kv$

自己資本 〃 $w = \frac{1}{t} \cdot \ln K(1-v)$

5．公正価値とは

金融商品の市場価額、資産の証券化、企業の評価などにおいて、**公正価値**が要求される。

(1) FASB、IASBの定義「測定日における**市場参加者の秩序ある取引**のなかで、ある資産を売却することで受取るであろう価格、あるいはある負債を移転することで支払うであろう価格、時価が想定される

(2) **公正価値**
一般的には**時価**である。多数の売手と買手が**経済合理性**により**市場を通じて取引**するときの価格によって資産を評価した額をいう。活発な取引が成立する市場等の存在により、**客観的妥当性**が存在すると考えられる。

(3) **いかに公正価値を見積るか（企業評価の場合）**

①**コスト・アプローチ**
時価純資産評価額である。
すべての資産項目と負債項目の時価を個別に評価して、その差額である時価ベースの純資産を株主価値とする評価方法。

②**インカム・アプローチ**
過去及び将来の利益（**年間基準利益**）を計算し、資本還元率（マーケットリスクプレミアム）で資本還元する方法である。一連の予測経済利益を**適切な割引率または資本還元率**によって**現在価値**に割引いて算定する。

③**マーケット・アプローチ**
公開会社の場合には時価である「**市場株価方式**」を適用し、未公開会社の場合には「**類似公開会社方式**」又は「**類似取引方式**」を適用する。
マーケット・アプローチの利点は、実際の株価、取引額に基づいているという実証的な面はあるが、欠点としては、類似公開会社又は類似取引の選定などの困難な点がある。

客観性のある評価
行い得るか？

(4) **リーマンショック**
2008年9月の金融危機による**金融市場の機能不全**は、公正価値会計に対する不信を起こした。
IASBは同年10月に「**市場が活発でない場合**の金融商品の公正価値と開示」を公表し、市場が活発でない場合には、市場価格をベースとした**修正理論価格**といった合理的に算定された価額を開示し、公正価値とすべきとした。

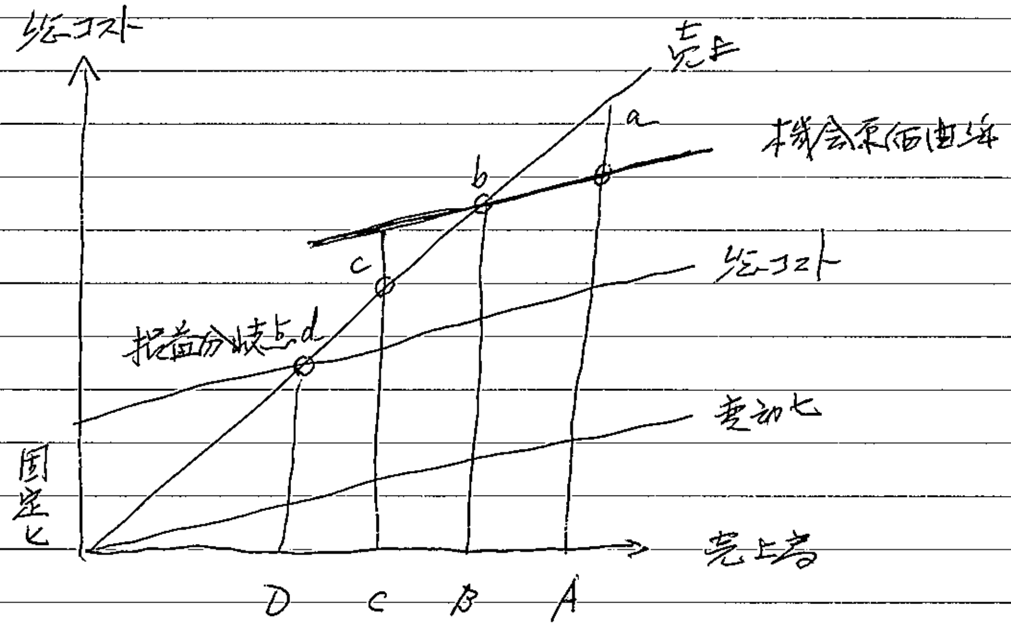
企業評価が経営資源の実現化とともに景気に左右される

機会原価と機会利得

高田直芳著 戦略会計入門 2007.9 日本実業出版社刊 より

（機会利得とは）

損益分岐点の総コスト線を上回る機会原価曲線



a ： 業界平均超過利益　売上高 A のとき　（機会利得発生）

b ： 業界並利益　〃 B 〃　（機会利得ゼロ）

c ： 業界平均不足利益　〃 C 〃　（機会損失発生）

d ： 損益分岐点　〃 D ：

（機会原価の計算）

総資本利益率 ROA

B/S 総資本 × 業界平均ROA = 機会原価 業界平均

1,500万円 × 8% = 120万円 (A)

サンプルの会社 150万円 (B)

機会利得 (B)−(A) 30万円

営業権の評価

(1) 収益(還元)価格 > 時価純資産価格(営業権計上前)

時価純資産を上回る …… 上回らなければ 営業権は無いのか？

ここに営業権の計上が必要である

↓

無ければ営業権の計上は出来ないのか？

① 収益価格評価

営業権計上前

② 時価純資産評価

③ ①②とは別に計算して財産基本通達等の営業権

④ 結果評価

②＋③＝④とする

まずは、②を計算し、①が上回った分が営業権で、

そうでなければ計上出来ないのか？

↓

①収益価格 − ②時価純資産 ＝営業権なのか？

逆に

① −② ＝△ 　この場合は営業権はないのか？

これだったら③の計上の余地はないのか？

(2) 収益価格 < 時価純資産価格(営業権計上前)

このときは、営業権は発生せず、純資産価格は営業権評価は行わないのか？

(3) DCF法による営業権の算定

DCFの株主価値(又は事業価値)を算出し、

それと実際の時価純資産等との差額により営業権を算定する

すなわち、これが上記③に当る

株式評価

2018.7.20 佐藤信祐
非上場株式評価の実務から

(1) 取引目的の株式評価は、
交渉や意思決定の参考にするために行われる

(2) 提出先の納得感という要素も含まれる
納得しやすい落しどころ

(3) 中小企業のM&Aでは（DCFが合理的としても）
時価純資産価額に営業権として3～5年分の利益を加算して
株式評価を行うことが多い

(4) 支配株主にとっての株式価値と少数株主にとっての株式価値
会社に対する支配権の有無

(5) インカムアプローチ
将来の収益獲得能力、市場での取引環境等の判断
恣意性の排除が難しく、客観性に乏しい

(6) マーケット・アプローチ
類似会社や類似取引が存在しない

(7) ネットアセット・アプローチ
インカム・アプローチへの配慮に欠ける。
この点を排除しているとも言える

講演　5Gビジネス
（社会の変化）　2020.02.17
2020.01.13

1. 5Gによってビジネスや生活はどう変わるか

空き駐車場情報
カーシェアリングサービス
カーシェアの乗り換え
目的地までの移動の最適化

自動運転
自動引路

ライブ映像のストリーミング
ライブ会場にいながらにして多様な視点で楽しめます。

2. 工場勤務、健太（40才）の場合

①
19C イギリス
20C アメリカ
21C 中国

3、日本における5G

国際競争

これから10年間は5Gの時代

先頭　米国

　　　韓国

次に　中国

　　　欧州

2020　日本　　オリンピックに向けて

5Gは使い方が大事!!

活用可能性がキーポイント

視認

視認によってライフスタイルが変わる

↓

アマゾンゴー　　（入店時に　QRコードをかざす）

（来店客の顔認証だけなく

来店者の移動を複数のカメラで

捉え続け

客の連続性を確保する

↓　購入商品を識別

既存産業はビジネスの変化に迫られている

トヨタ　　　車から → 移動へ

同業他社と新興テック企業がライバルの時代へ

1日 販売台数で競争

TOYOTA VS GM

サービスで競争

TESLA

Google

自動運転で参入

背景にあるのは
「モノ」のサービス化

価値：サービス

価値：ソフトウェア

価値：ハードウェア

モノの価値を評価する基準がシフト

データ保持/活用の有無が企業価値を決める時代

国	企業名	時価総額（18.3）
米国	Google Apple Facebook Amazon Microsoft	364兆円
中国	テンセント アリババ	107兆円
日本 (上場TOP5)	トヨタ NTT NTTドコモ 三菱UFJグループ ソフトバンク	66兆円

<New 7sisters>

昔は石油会社が名を連ねていた。
現在はデータが第二の石油と言われ、プラットフォーマーが情報を持っている。データを持っている企業とそうでない企業の時価総額に大きな開きがある。

データを支配するものが全てを支配するデータリズムの時代

SESSION3

先端IT技術の概要

もはや、テクノロジーを駆使しなければデジタルディスラプターと戦う事が出来ない。
ではどのような技術を駆使して戦っていけば良いのだろうか？
テクノロジーは早く取り組めばチャンスになり遅れるほど脅威になる。
相手が人間ではなくコンピューターなのでその開きが人がやる以上のすごいスピードで開いていく。

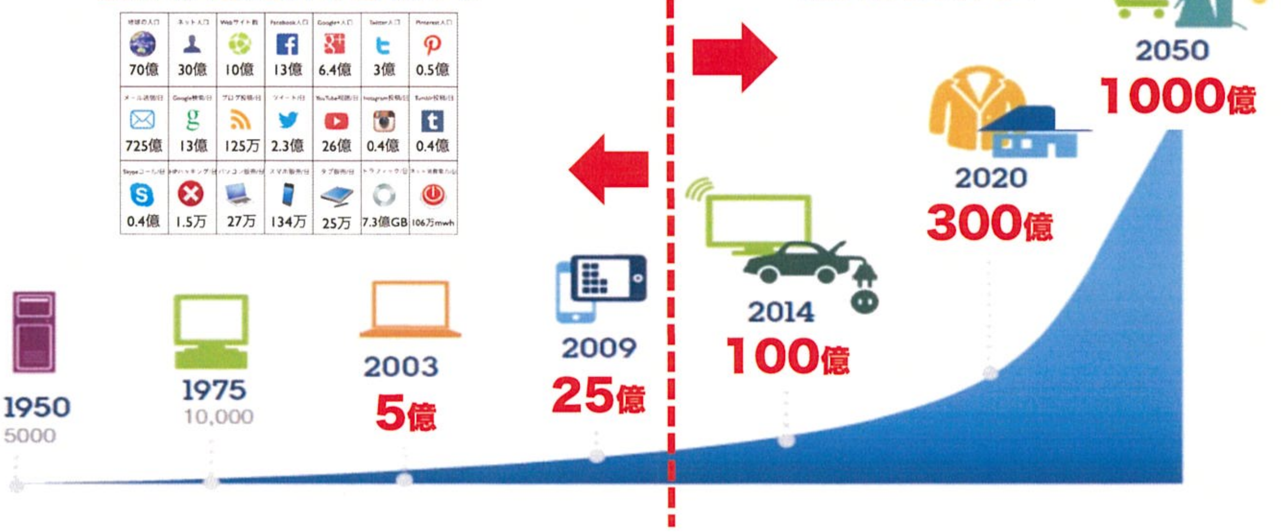
インターネットにつながる「もの」とは？

IoT登場以前	IoT以降
・パソコン ・サーバー ・プリンター ・ルータ・ファイアウォール等	・スマートフォン、タブレット ・家電、家具、照明 ・工場の機械 ・自動車 ・服、靴、めがね ・おもちゃ/教材 ・子供、お年寄り（みまもり製品） ・畑、ビニールハウス
人を介して	人を介せずに
画面の「中」で利用	画面の「外」で利用

ネットに繋がる機器の数

技術の成熟により機器のコストが下がり
IoTが到来している。人よりも物が直接
ネットに繋がる数が
爆発的に増えている！

主に人が画面を介して利用する



ソフトバンクグループ

LINE、ウィルコム、DiDi　PayPay、ヤフー

ソフトバンクモバイル、~~ロボティクス~~、~~ウィワーク~~、マルセロ。

~~ウーバー~~

8掛半値　↑　2割引

<リストラ>

cut、cut、cut……

↑

楽天

3兆赤字

成果はコストの結果ではない

コスト

幸運

別の努力

しんぼう

努力の過程

……

偶然

偶然に逆転した結果

コスト
努力は必要だけど……

それはすべてではない

変化をとらえる

変化には触媒が存在する

変化の背景をさぐる

少子化やアベノミクスが触媒となり

→ 日本をより難しい状態にしている。

変化の中にポジティブな動き

アメリカ・中国・北朝鮮半島

—— これからの変化の本質だ　シンムにとセース

アメリカ

トランプの保護主義 — 愚策

アメリカの先行を更に悪化させる

アメリカがファーウェイの製品の使用を禁じたところで

それで米中のテクノロジー戦争に勝てるわけではない。

ファーウェイは~~世界~~の多くの国で使われている

北朝鮮

これからは北朝鮮の時代

変化

北朝鮮という韓国のフロンティア

南北統一による未来

雇用を維持できる経営 ― 近藤宣之

親会社支配 ⟶ 全員株主の会社へ

不況 → リストラ → 余計不況

（優秀な人材の不足）

志と情熱 → 自分を動かす原動力

人は成長するために生まれてきた

社員に成長機会を平等に与える

激動の変わる時代にどう対処してゆくか

2/10, 2020

おもしろおかしく、Joy & Fun

(2019 年 12 月現在)

HORIBA
Explore the future

株式会社 堀場製作所
代表取締役会長兼グループ CEO
堀場　厚

1948 年（昭和 23 年）2 月 5 日生

1971 年（株）堀場製作所の米国 JV オルソン・ホリバ社に入社。

1972 年カリフォルニア大学アーバイン校に入学し、75 年同大学工学部電気工学科を卒業。

1977 年同大学大学院電子工学科修士課程を修了して堀場製作所に帰任。

1992 年代表取締役社長に就任、2005 年より代表取締役会長を兼務。社長就任時の年間売上高約 400 億円を、売上高 2,000 億円、営業利益 300 億円、世界 28 か国に 50 社を展開し、従業員約 8,000 名の内 60%が外国人を占めるグローバル企業に成長させた。2018 年より代表取締役会長兼グループ CEO に就任。

産業構造審議会の製造産業分科会委員、内閣府の国と行政の在り方に関する懇談会委員など、政府の公的委員会にも委員として招致されると共に、（一社）日本電気計測機器工業会会長、（一社）日本分析機器工業会会長、京都商工会議所副会頭などを歴任して産業界や地元経済の活性化にも貢献した。

フランス共和国の科学技術と産業発展への貢献により 1998 年に国家功労章オフィシエ、2010 年にレジオン・ドヌール勲章シュヴァリエを受章した。また同国モンペリエ大学より 2015 年に名誉博士号を授与されている。2019 年 旭日中綬章を受章。

ブラック・ジャングルに勝つには？

◆現職

文部科学省　COI STREAM ガバニング委員会　委員
一般社団法人　日本電気計測器工業会　副会長
一般社団法人　日本半導体製造装置協会　理事
京都商工会議所　副会頭
一般社団法人　京都経済同友会　特別幹事
公益財団法人　京都高度技術研究所　理事
ソフトバンク 株式会社　取締役
京都パープルサンガ後援会　会長
一般財団法人　京都ユースホステル協会　会長

人材，人財

成果

京都の強み

◆賞罰

１９９８年　１月　フランス共和国　国家功労章 オフィシエ
２０１０年　１月　フランス共和国　レジオン・ドヌール勲章 シュヴァリエ
２０１９年　５月　旭日中綬章

◆著書

『京都の企業はなぜ独創的で業績がいいのか』（講談社）
『難しい。だから挑戦しよう』（ＰＨＰ研究所）

2019.08.26
2019.08.05
2019.06.24
2019.06.03
2019.04.15
2019.02.12
2018.09.18
2018.07.16
2018.05.14
2018.03.19
2018.01.15

積 分 の 定 石

（変化する量を集めて形にする）

会計と経営のブラッシュアップ
平成 29 年 9 月 25 日
山内公認会計士事務所

次の図書等を参考にさせていただきました。（微分と積分なるほどゼミナール　S58.1 岡部恒治著　日本実業出版社刊）
（微積分のはなし　1985.3 大村平著　日科技連刊）（Excel で学ぶ微分積分 H24.8 山本将史著オーム社）
（イラスト図解微分・積分　2009.6 深川和久著　日東書院刊）（微積分を知らずに経営を語るな PHP選書）
（Excel でやさしく学ぶ微分積分　室　淳子著 2006 東京図書）

内山力著

2019.10.07
2019.10.14
2019.10.28
2019.11.11
2019.12.09
2020.02.17 2019.12.23

Ⅰ 身近な積分

1．積分の歴史

⑴ 古代エジプトで積分の基礎が築かれた。（どうやって全体の面積を把握するか）

↓

ギリシャのアルキメデスが更に発展　　現象を表現し ― その細かい変化を把握し ― 全体結果を

$y=f(x)$　　$y'=f'(x)$　　$S=\int_a^b f(x)dx$

↓

17C のニュートンとライプニッツが微分・積分を発明

表現（現象）　微分（変化）　積分（結果）

社会科学 } → グラフに描く → 機何学の問題になる
自然科学 }

（現象） ― （変化） ― （結果）

積分→その結果どうなったか、小さな変化をどのように形とするか
小さなものから大きな形を得る、小さな変化を積み重ねるとどうなったかとその結果
曲線で囲まれた土地の面積を直線化して調べる
小さな変化は大きくなるとどんな形になったか　　変化する量はどんなになるのか
変化する様子、変化する量をどうやって集めるか

∫ →インテグラルが付くと積分することを表す（ 〃 ）　∫ 小さいものをすべて集める!!

S（SUM）のこと、離散では Σ　　それに小さなものを

次のような技術は、すべて微分・積分がなければ発展しなかった。
コンピュータ、通信、光学機械、テレビ、ラジオ、CD、車、鉄道、飛行機、建築、経済学、物理学、化学、工学、農学…

放物線、導関数、頂点 ― 接点、接線の式

$-1\times x^2 \quad +3\times x$

放物線 $y=f(x)=-x^2+3x+4$ （将来の値(?)）

放物線の変化の仕方を表す

導関数 $y'=f'(x)=-2x+3$ $\Big($現在の$\overbrace{\text{状況}}^{\text{動きの}}\Big)$

グラフの頂点 傾きがゼロに

$f'(0)=-2x+3 \rightarrow x=\frac{3}{2}=1.5$ 導関数の傾きがゼロ

関数の値して

$f(1.5)=-1.5^2+3\times1.5+4 \rightarrow y=6.25$ 〉 $(1.5, 6.25)$

元の関数での値

放物線上の点、 $(2,6)$における　$x=2$における

$y=f(2)=-4+6+4=6$ 〉 $A(2,6)$点

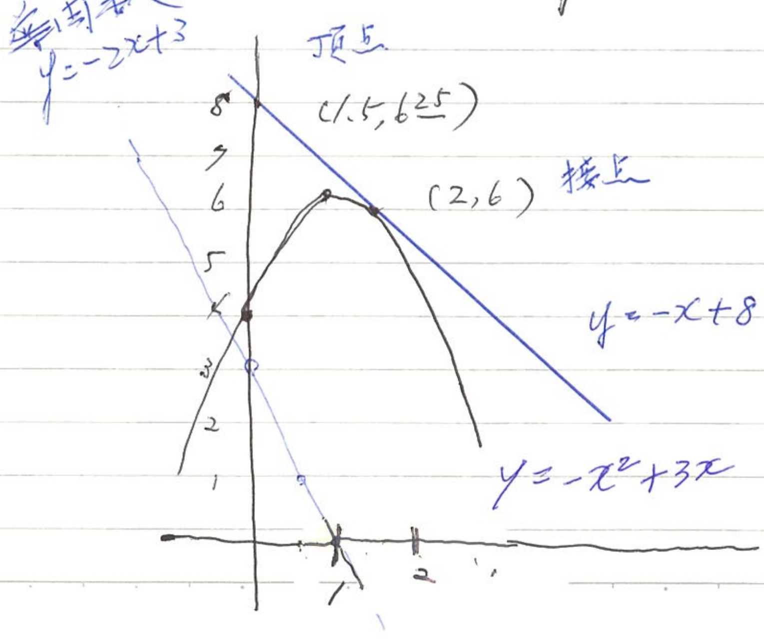
接線の傾き 点 $A(2,6)$における接線の傾きは、導関数により（瞬間の変化）

$y'=f'(2)=-4+3=-1$

接線の式 点 $\overset{(2,6)}{(a,b)}$ を通って、傾きが m の場合の線（接線の式）

$y-b=m(x-a)$ 　 $y-6=-1(x-2)$

$y=-x+8$



導関数の定義式　$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$8 = 2^3$　$x = a^y$　$y = \log_a x$　$(\log x)$

$y' = \frac{1}{x} \log_a e = \frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$

$(\log_a x)' = \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h) - \log_a x}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h) \div \log_a x}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log_a \frac{(x+h)}{x} = \lim_{h \to 0} \frac{x}{h} \cdot \frac{1}{x} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)$

$= \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h}}$

ここで $\frac{h}{x} = k$ とおくと　$\lim_{h \to 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e$

$= \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a (1+k)^{\frac{1}{k}} = \frac{1}{x} \log_a e$

$= \frac{1}{x} \log_a e$ は、底を e にすると、

$= \frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$ となる

故に
$(\log_a x)' = \frac{1}{x}$　/　$\frac{1}{x} \longrightarrow \log_e x$

複利の計算

複利で増加していく量 x　　利率 a

時間の経過 t

$$\frac{dx}{dt} = ax \quad —①$$

$\frac{dx}{dt}$ → 元利合計の増加率

ax → 元利合計

①は x を t で微分した形なので、x の形を知るには、この式を t で積分すればよい

但し、左辺は t で積分す, 右辺は x は t のどのような関数か解らないので、t で積分のしようがない

そこで ①を変形して $\frac{dx}{x} = a\,dt$ とする

これを積分して

$$\int \frac{dx}{x} = \int a\,dt \quad —②$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{1}{x} dx$$

②を積分して

$$\log_e x + C_1 = at + C_2$$

, $C_2 - C_1 = C_0$ として

$$\log_e x = at + C_0$$

これは、$e^{at + C_0} = x$　　$x = e^{at} \cdot e^{C_0}$

いま $t=0$ のとき $x = A$ とすると　$e^{C_0} = x = A$ で

$$\boxed{x = Ae^{at}} \text{ となる} \quad —③$$

A は $t=0$ のときの x の値

1分当り 0.1 の割合で増殖している細菌は、1時間で何倍になるか

$x = Ae^{0.1 \times 60} = Ae^6 = 403A$

1時間後に 403 倍となる

減衰量の計算

段階状の減衰量　　$y = 1 - \alpha$ ―①

「ある期間」後に α の減衰が生じる　　減衰後の残量

連続状の減衰量　　減衰率 a

「ある期間」を k 等分し、それぞれに

a/k の率で 減衰してゆくと考えると

ある期間後の残量は、　　$\left(1 - \frac{a}{k}\right)^k$

α と a の関係は、　　$1 - \alpha = \left(1 - \frac{a}{k}\right)^k$

a は減衰率

また、k をどんどん大きくした極限は、　　$\lim \left(1 - \frac{a}{k}\right)^k = e^{-a}$

従って、α と a の関係は、　　$y = 1 - \alpha = e^{-a}$

この関係を、x 期間後の減衰量の式①

に代入すると、　　$y = A(e^{-a})^x$

放射線物質、

水温のように連続的に減衰する場合の式は、　　$= Ae^{-ax}$

x 期間後の量を表わす関数の形となる。

y：x 期間後の状態

A：スタート時の量

e：指数関数　the exponential function

a：減衰率

x：期間　　t とすると　　$= Ae^{-at}$

標準偏差を小さくできれば在庫は減る

スーパーなどで曜日によって売れ行きが異なる場合など

曜日を区別して標準偏差を考える

そうすれば標準偏差は小さくなる

商品、製品、消耗品などの在庫を減らせば

ムダ（欠品、売残り）

ムリ（欠品率）

ムラ（標準偏差）が少なくなる

（発注スタイル）

(1) 発注点発注

最低在庫量を（発注点）を決めておいて、在庫量が

それより小さくなったら一定量（発注ロット）を発注する

調達リードタイムの使用量 ＝発注点在庫

（計算）調達リードタイム（3日間）の平均需要＋安全係数×標準偏差

$= 600 + 1.3 \times 25 \times \sqrt{3} = 655$ 個

(2) 発注サイクル

10日分の需要　$200 \times 10 = 2000$ 個　①

安全在庫（欠品率10%）＝安全係数×10日分の標準偏差

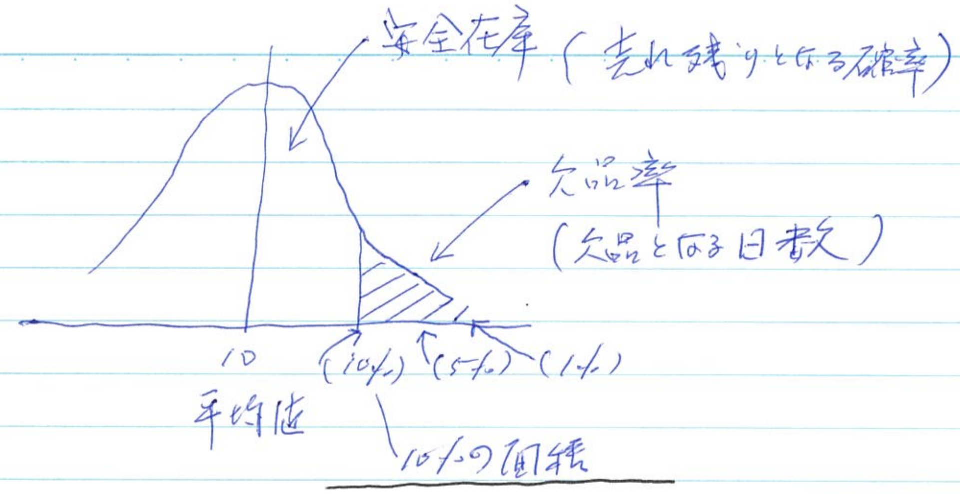
$= 1.3 \times 25 \times \sqrt{10} = 100$ 個　②

10日分の需要 ＝①＋② ＝ 2100個

発注量　2100個－現在庫庫

(3) サプライチェーンマネジメント

欠品率



在庫を決めると欠品率が決まる

欠品率を指定すれば、在庫量を計算できる

欠品率が20%となる在庫

あまり欠品しない	10%
めったに欠品しない	5%
欠品は許されない	1%

（A商品の場合）

10%の欠品を許す在庫量（安全在庫）

= 平均値 + 安全係数 × 標準偏差

$= 10 + 1.3 \times 1.6 \fallingdotseq 10 + 2.08 \fallingdotseq 12$

（B商品の場合）

$= 10 + 1.3 \times 4.5 \fallingdotseq 10 + 5.85 \fallingdotseq 16$

在庫管理

必要な量だけを在庫に持つ

（いらないものはなるべく持たない）

明日、商品の売れる量

当日朝仕入れ、売れ残りは夕方処分

予測 — 系統的な方法、見える化

予想 — ブラックBox ーカン

過去のデータ → 予測値 ↔ 実績値

明日売れそうな値

4日間の売上量

A	11	9	8	12	平均 10	バラツキ小 1.6
B	6	14	15	5	平均 10	バラツキ大 4.5

人間の直感に合ったバラツキの見える化

バラツキの感じ
標準偏差
平均からどれだけ離れたか

標準偏差 --- 偏差を2乗して

その平均をとり、その平方根をとる

グラフの傾きが、　どう変化しているかを、表すのか

グラフの面積が、　変化の結果どうなるかを表わすのか

曲線の傾きは、その曲線を表わす関数を微分することで求められる。
微分した曲線は、価格の変化率を表わし、価格がどう変化しているのかを
雄弁に物語ってくれる。

$\Delta x = v(t) \cdot \Delta t$

面積は、
位置の変化 Δx は、　平均速度 $v(t)$ と　瞬間（時間）Δt との
積である。
速度は、位置の変化の結果として移動距離を表わしている。
つまり、ある瞬間の移動距離は、その時間に含まれるすべての
瞬間についての移動距離を足し合わせれば求められる。

---- 長さの2乗は表面積の大きさとなる

そして、体積は長さの3乗に比例する。
たとえば、長さが10倍になると、表面積は100倍と
なるが、体積は1,000倍となるため　外部との接触面が
相対的に減少する。

面積に挑戦

H27. 8. 24
H27. 11. 24

ヘテロジェニアス

異なるフィーリングや価値観をもった人種

テレビを中心とする情報化

フィーリングや価値観が画一化される傾向

人生の瞬間、瞬間の幸福は、目的関数の絶対値ではなく、その微分値に関係する。それなら、微分値を一生にわたって積分した値を最大にするにはどうするかを考えるべきだ。

瞬間、瞬間

微分とは、グラフの傾きを求めること　速度
どう変化しているかを調べること

積分とは、グラフの面積を求めること　速度×時間
その結果、どうなるかを調べること

成果

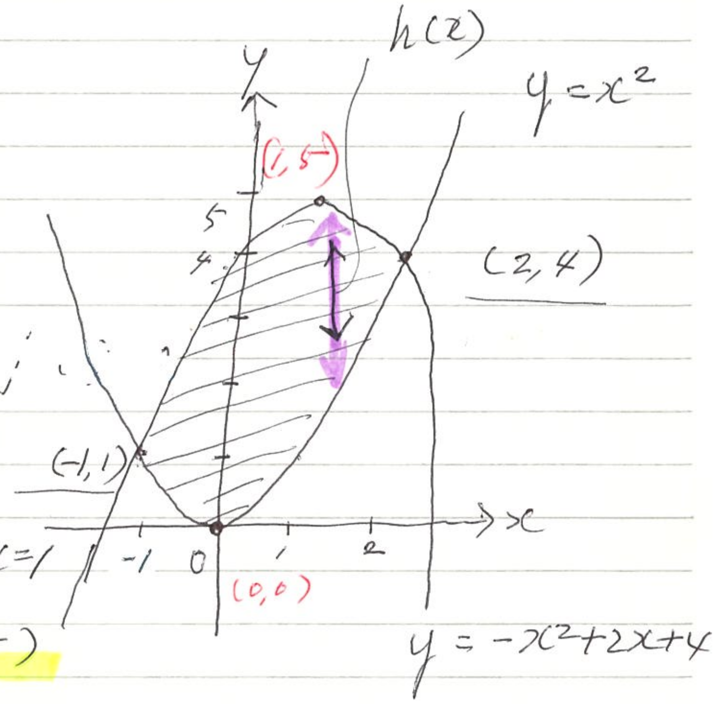
自然現象や社会現象は、ひとたびグラフに表わしてしまえば、変化の有様を調べるにはグラフの傾きを、変化の結果を調べるには、グラフの面積を求めるという純粋に幾何学的な問題となる。

下

2曲線で囲まれた面積の求め方

$f(x)=x^2$

$g(x)=-x^2+2x+4$



(1) グラフとグラフの頂点

$f(x)=x^2$ より $f'(x)=2x$

$f'(0)=0$ $f(0)=0$ 頂点 $(0,0)$

$g'(x)=-2x+2$ $g'(0)=-2x+2$, $x=1$

$g(1)=-1^2+2\cdot1+4=5$ 頂点 $(1,5)$

(2) 交点を求める

$f(x)=g(x)$ の二次方程式を解くと

$x^2=-x^2+2x+4 \longrightarrow -2(x^2-x-2)=0$

$\longrightarrow (x+1)(x-2)=0$ よって $x=-1, 2$ で交わる

$x=-1$ $y=x^2=1$ 故に $(-1,1)$, $x=2$ $y=2^2=4$ 故に $(2,4)$ で交わる。

(3) y方向の長さを求める

y方向の長さを $h(x)$ とすると、グラフより、

$-1\leqq x\leqq 2$ の範囲で $f(x)\leqq g(x)$ なので

$h(x)=g(x)-f(x)=-x^2+2x+4-x^2=-2x^2+2x+4$

(高さ, 横幅 dx)

(4) 定積分　xの範囲とy方向の長さの関数により

$$\int_{-1}^{2} h(x)\,dx=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx=\left[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right]_{-1}^{2}=\left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)$$

$$=9$$

4、私たちが住んでいるのは、微分した平らな世界です。
そして、積分でもとに戻せば、地球はいつでも丸くなる。

つまり、我々は、微分の世界に住んでいることになる。　？

積分では？

曲線 $\xrightarrow{\text{微分}}$ 直線

曲線 $\xleftarrow{\text{積分}}$ 直線

曲がりを持った曲線から面積 → 傾きを持った直線へ

点として

地球上の土地が実際平らであるのと同じように、一般に曲線は部分的に見れば直線である。

これは、曲線を直線で近似するというのではなくて、曲線をどこまでも拡大して行くと、曲線を直線と考えてよいということです。

点

かくして、曲がりを持った線である曲線は、微分という操作によって、傾きを持った直線へと分解され、次数1つ分下の、単純なものに還元されます。

そして、この直線の傾きに関する情報を集めていくと、もとの曲線が復元できるということになります。

積分する

5. 定積分

（計算を行う）

一定の範囲の全体量を求める。

$t+1=k$ とおく

$f(x) = ax$の不定積分で

$$F(t) = \frac{1}{2}at^2 + c$$

$$F(t+1) = \frac{1}{2}at^2 + at + \frac{1}{2}a + c$$

$F(t)=\frac{1}{2}at^2+c$

$F(k)=\frac{1}{2}ak^2$

$=\frac{1}{2}a(t+1)^2+c$

$=\frac{1}{2}a(t^2+2t+1)$

$=\frac{1}{2}at^2+at+\frac{1}{2}a$

の差を求めると、

$$F(t+1) - F(t) = at + \frac{1}{2}a \quad (\text{定積分})$$

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x) + c]_a^b = F(b) - F(a)$$

と書き、aからbまでの範囲(積分区間)で一定の全体量が求められる。

即ち、aからbの範囲で積分する。

例えば、$y=\frac{1}{2}x$について、積分区間を$1≦x≦3$として積分すると、

$$\int_1^3 xdx = [\frac{1}{2}x^2]_1^3 = \frac{1}{2}\times(3)^2 - \frac{1}{2}\times(1)^2 = \frac{9-1}{2} = 4 \text{ となる}$$

これは、底辺が3の三角形と底辺が1の三角形の面積の差(3×3÷2)−(1×1÷2)=4となる、同じことであることがわかる。

$y = x^2$を、$1 ≦ x ≦ 3$で積分すると、

$$\int_1^3 x^2dx = [1/3x^3]_1^3 = 1/3\times(3)^3 - 1/3\times(1)^3 = 27/3 - 1/3 = \frac{26}{3}$$

細かく区切って、似たような面積を足しても、近い面積しか得られないのに対し、関数で表わすことができれば、計算で、簡単に正確な面積が求められる。

近次(式)

2020.2.17
2020.2.10

気象庁のスーパーコンピュータ

微分とは1次式で近似すること

ある国では、所得xに対する所得税yが
次の式で与えられていた

$$y = f(x) = 0.2x^2$$

工夫 ①

その導関数は

$$y' = f'(x) = 0.4x$$

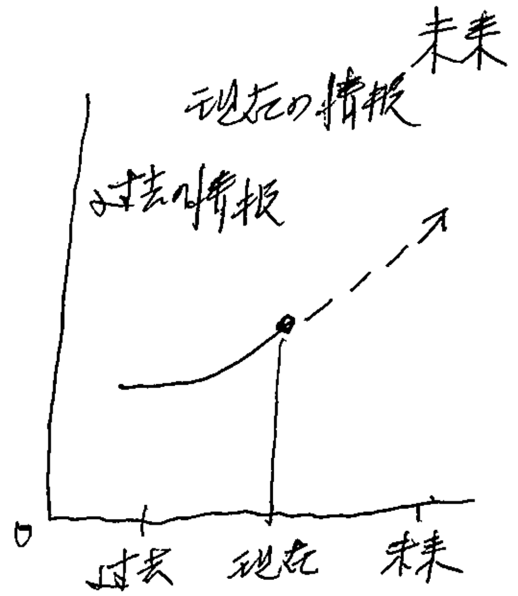
$x=2$から　$x=(2+h)$までのhの間に増加した
所得税は

$$f(2+h) - f(2) = 0.2(2+h)^2 - 0.2 \times 2^2 = \underline{0.8h + 0.2h^2}$$

この直線は点Aで放物線$y=0.2x^2$と接しているので、放物線
<u>接線という</u>

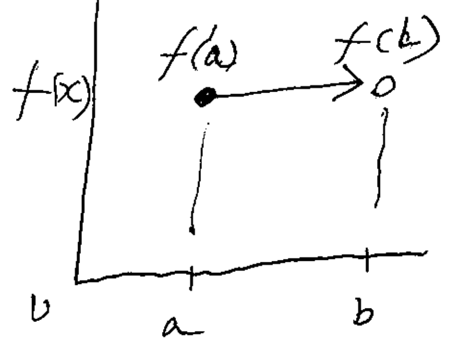
$$\underline{y = 0.8x - 0.8}$$

未来に光明あり



第0次近似

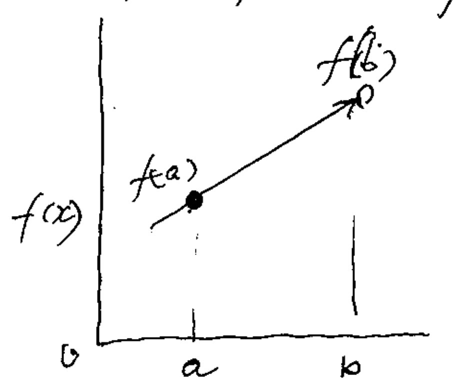
$f(b)=f(a)$

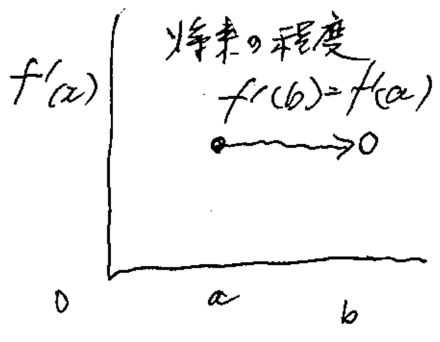


Let us eat and drink,
for tomorrow we die.

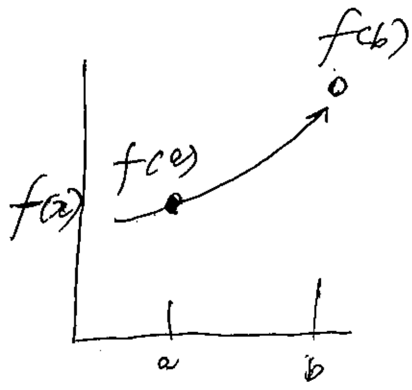
第1次近似

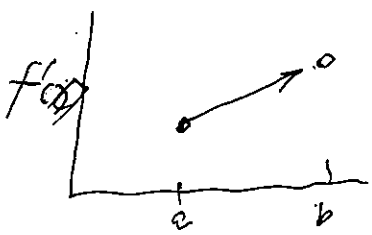
$f(b)=f(a)+(b-a)f'(a)$

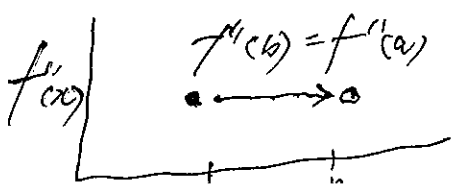




第2次近似







微分の応用　　第1次近似式

① 曲線や点の運動

② 近似式（接線で近似）

関数 $f(x)$ が $x=a$ の付近で微分可能であるとき、

微分係数 $f'(a)$ は

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$$

$|h|$ が十分に小さいならば、

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} \fallingdotseq f'(a)$$

と考えることができる

近似

この式より、

$$f(a+h) \fallingdotseq f(a) + f'(a)h$$

①

が成り立つ

これを第一次近似式という

①で $a+h = x$ とおくと　$|x-a|$ が十分に小さいとき、

$(h = x-a)$

$$f(x) \fallingdotseq f(a) + f'(a)(x-a)$$

②

が成り立つ

②の右辺は、接線の式 $y = f'(a)(x-a) + f(a)$ に等しい

③

従って、関数 $f(x)$ の値を 接線 ③ の値で 近似したことになる

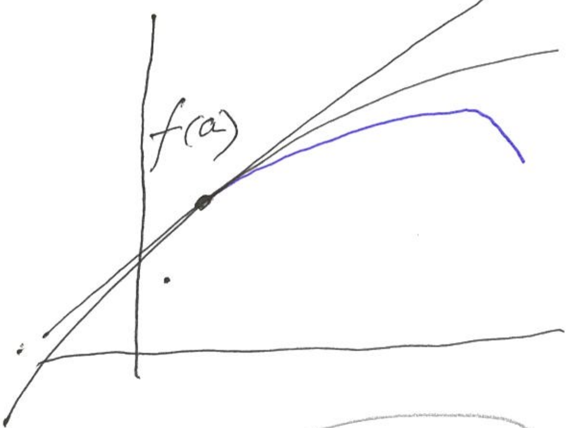
＊一次近似式

$$f(a+h) \fallingdotseq f(a) + f'(a)h$$

$h=b-a$ が充分小さいとき、$b=a+h$

$$f(b) \fallingdotseq f(a)+f'(a)h$$

一次近似は直線で近似



$f(a)+f'(a)h \fallingdotseq f(b)$
（1次近似式）

$y=f(x)$

$f(a)+f'(a)h+\frac{1}{2}f''(a)h^2 \fallingdotseq f(b)$
（2次近似式）

一次近似　　接線を使って
　　　　　　直線で近似

二次近似　　放物線で近似

＊二次近似式

$h=b-a$ とおくと

$f(a+h) = f(a)+f'(a)h+\frac{1}{2}f''(a+\theta h)h^2$ となり、

hが十分小さいときは、2次近似式が成り立つ

$$f(a+h) \fallingdotseq f(a)+f'(a+h)+\frac{1}{2}f''(a)h^2$$

n次近似式

第1次近似式

$$f(a+h) = f(a) + f'(a+\theta h)h$$

第2次近似式

$$f(a+h) = f(a) + f'(a)h + \frac{1}{2}f''(a+\theta h)h^2$$

テーラの定理、n次近似式

$$f(a+h) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}h + \frac{f''(a)}{2!}h^2 + \cdots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}h^{n-1} + \frac{f^{(n)}(a+\theta h)}{n!}h^n$$

nを大きくすれば、いくらでも$f(a+h)$の値に近い近似値を求めることができる

テーラの定理で $a=0$, $h=x$ とすると、マクローリン定理となる

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}x + \frac{f''(a)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}x^{n-1} + \frac{f^{(n)}(a+\theta h)}{n!}x^n$$

テーラ級数

$$f(x) = f(a) + \frac{(x-a)}{1} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a)$$

$$+ \cdots\cdots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \cdots\cdots$$

を、aを中心とする$f(x)$のテーラ(Taylor)級数という

$$f(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(x-a)^r}{r!} f^{(r)}(a)$$

aの位置の情報だけで、他の位置の値が

いくらでも正確に計算できる

マクローリン展開

$$e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \cdots\cdots$$

関数$f(x)$が$x=0$の近くで何回も微分可能のとき、

次の等式が成り立つ.

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots$$

テイラー級数

1. aを中心とする $f(x)$のテイラー（Taylor）級数

$$f(x) = f(a) + \frac{(x-a)^1}{1} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!} f'''(a)$$

$$\cdots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \cdots\cdots$$

$$\boxed{f(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(x-a)^r}{r!} f^{(r)}(a)}$$

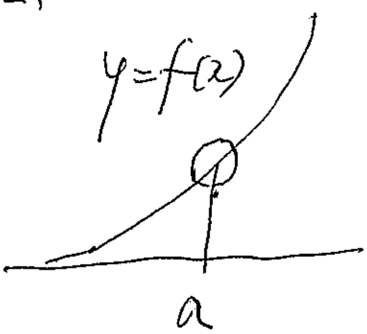
aの位置での情報だけで、他の位置の値が
いくらでも正確に計算できる。

コンクリートの壁の向こう側がいくらでも詳しく観察
できる魔法のような式だ。

テイラー展開

1、テイラー展開とは、与えられた関数を、ある点の近くで多項式に近似するために用いられるもの。

2、



$f(x)$ について $x=a$ の周りで
多項式に近似!

$$f(x)=f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+\cdots$$

ある関数 $f(x)$ について テイラー展開を用いて x の多項式で近似することを考える。

" x がある値 a をとるとき、$f(x)$ が a の近くで、このような多項式で近似できるよ!" ということ

3 テイラー近似を使う理由は、

計算がラクになる

例えば $(1.005)^{15}$ を計算せよというとき、

$\left.\begin{array}{l} (1.005)^{15} \text{ を } \underline{1}+\underline{15\times 0.005} \text{ として } \fallingdotseq 1.075 \\ (1.005)^{15} = 1.07768\cdots\cdots \end{array}\right\}$ 近似

3. テイラー級数は、

aのところの情報を根拠に

$f(x)$の値を推算しようというもの

aに位置における様々の情報 $f(a), f'(a), f''(a)$

……を利用して、任意の$f(x)$の値を、

望みに応じて、いくらでも正確に計算する

ための魔術!!

aの位置は、$f(a), f'(a), f''(a)$, ……などを

求めやすいところに選ぶ必要があり、

$\sin\frac{\pi}{5}$の値を求めるために

$f(a)$として、$\frac{\pi}{4}$のところをaの位置に選ぶ。

何かいい方法はないかなぁと考えた時にテイラー展開が使えるんです！

10

$(1.005)^{10}$を計算したい！

↓

手計算で求めるのはたいへん、、、

↓

テイラー展開で簡単に計算！！

ここではテイラー展開の一次近似のみを使って計算してみましょう！

一次近似とは多項式のxの一次の項までを使って近似をすることです。

それではやってみましょう。

15×0.005

まずは1.005を１と0.005に分けます。

https://syarunikki.com/taylor-expansion/

$(1.005)^{15}$ を $(1+x)^{15}$ と考える

↓

$$(1+x)^{15} = (1+a)^{15} + 15(1+a)^{14} \times (x-a)$$

$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a)$ を利用

↓

簡単のために $a=0$ として計算してみる

10-2

$(1.05)^{15}$

$\cong 1 + 15 \times 0.05$

$= \underline{1.75}$

100分の5だと?

$(1.05)^{15} = \underline{2.079}$

そしてa=0としてみると、、

$(1+x)^{15} = 1 + 15x$という簡単な形になった！
今求めたいのは$(1.005)^{15}$の値なので
$x = 0.005$を代入して計算すると

$$(1.005)^{15} \cong 1 + 15 \times 0.005$$
$$= 1.075$$

手計算でも簡単に求められた！！

100分の1くらいなら、

$(1.01)^{15}$

$\cong 1 + 15 \times 0.01$

$= \underline{1.15}$

$(1.01)^{15}$

$= \underline{1.161}$

いかがでしょうか？

すごくめんどくさそうな計算もこのように近似を使うことで簡単に求めることができました！

ただ最後に＝を使わずにニアリーイコールを使っているのはあくまで近似なので完全に正しい値ではないということなんですね。

しかしおおよその値はテイラー展開を使って求めることができるんです！

実際に電卓で(1.005)の15乗を計算してみると1.07768...という値になります。

テイラー展開でかなり近い値を得ることができるのがわかりますね！