



第3回 グループ法人税制

2020.01.20
H30.10.22
H30.04.23
H30.02.19
H28.11.01

本レジュメは、企業会計基準、税法及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(日本公認会計士協会全国研修会グループ法人税制 中村慈美講義)
(図解グループ法人課税 中村慈美 H29年9月大蔵財務協会刊)(設例でわかる!グループ法人税制の実務ポイント 辻・本郷税理士法人 吉田博之 DVD)
(詳解ケーススタディグループ法人税制 Q&A 足立好幸著 2010.5 清文社)(詳解グループ法人税制 朝長英樹外編著 H23.4 法令出版刊)

I. グループ法人税制

平成 22 年度税制改正(H22.10.1)によって、グループ経営の実態を反映させることを目的として、グループ法人税制が創設された。多様化する組織再編制度や昨今のグループ法人の一体的運営が進展している状況下、法人の組織形態の多様化と実態に即した課税の実現のための制度である。

1. 主要な規定

(1) 100%グループ内の法人間の資産の譲渡損益の繰延…(時価移転、但し繰延)

譲渡損益を取引の時点で計上(するが、損益を繰延べ、課税)せず、

- ① その資産をグループ外へ移転した時の課税譲渡損益とするか、
- ② または、他のグループ内法人へ移転した時 " とする。

当初移転を行った法人において、譲渡損益を計上する。(適格合併等との違い)

(譲渡調整資産、帳簿価額 1,000 万円以上のものを対象とする)

- ①固定資産(減価償却資産、土地等) ②棚卸資産である土地等
 - ③有価証券(売買目的有価証券を除く) ④金銭債権 ⑤繰延資産
- 従って、創設営業権の譲渡等は時価評価を行わないことになる。

(各国の税制)

	グループ法人間譲渡取引	100%親子間配当
アメリカ	譲渡損のみ繰延	課税なし
イギリス	譲渡損益の繰延	"
日本	"	"
ドイツ	繰延なし	配当の 95%が課税なし
フランス	"	"

(新17内1923)
?と聞か

2. グループ法人税制（とは？）

H30.02.18
H28.04.30
H26.05.17
H26.01.01
H22.08.07

100%グループ法人

その他 100%未満

備考

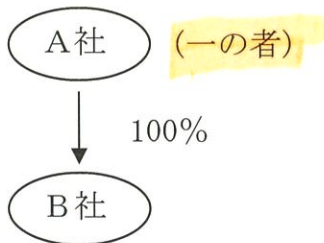
（事業部門の分社化、子会社化）

経営責任の明確化
迅速な経営判断、戦略立案
効率的な資源配分
実質的な一企業の部門

特別な場合のみか(?)
(無関係な法人の場合)

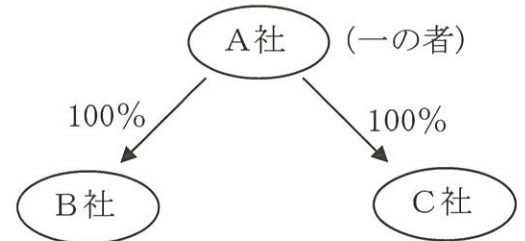
（100%グループ内法人とは）

【例1】当事者間（AとB）完全支配関係



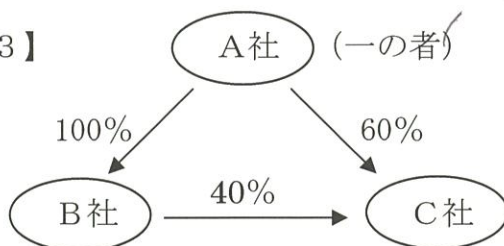
〔A社とB社は100%グループ内法人〕

【例2】当事者間の完全支配関係（AとB、AとC）がある法人相互（BとC）の関係



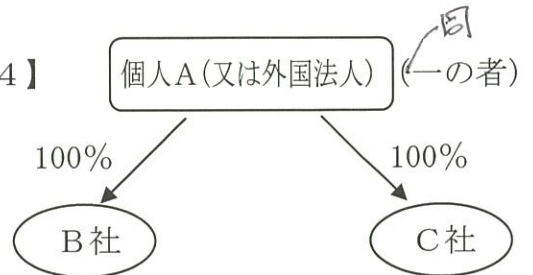
〔A社、B社及びC社は100%グループ内法人〕

【例3】



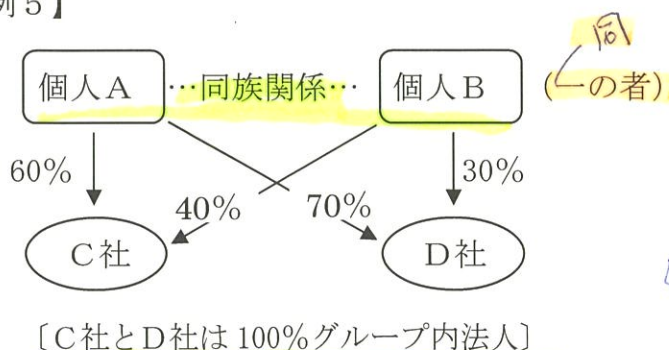
〔A社、B社及びC社は100%グループ内法人〕

【例4】



〔B社とC社は100%グループ内法人〕

【例5】



〔C社とD社は100%グループ内法人〕

※譲渡損益の課税繰り延べの対象となるのは、内国法人間の取引に限定され、「個人－法人」又は「外国法人－内国法人」の間での取引は対象とならない。
※一の者の条文規定()書に注意

(判定に当っては外国法人も含まれる)

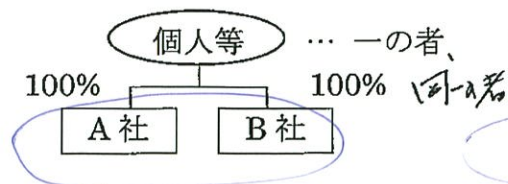
一の者 - 同族関係、内接関係

一の者 - 同者(人)、直接

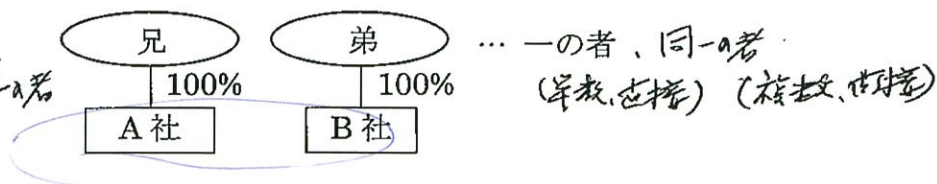
See 3/2

100%グループの図 H26.01.01
H25.01.01

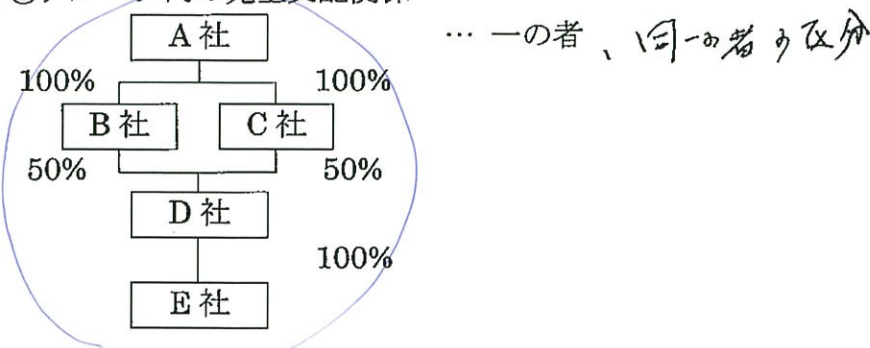
①個人等の支配する 100%グループ



②同族関係等の支配する 100%グループ



③グループ内の完全支配関係



(同族関係者の範囲)・・・相続税の規定と同じ

第四条 法第二条第十号（同族会社の意義）に規定する政令で定める特殊の関係のある個人は、次に掲げる者とする。

- 一 株主等の親族
 - 二 株主等と婚姻の届出をしていないが事実上婚姻関係と同様の事情にある者
 - 三 株主等（個人である株主等に限る。次号において同じ。）の使用人
 - 四 前三号に掲げる者以外の者で株主等から受ける金銭その他の資産によって生計を維持しているもの
 - 五 前三号に掲げる者と生計を一にするこれらの者の親族
- （法人税法施行令4条1号）

(発行株式等の全部（100%）の保有）と除外規定

② 子会社の持つ親会社株式は
自己株式に含められる。

- (1) 自己株式 — 発行済株式等の総数から除外する（法2-2-7の五）
- (2) 従業員持株会株式 — 保有割合が5%未満である場合は、発行済株式数から除外して保有割合を判定する（法令4の2②一）
民法組合として組織された従業員持株会
- (3) ストックオプションの行使による優待株式 — (2)と合わせて5%未満の判定を行う（法令4の2②二）

100%（完全支配）と99%の違いは何か？（本質的に）条文を注意して読む

持分の定めのある医療法人における持分と社員総会における議決権の割合の異同
（完全支配関係は、出資持分の所有状況で判断する）

グループ法人チェックリスト ()

H25.01.01
H22.04.03

NO	チェック 事 項	結 果
	①個人等の支配する 100%グループ ②同族関係等の支配する 100%グループ 兄 100% A 社 弟 100% B 社 ③グループ内の完全支配関係	
1.	グループ一覧表の入手 (KN 等サンプル)	
2.	グループ概要図の作成 (Mi 等サンプル)	
3.	グループ法人の決定	
4.	グループ法人税制の注意事項	

(譲渡損益を認識しない取引)

1. 適格合併での譲渡法人の解散による譲渡損益の取扱い
2. 適格合併での譲受法人の解散による繰延処理の継続
3. グループ会社間での非適格合併

非認識 (部門間取引)

①繰越欠損金を
継続するという意味。

認識する

(中小企業優遇税制の適用の制限)

資本金の額が 1 億円以下の法人 には、軽減税率の適用など中小企業向けの特例措置の適用がある。

但し、資本金の額が 5 億円以上の法人の 100%子会社 は資本金の額が 1 億円以下であっても、中小企業の特例の適用はない。

(中小法人の特例)

- (1) 法人税の軽減税率 (法法 66、措法 42 の 3 の 2)
- (2) 貸倒引当金の繰入率 (措法 57 の 10)
- (3) 欠損金の繰戻し還付制度 (法法 80、措法 66 の 13)
- (4) 特定同族会社の特別税率の不適用 (法法 67①)
- (5) 交際費の損金不算入制度における定額控除制度 (措法 61 の 4)

グループ法人税制（譲渡損益）

（完全支配関係法人間は、基本的に内部取引と見る）

H30.02.18

H26.01.01

H24.07.27

H22.08.06

H22.03.25

H22.03.18

完全支配関係法人間 100%グループ法人間		その他 100%未満間	備 考
（譲渡損益の繰延べ）			H22.10.1 適用
譲渡損益調整資産（個別資産毎の簿価 10 百万円以上） 創設営業権（帳簿価額 0 のため）、資産調整勘定（非適格再編独自の科目のため）を除く			
内国法人間	繰延	繰延なし	- 適格事後設立廃止 - グループ会社を利用した税負担の調整困難化（譲渡損の活用不可） - グループ内での円滑な資産配分の可能（譲渡益の心配解除） - 譲渡後もトレースの必要性 100%グループとその他間の不公平？ - グループの頂点が「個人」でもグループ法人単体課税制度の対象になる。 - オーナー企業については、100%グループのチェックをしておく必要がある。 - グループに係る譲渡損益の繰延はあくまで内国法人間の取引に限定される - 個人支配と法人支配の区分
一定外資産（10 百万円未満）	繰延なし	なし	
個人－法人	なし	なし	
外国法人－法人	なし	なし	
課税	再譲渡時等 (グループ内、外部へ譲渡した時) (公益法人等は適用されない)	なし	
判定取引単位	建物 — 1 棟ごと 機械 — 1 生産設備ごと 土地 — 1 筆ごと 有証 — 銘柄ごと		
完全支配関係	資産の譲渡の時点		
減価償却時の調整 (譲渡法人)	譲渡損益調整額 × (譲受法人の損金算入償却費 / 譲受法人の取得価額) 譲渡損益の計上		
公共、公益、人格（適用外） なき社団			

（注）（1）法法 61 の 13 を読む

（2）譲渡法人は会計上時価で処理し、加算又は減算する

（3）譲受法人は時価で受入れ、その後は時価との比較で売買損益

（4）合併時等留意（See 4 頁）

完全支配関係がある場合の法人間の非適格合併

H30.02.18
H26.05.19
H26.05.19
H26.01.01
H25.10.14
(46 頁参照)

完全支配関係（特殊関係者を含めた場合）がある法人間の非適格合併は、簿価移転に代えて、時価移転となり譲渡損益の繰延が行われる。

(1) 譲渡損益の繰延べ

100%グループ内法人間の譲渡損益調整資産の譲渡取引と同様に繰延べることとされている。(法 61 の 13①、令 122 の 14②)

① 調整資産の繰延べ順序

(2) 会計処理

譲渡損益が発生する被合併法人の最終事業年度(被合併法人の合併の日の前日の属する事業年度)に、被合併法人において譲渡利益額または、譲渡損失額を損金または益金に算入することとなる。

なお、非適格合併の場合は、被合併法人の「のれん」を含むすべての資産が時価で譲渡されるため、譲渡損益調整資産以外の資産に係る譲渡損益は通常どおり実現することとなる。(法 63)

(3) 合併法人における会計処理

非適格合併により移転を受けた譲渡損益調整資産について、合併法人では、被合併法人の合併直前の帳簿価額により取得価額に計上する。(法 61 の 13

⑦)

被合併法人の合併直前の申告では、譲渡益計上、資産調整勘定減算、繰延べで損益なし。

合併法人において、次のように考えて、完全支配関係なので仕訳不要となる。

合併時

(仕訳)	土地	2,000	土地	1,000	
			譲渡調整益	1,000	◎

(別表四)	減算繰延べ		繰延(仕訳)	△1,000	
-------	-------	--	--------	--------	--

繰延(仕訳)	譲渡調整損	1,000	土地	1,000	○
--------	-------	-------	----	-------	---

(別表四)	加算繰延べ			⊕1,000	
-------	-------	--	--	--------	--

別表
⑦に
対し、0も有り、

→

譲渡調整益	△1,000	△1,000
土地(繰延)	△1,000	△1,000
土地(繰延外)	⊕1,000	⊕1,000

損失の二重利用その他

1/30.02.18
1/26.05.18
H26.01.01
H25.10.17

(1) 子会社株式の譲渡(単一部門内損失との比較)

	100%グループ法人	100%未満					
(1)子会社の事業において	事業損失 (子会社において)	同左 (同左)	<table><tr><td>子会社 事業損 △9億円</td><td></td></tr><tr><td>親会社 売却損失△9億円</td><td></td></tr></table>	子会社 事業損 △9億円		親会社 売却損失△9億円	
子会社 事業損 △9億円							
親会社 売却損失△9億円							
(2)親会社の子会社株式譲渡	株式売却損失 (親会社において) 他の子会社への売却 (譲渡損失の繰延)	同左 (同左) 同左 (譲渡損失 OK)					
(3)他の買受先 (子会社事業における)	欠損金利用可 (買受先において)	同左 (同左)					
(4)適格合併	欠損金利用可	条件あり					

(2) 債務超過の子会社の清算に伴う債権放棄・現物分配・株式償却損
(会計・監査ジャーナル 2012.8)

- 親会社
同部門
と関係ないか?
- ① 同業者に依頼して出資してもらった株式の解散前の全部買取は、額面で行っても寄附金にならない。
 - ② 子会社に対する債権放棄は、貸倒損失で、清算費用の負担はいわゆる撤退損で、いずれも原則として寄付金とはならない。
 - ③ 親会社は、子会社の未処理欠損金の引継制限を受けるとともに、完全支配関係にある子会社の株式については清算損(株式償却損)を計上することはできない。
 - ④ ①～③を通じて、①で完全子会社とすることなく、②は行い、③については欠損金の引継はあきらめ、株式償却損とすることも検討すべきである。
(完全子会社でない状態での会社清算の有利性検討)

繰越(有効)損失がゼロでない場合

グループ法人税制（寄付金・受贈益）

4/30.02.18
 H26.01.01
 H25.01.01
 H24.07.27
 H22.08.06
 H22.03.18

→

	完全支配関係法人間 100%グループ法人間	その他 100%未満	備 考
(寄付金)	支払側－全額損金不算入 受入側－ 〃 益金 〃	寄付金 受贈益	H22.10.1 適用 ・ 双方で流出項目と なる ？
	(内国法人による支配関係 に限られ、個人等によ る完全支配関係を除く)	個人の場合は上 記と同様	・ 相続税対策（資産 減として）利用さ れないように、 利益積立金の移転方法 従って内国法人に よる完全支配関係 に限られる ・ 相続税の財産評価 と利益積立金の違 い ・ 個人 100%グルー プの制約 ・ 上記 G で活用できるかの検討
	(内部取引) グループ内の授受を 内部取引とみなす …本支店取引レベルと見る		
	(内国法人間の完全支配関係のみ－除個人)		
寄附仕訳	A 社 寄 附 金 ××× 現 金 ××× (損金不算入)		
	B 社 現 金 ××× 受 贈 益 ××× (益金不算入)		・ 何故、反相続税対策か ？ A社からB社への利益 剰余金の移転 A社(親会社株式)の 評価引下げ
無償(低額)譲渡	B 社 株 式 ××× 受 贈 益 ××× (益金不算入)		
	A 社 寄 附 金 ××× 株 式 ××× (原価) (損金不算入) 株式売却益 ××× (差額) (譲渡利益の繰延べ)		
	譲渡損益調整損 ××× 譲渡損益調整勘定 ××× (差額) (譲渡利益の繰延べ) over10M¥の場合		

グループ内法人間の寄附

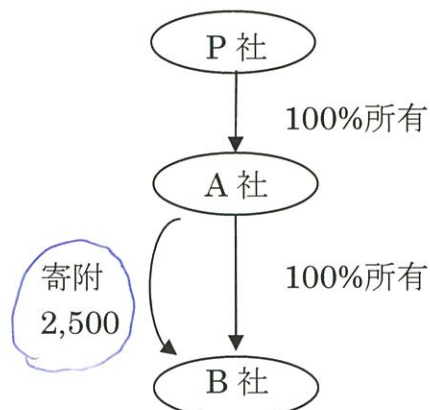
1/30.02.18

H26.01.01

H25.06.29

H25.01.01

H24.07.27



子会社 A 社が子会社の B 社へ、現金 2,500 を寄附した場合の処理（寄附修正）

（P 社の処理）

利益積立金 2,500 A 株式 2,500 …P 社の利益積立金（A 社分）は減少

- (1) 親会社 P 社は、A 社株式について寄附金 2,500 に持分割合 100%を乗じた金額 2,500 を利益積立金から減算するとともに、A 社株式の帳簿価額から減額

（A 社の処理）

寄附金 2,500 現金 2,500 …A 社の利益積立金は減少
B 株式 2,500 利益積立金 2,500 …A 社の利益積立金は増加

- (1) A 社は、B 株式について受贈益の額 2,500 に持分割合 100%を乗じた金額 2,500 を利益積立金に加算するとともに、B 社株式の帳簿価額を増額 *P社よりB社へ*
(2) A 社の別表四 — 寄附金の損金不算入額（加算・流出）2,500

（B 社の処理）

現金 2,500 受贈益 2,500 …B 社の利益積立金は増加

- (1) B 社の別表四 — 受贈益の益金不算入額 （減算・流出）2,500…上記の処理があるため

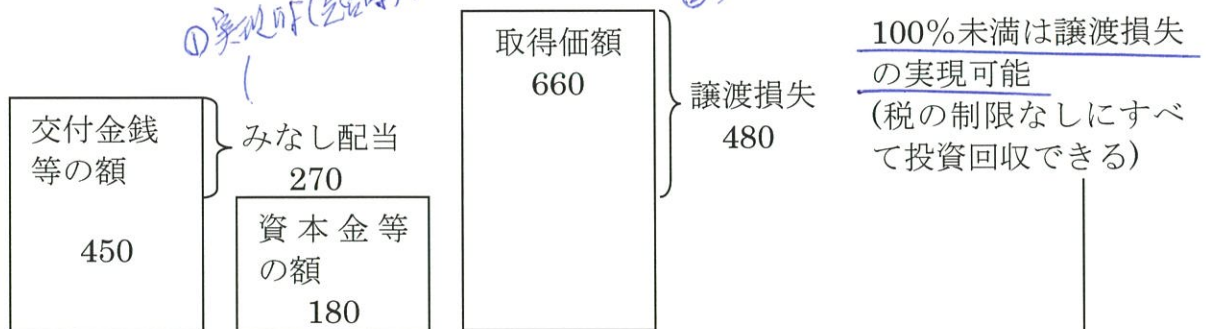
グループ法人税制（受取配当）

H30.02.18
H26.01.01
H25.07.26
H25.06.29
H24.07.27
H22.08.06
H22.03.18

	完全支配関係法人 100%グループ法人	その他 100%未満	備 考
(受取配当)			H22.10.1 適用
益金不算入	あり 100% (配当の計算期間の所有)	あり (25%以上) 100% (6ヶ月以上所有) 部分あり(所有率 25%未満) 50%	25%以上は関係法人株式と言う 自己株式を除く計算
負債利子控除	控除不要	控除必要	
条 件	配当法人（内国法人）同左		

受取法人 同左
(配当の計算期間を(6ヶ月以上の期間所有)
通じて完全支配関係が必要)

自己株取得のみなし配当



- ① 譲渡額 450 = みなし配当（収入）270 + 資本金等（回収）180
みなし配当 270 = 譲渡額 450 - 資本金等 180 （益金不算入）

- ② 従って、譲渡による回収額は、みなし配当 270 を除いた 180 となる ← は同じ

譲渡損失△480 = 譲渡回収 180 - 取得価額 660 (損金算入は廃止 会計処理? 13頁)
譲渡損失を計算する (取得価額から100%の損金、利益) 利益と損失不算入

(完全支配は、投資回収が 90% 所有より不利か? 13 頁参照)
(100% 未満の有利性は税務上気をつける)

この場合不利
逆(益)の場合有利

将来の回収は
いかに?
譲渡の資本等の
取引と関係

グループ法人税制（自己株式の取得等）

H30.02.18
H27.05.25
H25.07.26
H25.06.29
H24.07.27
H22.08.06
H22.03.18

-2>

(みなし配当等)

	100%グループ法人	その他 100%未満	備 考
益金不算入	あり 100%対象	あり (所有率 25%未満) <u>100%対象</u> <u>50% "</u> <u>5% "</u> <u>20% "</u>	H22.10.1 適用 ・ 100%グループとその他で不公平？ ・ 譲渡損益を計上しないということは？ みなし、永久処理？
負債利子控除	控除不要	あり	
株式の譲渡損益	<u>廃止</u> <u>繰延ではない</u> (100%グループ法人の場合) ・ 100% (完全支配は不利?) 株式譲渡損の点で (投資回収不能分が起きる)	あり	・ 「廃止」ということは？ 損益とも計上しない 益は出るが、低く 損は入る いれど損 か

損も益も？

益の場合に有利。

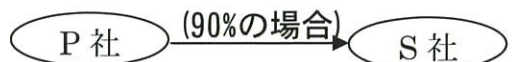
損の場合

IFM事件

- 完全支配関係のある法人間で自己株を買い取らせた場合、譲渡損益は損金益金不算入(法 61 の 2⑯)

- 譲渡損益部分は資本等の増減項目として扱う (法令 8①十九)

自己株式の取得？



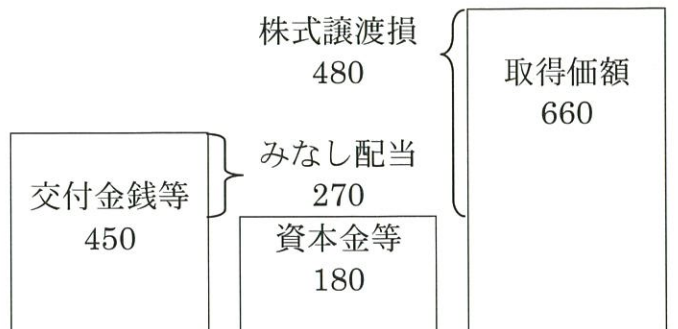
90%所有、対価 450、取得価額 660

(S 社の処理)

利益積立金	270	現金	450
資本金等	180		

(P 社の処理)

現金	450	みなし配当	270
		(益金不算入)	
		資本金等	180
資本金等	180	S 社株式	660
株式譲渡損	480		
(損金算入)			



※100%未満の有利性は、故意に行うと税務上問題にある恐れがある (H22. 10 前は OK)

株式譲渡直前の配当 (NC、OG の場合)

1/30.02.18
H26.05.18
H26.01.01
H25.07.26

NATCOの数字

A 譲渡(益)による場合		B 配当による場合	
	1,000 ①		1,000
	$\Delta 100$		$\Delta 100$
譲渡益	900	配当	900 ①
		↓	
課税	900	益金不算入	$\Delta 900$
	$\times 40\%$	簿価譲渡	100
課税	360	課税	0
源泉	0	源泉	180
その後の譲渡	なし		100 ②
回収(譲渡 1,000)	1,000 ①=③	(配当 900、譲渡 100)	1,000 ①+②=③
手取額	640		1,000

—TAX 株の投資とは、 毎年配当を得ていたら、

- (1) グループ法人税制でも、譲渡損部分の制約が規定されている。
- (2) NC、OG の場合、明らかに配当による方法 B が A より有利である。
それは受取配当の益金不算入という規定(法人擬制説から当然)を使えるからである。
- (3) 株式の譲受先においても取得価額 B100 が A1,000 より取扱い易い。

重複世代モデル

(1) サラダソーシロの消費

(2) 異なる世代間の相互依存関係

(3) 人間の人生を大きく「若年期」、「老年期」の2期に分ける
(2期の経済の構成) (現役世代) (退職世代)

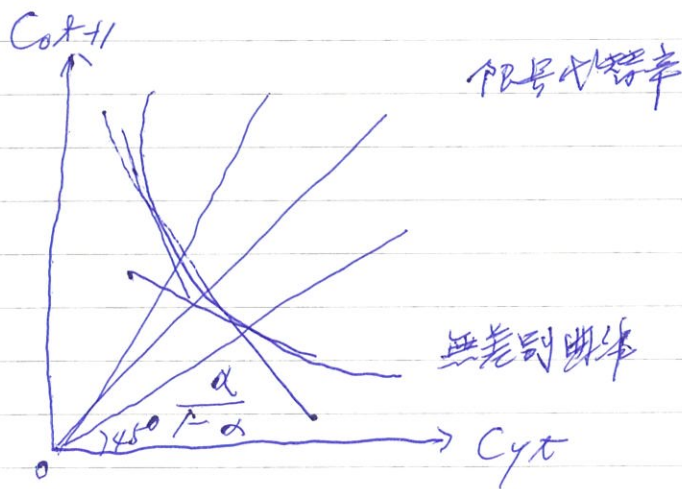
(4) 効用関数

若年期の消費 C_{yt} , 老年期の消費 C_{ot+1}

$$U(C_y, C_{ot+1}) = C_y^\alpha C_{ot+1}^{1-\alpha}$$

(5) 限界代替率 MRS

$$MRS \equiv \frac{\frac{\partial U}{\partial C_{yt}}}{\frac{\partial U}{\partial C_{ot+1}}} = \frac{\alpha C_y^{\alpha-1} C_{ot+1}^{1-\alpha}}{(1-\alpha) C_y^\alpha C_{ot+1}^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{C_{ot+1}}{C_y}$$



物価水準の財政理論 (FTPL)

2019.07.14

1. FTPL

(1) 2016年8月、米ロンドン・エコノミクス大学のシムス教授 (ノーベル賞受賞者) が行った講演で、FTPLに基づき、日本は インフレ目標の達成と それを持続させる消費税率を上げるべきではないと提言した。

(2) この講演に対して、アベノミクスの遂行に主導的な役割を果たしてきた 浜田宏一 教授が、「月かうろこが落ちた」と批判した。

(3) FTPLとは、もし、その国の国債の債権者がほとんどその国の者であるならば、財政赤字を一種の租税をもって無視し続けられたら物価はゆるやかに上昇し、それが常態化するまで、財政赤字は実質目減りする。
これは、国債償還による財政再建よりはるかに効率的である。

(4) アベノミクスの物価上昇目標2%は、未だ達半ばである。
FTPLとアベノミクスの共通点は、緩やかに物価上昇である。
そのためには、消費の拡大が第一の必要条件である。

(5) 現在、実施されようとしている消費税率軽減税率は、税率引上げによる消費の落ち込み対策として設計された感が強い。(毎年1兆1千億円減)

(6) 財政再建のために、消費税率の引上げを行うという点。

- (1) 消費税率の引上げを行うことは、それにより結果的に財政再建の達成させる
- (2) 軽減税率の適用は財政再建を遅らせる、消費の落ち込み対策という点。物価を押し下げ政策目標としてはよくないと思われる。
- (3) 欧州60年95年以降(西独)の歴史をみると否定的評価が強い。

(日本税政連 漢流より要約)

(野村證券の意見)

2. F T P Lは、将来に向けて財政再建を放棄することにおいて
現在のインフレ率を高めようとするところにある。

(1) 2014年9月の講演中、

「名目GDP債務高を、現在の物価で割った値が、

将来における実質財政余剰の現在価値に等しい」

$$\frac{\text{名目GDP債務高}}{\text{当期の物価}} = \text{実質財政余剰の現在価値}$$

$$\text{財政余剰} = \text{政府収入} - \text{政府支出} - \text{支払い利子}$$

(2) この式に 増税の延期を止めた上で、財政余剰の現在価値を
減らすと、その成立のためは左記の物価の上昇すること
になる

(3) しかし、将来の財政... について 増税財政を止めてよいということでは
たしか日本では財政赤字が縮小したいと希望されるのは、社会保障
支出が増加するからである。

(4) 日本では シムズの提案のように、「消費税増税」を行わねばならぬ
ことが必要である。

(5) 日本では 財政赤字の拡大は不可避である、それは高齢者の増加に
よる社会保障費の増大に因る。 そのためにインフレ率を高騰せし
める必要がある。 日本ではインフレ率を高めることは、むしろ抑え込ま
ねばならぬ。たしかに財政拡大を行う余地はあり、

3. 物価水準、財政理論と政策に関する諸議論 (財務総合研究所)

(1) FTPL (Fiscal Theory of the Price Level) は、
中央銀行が行う金融政策の物価を決定するという標準的な
考え方に反して、

物価水準決定メカニズムにおける金融政策ルールと
財政政策ルール双方の固守性に注目する理論である

(2) FTPL が固守を集めているのは、

① いまあるインフレ目標の達成されないこと

② 高齢化に伴う社会保障支出に増大による公的債務の増大

(3) インフレ率に対する反応が弱い金融政策ルールは定動的ルールと呼ばれ、

非リカーティアン型財政政策ルールは 物価水準決定に大きな役割を

果たすことになる。

(4) 政府の財政規律に拘束されない非リカーティアン型財政政策ルールに
対する場合、実定財政赤字率 π_{j+1} ($j=0, 1, 2, \dots$) は、
政府公債務の残高とは独立に決定される。

(5) 中央銀行と政府がこのように行動する結果、②式の右辺が確定さ
れるため、唯一の未決定変数である左辺の物価水準 P_t が決まる

③式により決定されることになる。

(6) このとき、右辺において、

政府の将来の実質財政余剰を減少させたいとすると、
左辺では、当期の物価水準 P_t が増え、
総債務残高はインフレによる実価価値の減少、
すなわちインフレ税によって下押しされる。

(7) FTPLは、財政政策が 当期の物価水準 および インフレ率 に
 影響を与えることを示している。

(8) 実質財政余剰の減少が、一括固定税の減少によるとすると、
家計は、生涯所得の上昇により消費を増やそうとするため (正の総効果)、
経済の総需要は増大し、物価水準は上昇する。

(9) FTPLで前提とされる 貨幣的金融政策と非リカーティアン型 (能動的)
の財政政策の組合せは、財政支配レシムと呼ばれる。

③式

$$a_t = \frac{(1+i_{t+1})B_{t+1} + M_{t+1}}{P_t}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^j} \left(\frac{j_{t+j}}{1+i_{t+j}} m_{t+j} + B_{t+j} \right)$$

a_t は、大期初に利払も含めた政府の総債務残高
 $(1+i_{t+1})B_{t+1} + M_{t+1}$ を当期の物価水準 P_t で除いたもの

4、FTPLに基づき政策提言に対する 研究者の見解 (口内の考察)

経済6

- (1) 「シムズ提言」は、消費税率の引上げ時期を、明示的にインフレ目標の達成とリンクさせる、すなわち、インフレ率の安定化に 2%となるまで、消費税率の引上げを行わないというものである。
物価が上昇するまでは、財政規律に縛られない 非リカーデット型 財政政策を行い、FTPLメカニズムを通じて、消費税率の引上げの延期 (将来の財政余剰の減少) によって、物価を上昇させ、インフレ目標を達成する。
- (2) 池田慶大教授は、インフレ率の 2% となるよう導線をコトロールするのは、困難としている。逆に、現行の乗金制が口債バカルの原因であるとして、財政規律の放棄が口債バカルの前兆を招き、急激な物価上昇につながり恐ろしいと述べている。
- (3) 塩路一橋大教授は、デフレ脱却に活用するシムズ提言を斬新と評価する一方、財政規律の放棄が限界であること 人々に伝達させられなければならない場合、物価とコトロールが難しい FTPLの世帯から 回復できなくなる危険性があると述べている。
- (4) 渡辺東大教授は、FTPLの基盤となるメカニズムは、経済の需要側に依存しているため、企業の価格設定行動が、経済の総供給曲線 (フィリップス曲線) を平準化させている場合、シムズ提言が機能し、総需要曲線をシフトすることによって、物価上昇につながる 可能性について述べている。

5、 LTAを界と見ると、

(1) 消費増税を行わねばならない場合

FTPLに対する懸念は無いことになる

(2) その場合、LTAの財政状態への懸念があるが、

年間の2倍の年間の収支不足となるが、LTAの2倍の年間の収支
中心、2倍の年間の収支。

2倍の年間の収支の領域に取組む必要がある。

(3) また、LTAの効果があるが、(2)の解決にも役立つ

(4) 金融的に見て、20倍の年間の収支不足に
不足している中、消費増税による財政赤字の

改善は必要だが、(2)の解決にも役立つ (財政再建)

(5) また、消費増税を行わねばならない経済状態に

対応を要する必要がある。

(6) 日本への財政赤字の拡大は、LTAの消費増税から見て
社会保険料の増大の懸念がある。

財政赤字を減らす余地は無く、他の根本策の検討が必要である

(7) 消費増税を行わねばならない経済への影響の検証も必要である

減損(会計)と消滅(価値)

2020.01.20

I 減損価値

1. 永遠にキャッシュフローをたす投資の評価

(1) 毎年一定のキャッシュフローにあっては減損価値と予想される場合

$$\text{CIFの現在価値} = \frac{\text{CIF}}{r}$$

r : 割引率 (資本コスト)

2. 永遠にキャッシュフローをたす投資の評価

(1) 一定期間内 (存続期間) に限ってのみ 各年度の
キャッシュフローを見送り、評価額とする

$$\text{CIFの現在価値} = \frac{\text{CIF}}{(1+r)} + \frac{\text{CIF}}{(1+r)^2} + \frac{\text{CIF}}{(1+r)^3} + \dots$$

3. 毎年一定のキャッシュフローに成長する場合 (g成長率)

$$\text{CIFの現在価値} = \frac{\text{CIF}}{(r-g)} = \frac{5}{0.05} = 100$$

$$\text{例} \quad \frac{5}{(0.05^2 - 0.01)} = \frac{5}{0.04} = 125$$

★ 毎年定率1%減少する場合 (g :減少率)

$$\begin{aligned} \text{CIFの現在価値} &= \frac{\text{CIF}}{r+g} = \frac{5}{(0.05+0.01)} = \\ &= \frac{5}{0.06} = 83.3 \end{aligned}$$

II. 消滅価値

1. 期^間の終りに消滅

2. 期間中に分割して消滅

3. 消滅利差は？

1/0の場合

1/0.2の場合

債務の現在価値と免除利差, 比較

4

2020.01.19

残存債務の現在価値

債務の免除による利差

割引率 20%

計算式 元本 $\times (1-0.2)^n$

年度 n	元本債務	現在価値	目減り	年免除額	免除額の 現在価値
0	500,000	500,000	0	0	0
1	500,000	400,000	△100,000	100,000	80,000
2	500,000	320,000	△80,000	100,000	64,000
3	500,000	256,000	△64,000	100,000	51,200
4	500,000	204,800	△51,200	100,000	40,960
5	500,000	163,840	△40,960	100,000	32,768
計算	500,000	<u>163,840</u>	△336,160	500,000	<u>232,928</u>

減少
保全債務の目減り 336,160 > 保全免除額 232,928
繰上減

∴ 正味割引残高 163,840 < 保全全免除額 232,928

故に、保全債務は悪い

二項定理



2020.01.20

$y = x^n$ の導関数は

$$(x^n)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

$(x+h)^n$ は

$$(x+h)^n = {}^nC_0 x^n + {}^nC_1 x^{n-1} h + {}^nC_2 x^{n-2} h^2 + \dots + {}^nC_{n-1} x h^{n-1} + {}^nC_n h^n$$

$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

C は Combination (組合せ) の頭文字で、

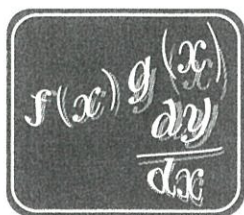
$n!$ は 1 から n までの整数をかけたもの、

$$\text{つまり } n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

n の階乗という

特に $0! = 1$ とする。 ${}^nC_0 = 1$, ${}^nC_1 = n$ など

$$\begin{aligned} (x^n)' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 \cdot x^n + n x^{n-1} h + {}^nC_2 x^{n-2} h^2 + \dots}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (n x^{n-1} + {}^nC_2 x^{n-2} h + \dots + {}^nC_{n-1} x h^{n-2} + \dots) \end{aligned}$$



微分の始まり

～ $y=x^n$ の微分～

第1章では、微分係数を求めることは重要であり、そのために導関数を利用することなどをみてきた。この章では、微分の基本性質やいろいろな関数の導関数を求めることにしよう。関数 $y=f(x)$ の微分は、次の導関数の定義式から始まる。

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

はじめに、 n を自然数（1、2、3、…という数）として、 $y=x^n$ の導関数を求めよう。定義より、

$$(x^n)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

である。この計算には次の式（二項定理という）を用いる。

$$(x+h)^n = {}_nC_0 x^n + {}_nC_1 x^{n-1} h + {}_nC_2 x^{n-2} h^2 + \cdots + {}_nC_{n-1} x h^{n-1} + {}_nC_n h^n$$

ここで、 ${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ で、 C は combination（組合せ）の頭文

字を取ったものである。 $n!$ は1から n までの整数をかけたもの。

つまり、 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ で、 n の階乗^{かいじょう}という。特に、 $0! = 1$ とする。 ${}_nC_0 = 1$ 、 ${}_nC_1 = n$ であるから、

$$(x^n)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 \cdot x^n + n x^{n-1} h + {}_nC_2 x^{n-2} h^2 + \cdots + {}_nC_{n-1} x h^{n-1} + {}_nC_n h^n) - x^n}{h}$$

$$\text{h2-21} \Rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} (n x^{n-1} + {}_nC_2 x^{n-2} h + \cdots + {}_nC_{n-1} x h^{n-2} + {}_nC_n h^{n-1}) = n x^{n-1}$$

となる。つまり、 $y=x^n$ の導関数は、 $y'=n x^{n-1}$ である。また、特に、 $y=x$ の導関数は、 $y'=1$ であり、定数 c に対して $y=c$ （このような関数を定数関数という）の導関数は $y'=0$ である。

$y=x^n$ を微分しよう

導関数 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$...微分の始まり

$y=x^n$ の微分

$f(x)=x^n$ において

$$(x^n)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

この式の変形には二項定理を使うのね。



$$(x^n)' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h^2 + \dots + h^n - x^n}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}h + \dots + h^{n-1}) = nx^{n-1}$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

二項定理

$$(a+b)^n = {}_nC_0a^n + {}_nC_1a^{n-1}b + {}_nC_2a^{n-2}b^2 + \dots + {}_nC_ra^{n-r}b^r + \dots + {}_nC_nb^n$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \quad \text{特に } 0! = 1$$

$${}_nC_0 = \frac{n!}{n!0!} = 1, {}_nC_1 = \frac{n!}{(n-1)!1!} = n, {}_nC_2 = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$y=x^n \text{ の微分は } y' = nx^{n-1}$$

$$\text{特に } y=x \text{ の微分は } y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h) - x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$$

$$y=c \text{ (定数) の微分は } y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{c-c}{h} = 0$$

テイラー級数

1. a を中心とす $f(x)$ の テイラー (Taylor) 級数

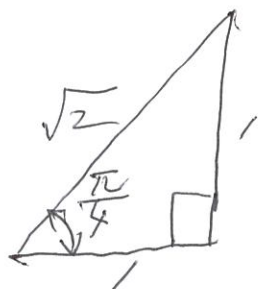
$$f(x) = f(a) + \frac{(x-a)^1}{1} f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2 \cdot 1} f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3 \cdot 2 \cdot 1} f'''(a) \\ + \dots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + \dots$$

$$f(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(x-a)^r}{r!} f^{(r)}(a)$$

a の位置への情報だけで、他の位置の値も
いくつでも正確に計算できる。

コンピュータの壁の向こう側から、いくつでも詳しく現象
を好魔法のおまじない

2. $\sin \frac{\pi}{5}$ は $\sqrt{5}$ と、



$$\left. \begin{aligned} \sin \frac{\pi}{4} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \frac{\pi}{4} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \frac{\pi}{4} \text{ は 解}$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} & f\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ f(x) &= \sin x & f'\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ f'(x) &= \cos x & f''\left(\frac{\pi}{4}\right) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ f''(x) &= -\sin x & f'''\left(\frac{\pi}{4}\right) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ f'''(x) &= -\cos x & f^{(4)}\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ f^{(4)}(x) &= \sin x & & \end{aligned}$$

$\frac{\pi}{4}$ を中心とするテイラー級数は、

$$\begin{aligned} \sin x &= f\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{(x-\frac{\pi}{4})}{1} f'\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{(x-\frac{\pi}{4})^2}{2} f''\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ &+ \frac{(x-\frac{\pi}{4})^3}{6} f'''\left(\frac{\pi}{4}\right) + \dots = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{(x-\frac{\pi}{4})}{1} \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \left(\frac{x-\frac{\pi}{4}}{1}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x-\frac{\pi}{4}}{1}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{x-\frac{\pi}{4}}{1}\right)^3 + \dots \right) \end{aligned}$$

$$x = \frac{\pi}{5} \text{ であるから } \lambda \neq 3$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{5} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 + \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{4} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{4} \right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{4} \right)^4 + \dots \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 1 - \frac{\pi}{20} - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{20} \right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi}{20} \right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{20} \right)^4 + \dots \right\} \end{aligned}$$

$$\pi \text{ は } 3.1416 \text{ である}$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{5} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 0.15708 - 0.01224 + 0.00065 + 0.00002 - \dots) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times 0.831256 = \underline{\underline{0.58779}} \end{aligned}$$



$$\sin \frac{\pi}{5} \quad \text{三角函数の表の} \quad \underline{\underline{\sin 36^\circ}}$$

$$\sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 45^\circ$$

3. テイラー級数は、

a のところの情報を根拠に
 $f(x)$ の値を推定 (近似) するもの

a に位置における様々な情報 $f(a), f'(a), f''(a)$
... を利用して、任意の $f(x)$ の値を、
推定に流し、いくらでも正確に計算する
ための魔術!!

a の位置は、 $f(a), f'(a), f''(a), \dots$ などを
求めやすいところへ選ぶ (必要なら),

$\sin \frac{\pi}{5}$ の値を求めるために

$f(a)$ として、 $\frac{\pi}{4}$ のところを a の位置に選んだ

マクローリン (Maclaurin) 級数

1. a の位置を (0) に選ぶのが 有利な場合が多い。

多くの関数では, $f(0), f'(0), f''(0), \dots$ は求めやすい。

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + \dots$$

$$f(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{x^r}{r!} f^{(r)}(0)$$

2. $f(x) = e^x$ ($f(0) = 1$)

のマクローリン級数は、

$$f'(x) = e^x \quad f'(0) = 1$$

$$f''(x) = e^x \quad f''(0) = 1$$

$$f'''(x) = e^x \quad f'''(0) = 1$$

$$y, \quad \text{d} \quad f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(0) + \dots$$

k-3,

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

$$= 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \dots$$

$$= 1 + 1 + 0.5 + 0.1666 + 0.04166 \dots$$

$$\approx 2.718 \dots$$

4. 2712-11 展開

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

5. $(1.075)^{10}$ 何?

マ712-11V級数 $(1+x)^n$ に適用すれば、

これを $(1+x)^n$ に適用すれば、

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

この式に $x = 0.075$, $n = 10$ を代入すれば、

$$\begin{aligned} (1+0.075)^{10} &= 1 + 10 \times 0.075 + \frac{10 \times 9}{2} (0.075)^2 \\ &\quad + \frac{10 \times 9 \times 8}{6} (0.075)^3 + \dots \approx 2.54 \end{aligned}$$

概算すれば、

$$\begin{aligned} (1+0.075)^{10} &\approx 1 + 0.75 + 0.25 + 0.05 + \dots \\ &\approx \underline{\underline{2.05}} \end{aligned}$$

$$(1+0.075)^{10} = \underline{\underline{2.06}}$$

2020.01.20/

微分方程式

現象の変化を等式を用いて表わした方程式

現象の変化を次々につなげて行くことによって、
その現象がどのように変わって行くのかを予測する。

次々につなげて行く $\rightarrow$ 微分方程式を解く $\rightarrow$ 積分

時間 x における 量 y の変化率。

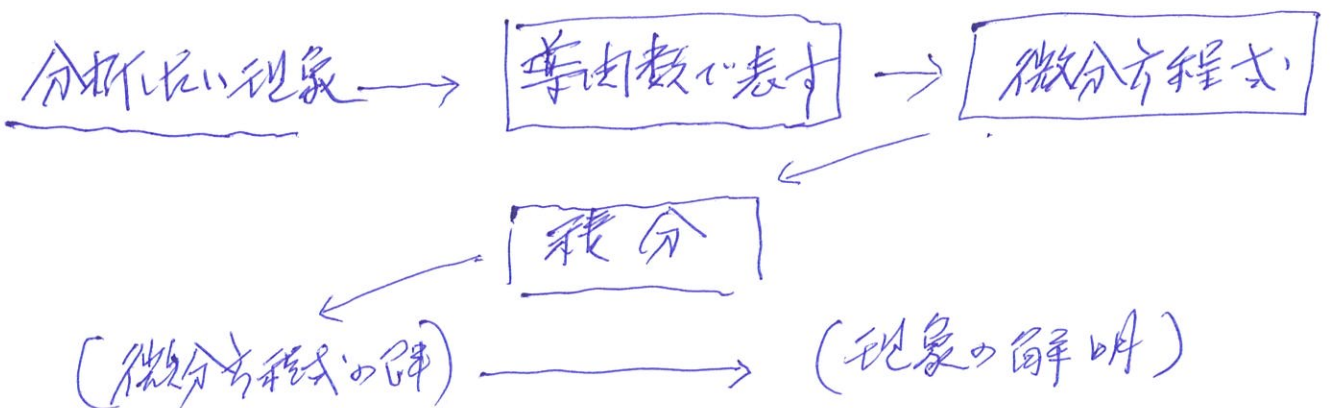
y は時間 x の関数だから $y = f(x)$ ($y = \frac{y}{x}$)

時間の変化の割合 $\Delta y / \Delta x$ ($y' = \frac{dy}{dx}$)

これを y' や $\frac{dy}{dx}$ と書き、 y の変化率という

この式 (変化率) が y に比例するから

$$\frac{dy}{dx} = ky \quad (k \text{ は定数})$$



対数微分法

$y = x^p$ の微分 対数で表す

$$\log y = \log x^p = p \log x$$

(左辺)

(右辺)

$\log y$ と $y = x^p$ の合成関数

$p \log x$

↓ x の微分

x の変化を考えた
 y の変化する関数と
 考え

→ y の関数では

$$(p \log x)' = p \cdot \frac{1}{x} = \frac{p}{x}$$

$\log y$ と $y = x^p$ の合成関数

↓ y の微分

↓ x の微分

$$(\log y)' = \frac{1}{y} \quad y'$$

↓ $\frac{y'}{y}$

$$(\log y) \cdot y' = \frac{1}{y} \cdot y' = \frac{y'}{y}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{p}{x}$$

$$\text{よって } y' = \frac{p}{x} \cdot y = \frac{p}{x} \cdot x^p = p x^{p-1}$$

$$y' = p x^{p-1}$$

$$y = x^p$$

4. 変数分離形

空気抵抗を受けながら落下する物体の運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

この両辺を m で割ると

$$\frac{dv}{dt} = \frac{mg - kv}{m} \quad \longrightarrow \quad \frac{dt}{dv} = \frac{m}{Mg - kv}$$

さらに変形すると

$$\frac{m}{mg - kv} dv = dt$$

これは $f(v)dv = g(t)dt$ の形となっている。

左辺は v だけの関数なので v で積分することができ、右辺は t だけの関数なので t で積分することができる。

両辺をそれぞれ積分すると

$$\begin{aligned} \int \frac{m}{mg - kv} dv &= \int dt \\ \therefore -\frac{m}{k} \log(mg - kv) &= t + c \\ \therefore \log(mg - kv) &= -\frac{k}{m}(t + c) \\ \therefore mg - kv &= e^{-\frac{k}{m}(t+c)} \\ \therefore v &= \frac{1}{k} \left\{ mg - e^{-\frac{k}{m}(t+c)} \right\} \end{aligned}$$

となり、 v を t の関数として表わせる。

これを微分方程式の一般解という。

複利の計算

ある瞬間の現在高に比例して利息が付加されていく場合の総額を $x(t)$ で表わし、

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

により $x(t)$ の変化を明らかにする。

この式は変数分離形の微分方程式で、 x の関数と t の関数を

$\frac{dx}{x} = a dt$ と両辺に分離し、

$$\int \frac{dx}{x} = \int a dt$$

$$\therefore \log x = at + c$$

$t=0$ のとき、 $x=A$ として

$$x = Ae^{at}$$

細菌の増殖、細胞の分裂、複利の元利合計など

人間の感覚を測る

刺激による反応の変化率は、現在の刺激の量に
反比例する — ウェバー・フェッサーの法則

ウェバー — 人間の感覚は刺激量に比例する

鉄の棒を持ち上げているときに、ハエの足棒にとまると、
その重さの違いが感じられる。 — 一枚の羽を手には
いるときに、ハエにとまるとその重さの違いが感じられる。
— 懐中電灯を、昼間に付けても明るさは感じないが、
夜にかけるとその明るさが感じられる。

x を刺激の量、 y を反応の量とする。

反応の変化率 $\frac{dy}{dx}$ は、刺激 x に反比例するから

$$\frac{dy}{dx} = \frac{k}{x} \text{ が成立する。}$$

$$y = k \log x + c \text{ である}$$

ウェバー・フェッサーの法則は、

反応の強さは、刺激の強さの対数に比例するとも言える。

つまり、人間の感覚は、対数的なものがある。

地震の規模、星の明るさなどは人間の感覚によるものなので
その際に対数が使われる。

微分方程式のいろいろ

2/

$$x^2 \frac{dy}{dx} + y^2 - xy = 0 \quad (1)$$

$$y = ux \quad (2)$$

この式を x で微分すると

$$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + u \left(\frac{dx}{dx} \right)$$

これを (1) に代入すると

$$y = ux$$

$$x \cdot y = x \cdot ux$$

$$x^2 \left(\frac{du}{dx} x + u \right) + (ux)^2 - x(ux) = 0$$

$$\therefore \frac{du}{dx} x^3 + \cancel{x^2 u} + u^2 x^2 - \cancel{x^2 u} = 0$$

$$\therefore \left(\frac{du}{dx} x + u^2 \right) x^2 = 0$$

$x \neq 0$ であるから、

$$\frac{du}{dx} x = -u^2$$

$$\frac{du}{u^2} = -\frac{dx}{x}$$

両辺を積分して

$$\int \frac{du}{u^2} = -\int \frac{dx}{x}$$

$$\therefore \frac{1}{u} = \log x + C \quad u \text{ を } y \text{ に変えて } \text{式 (2) から}$$

$$u = \frac{1}{x} \text{ となり } \frac{1}{y} = \log x + C \quad \therefore y = \frac{x}{\log x + C} \quad (\text{①の一般解})$$

線形微分方程式

22

$$\frac{dy}{dx} = f(x) \cdot g(x) \text{ ① 変数分離形}$$

$$\frac{dy}{dx} = h\left(\frac{y}{x}\right) \text{ ② 同次形}$$

$$\frac{dy}{dx} + f(x)y = g(x) \text{ ③ 1階1次の微分方程式}$$

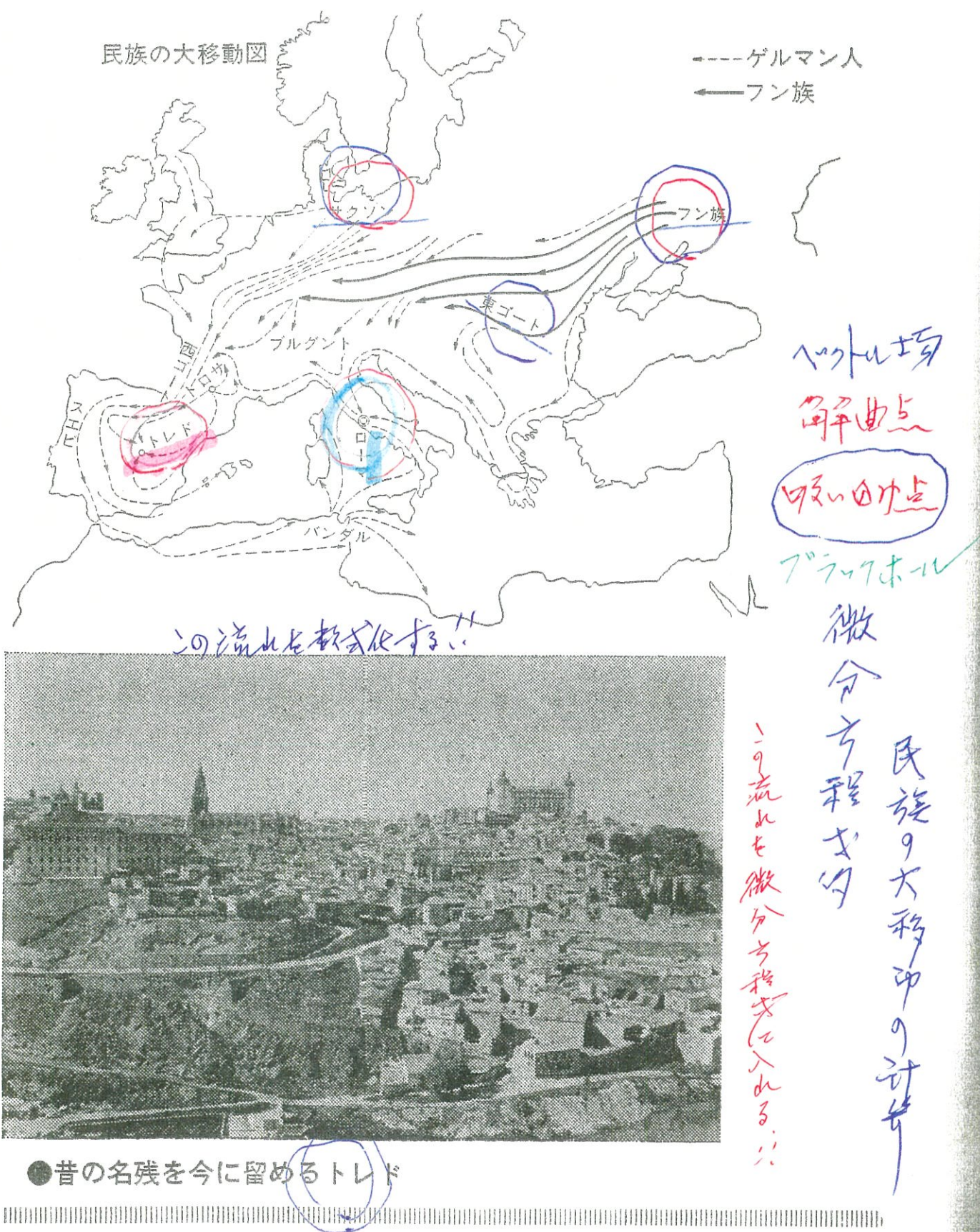
$$\frac{d^2y}{dx^2} + f(x)\frac{dy}{dx} + g(x)y = h(x) \text{ ④ 2階1次の "$$

A	対する効果は	a	} 線形形の関係
B	"	b	
$A+B$	"	$a+b$	

$$\frac{d}{dx}(A+B) = \frac{dA}{dx} + \frac{dB}{dx}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(A+B) = \frac{d}{dx}\left(\frac{dA}{dx} + \frac{dB}{dx}\right) = \frac{d^2A}{dx^2} + \frac{d^2B}{dx^2}$$

★なるほどゼミナール



ゲルマン民族大移動

三七五年に始まるとされるゲルマン民族の大移動。これは東のほうからフン族（モンゴ系といわれる）が今のハンガリー周辺の東ゴート族の領土に侵入したことから始まりました。現在、ハンガリー人がモンゴル系である理由もそこにあります。

ところで、フン族の大移動はヨーロッパに住んでいたゲルマン民族の諸族に次々に波及し、次ページの図のようにドミノ・ゲームの様相を見せたのです。

これら諸族の移動状態の概要図を見ると、あたかもペク

トル場を見ていく錯覚に陥ります。すなわち、微分方程式として考えることもできるわけです。

微分方程式は台風の進路の予測にも使われました。人間の支配の及ばない自然現象の解明の一助になっていることがわかったと思います。

そしてゲルマン民族の大移動のように、人間行動についてもさまざまな考察をすることができるとは。たとえばペクトル場を考えるさいに無風地点とか不動点というものを考えましたが、その発展したものには吸い込み点があります。ブラックホールのようなものです。

次ページの図にも吸い込み点が見つかるでしょう。今のマドリッドのすぐ南（トレド）とローマの二点です。このことから、いろいろな部族が集結したために「さまざまな文化が集散したのではないか」と推測できます。

事実、刀剣をはじめとした武器製造や、金細工、羊毛工業が活発となったトレドは一一世紀から一六世紀にかけてはスペインの首都として栄えています。もちろん、トレドは紀元前からあった古い街ですが、民族大移動の吸い込み点となり、各地の文化が集結したことも見逃せない事実ではないでしょうか。

4. 現在高に比例して利息が付加される場合

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

↓

$$\frac{dx}{x} = a dt \quad \text{と両辺に} \frac{x}{x} \text{を乗じ、積分すると}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int a dt$$

$$\therefore \log x = at + c$$

$$t=0 \text{ のとき } x = A \text{ とする}$$

$$x = A e^{at}$$

$$x = e^{at+c} = e^{at} e^c$$

$$C \equiv A \text{ とする } A e^{at}$$

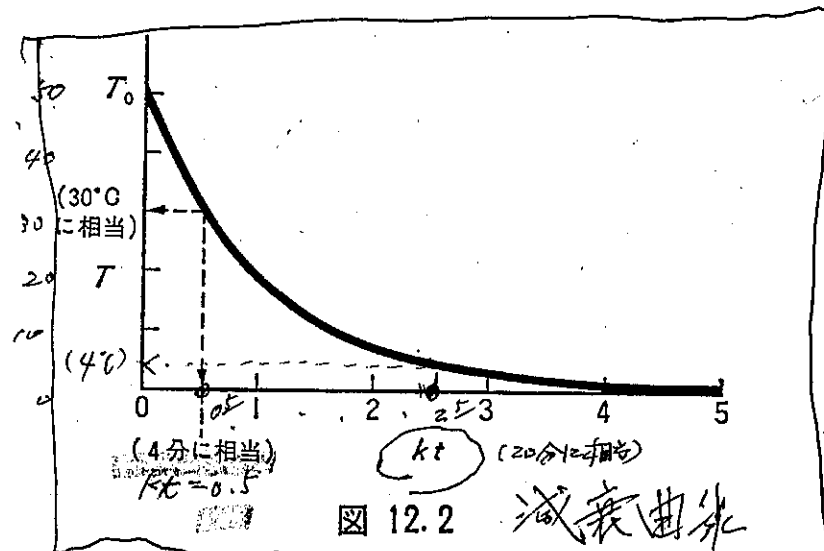
XII 微分方程式入門

ます。そうすると、図に小さな字で書き込んだように、

$$kt=0.5 \text{ が } 4 \text{ 分}$$

に相当することがわかります。したがって

$$k = \frac{0.5}{t} = \frac{0.5}{4 \text{ 分}} = 0.125/\text{分}$$



であることになります。この肉まんを、さらに16分間放置しておいたら、外気との温度差は、いくらになるでしょうか。

$t=0$ から通算すると、合計20分間だけ放置しておくかんじょうになりますから

$$kt = 0.125/\text{分} \times 20 \text{ 分} = 2.5$$

です。 kt が 2.5 のときの温度差

T は、図からすぐに読みとれます。約 $0.08 T_0$ 、つまり 4°C です。

図12.2を描くために使った e^{-x} の値を表に書いておきました。このグラフと表は、身のまわりの現象を説明するのに、非常に役だつことが多いからです。いまは、肉まんの温度を例にとりましたが、減少速度が現在高に比例するような現象が、私たちの身のまわりには、いっぱいあります。その一部を引き続きご紹介していきましょう。

x	e^{-x}	x	e^{-x}
0.0	1.000	1.0	0.368
0.1	0.905	1.5	0.223
0.2	0.819	2.0	0.135
0.3	0.741	2.5	0.082
0.4	0.670	3.0	0.050
0.5	0.607	3.5	0.030
0.6	0.549	4.0	0.018
0.7	0.497	5.0	0.0067
0.8	0.449	6.0	0.0025
0.9	0.407	7.0	0.0009

減衰曲線

水中に射し込む光は、途中でだんだんと吸収されてしまいます。し

8 半減期による方法

残量が元の量の $\frac{1}{2}$ になるまでの時間を寿命の長さとする

$$X = \frac{1}{2} X_0 \quad \text{で、}$$

$$e^{-kt} = 0.5$$

このときの寿命を半減期とよぶ。

$$\log e^{-kt} = \log 0.5$$

$$\log e = -\frac{1}{kt} \log 0.5$$

$$-\log e / \log 0.5 = kt$$

$$kt = 0.69314$$

See 6頁

ラジウムの場合

$$k \times 1622 \text{ 年} = 0.7$$

$$k \doteq 0.00043/\text{年}$$

$$0.69314 = k \times 1622$$

$$0.69314 / 1622 = 0.00043$$

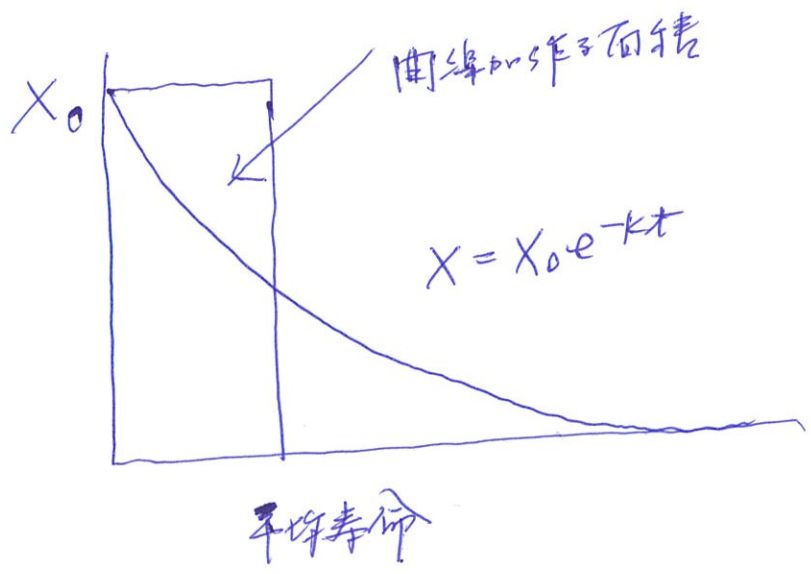
はしのラジウムの量の M_0 があるとして、

t 年後に残存しているラジウムの量 M は

$$M = M_0 e^{-0.00043t} \quad (t: \text{年})$$

物質によって半減期が一定しているため、ある物体に含まれている放射性物質の量を測れば、その物体が誕生して以来、何年を経過しているかを計算することになる。マンモスの化石から、マンモスの生息していた年代を推定している。

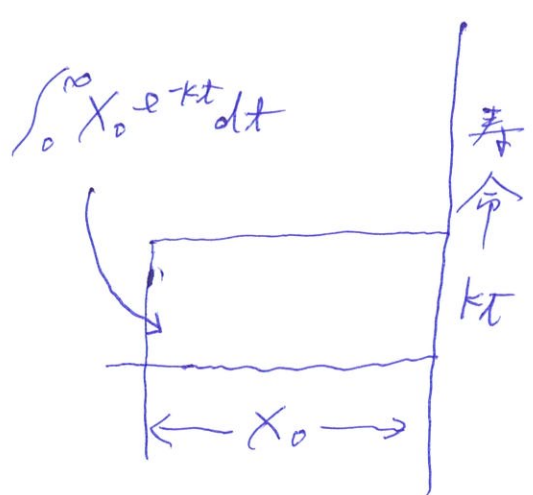
平均寿命の求め方



$$\int_0^{\infty} X_0 e^{-kt} dt = \int_0^{\infty} e^{-kt} dt = \left[-\frac{1}{k} e^{-kt} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{k}$$

平均寿命 $t = \frac{1}{k}$

$$X_0 e^{-k \cdot \frac{1}{k}} = X_0 e^{-1} \approx 0.37 X_0$$



半減期は $e^{-kt} = 0.5$

$kt \approx 0.7$

$t = 0.7 \frac{1}{k}$

$\therefore$ 半減期 $= 0.7 \times$ 平均寿命

10. トホレオンの法則

からす軍の兵数 K

とんわ T

敵軍の数が多ければ味方の犠牲者は多くなる

$$\frac{dK}{dt} = -\tau T \quad \text{--- (1)}$$

τ : トホレオンの能力
敵軍の犠牲や捕縛によって減少する定数

$$\frac{dT}{dt} = -\kappa K \quad \text{--- (2)}$$

κ : "
からす軍の能力

連立微分方程式

$$\textcircled{2} \times \tau T \quad \textcircled{1} \times \kappa K$$

$$\frac{\kappa K \frac{dK}{dt}}{\textcircled{A}} - \frac{\tau T \frac{dT}{dt}}{\textcircled{B}} = 0 \quad \text{--- (3)}$$

④を t で積分

$$\kappa \int K \frac{dK}{dt} dt = \kappa \int K dK = \frac{1}{2} \kappa K^2$$

⑤を t で積分

$$-\tau \int T \frac{dT}{dt} dt = -\tau \int T dT = -\frac{1}{2} \tau T^2$$

③の両辺を t で積分すると

$$\frac{1}{2} \kappa K^2 - \frac{1}{2} \tau T^2 = C \quad \therefore \kappa K^2 - \tau T^2 = c$$