第2回　組織再編税制

2020.01.13
2019.07.08
2018.11.05

会計と経営のブラッシュアップ
平成30年5月2日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業組織再編の会計と税務 山田淳一郎監修 2016.6 務経理協会刊)(組織再編税制を改めて読み解く　白井一馬・関根稔編著　2017.12 中央経済社刊)(実践ガイド企業組織再編税制　朝長秀樹編　2017.12 清文社刊)(組織再編税制・グループ法人税制　関根稔外編　2017.4 法令出版刊)

Ⅰ．基本的な考え方

組織再編税制は、それまで、ともすれば完全支配要件、支配要件、共同事業要件等と言う要件で語られる税法の観があり、難解であった。
しかし、平成29年度税制改正によって、立法趣旨によってシンプルに理解される方向へと変更された感がある。

区　分	組織再編税制	備　考
特例の概要	その法人が、その資産を「まだ持っている」と言い得る状態にある場合には、その資産は**「帳簿価額によって移転させる。」**移転資産は簿価引継ぎ(譲渡)が強制適用となる。	原則は時価移転である
税制の対象	(H13)　合併、会社分割、現物出資・事後設立	
	(H18)　株式交換、株式移転 非適格合併等における資産負債調整勘定の創設	差額のれんで5年間の均等償却
	(H22)　現物分配、適格現物分配 グループ法人税制の創設	
	(H29)　スピンオフ、スクイーズアウト 分割型分割の分割後の支配する者と分割法人との関係継続を不要とする改正(継続保有要件を分割承継法人のみとする)	
考え方	(1) 当事法人の資産の譲渡損益の取扱い (2)　〃　株主の株式の譲渡損益とみなし配当の取扱い	

組織再編税制の基本

(1) 含み益がある資産（土地：簿価100、時価120）の移転

	移転する側	移転を受ける側
⑤ ① 合併、株式交換、株式移転		
非適格	譲渡益 20	取得価額 120
適格	〃 0	〃 100

(2) 含み損がある資産（土地：簿価100、時価80）〃

非適格	譲渡損 △20	取得価額 80
適格	〃 0	〃 100

(3) 含み益がある資産（土地：簿価100、時価120）〃

⑧ 子法人との取引

非適格　子法人の評価益　20 → 子法人の簿価 120へ

適格　〃　0 → 〃 100で変わらず

⑧ (4) 完全子法人化する（　〃　）

非適格　子法人の評価益　20 → 子法人の評価 120へ

適格　〃　0 → 〃 変わらず

１．適格合併（税務処理）

(1) 被合併法人から合併法人への資産等の移転は簿価による。
(2) 被合併法人において、譲渡損益は発生しない。
(3) 被合併法人の利益積立金は、合併法人に引き継がれる。
(4) 被合併法人の旧株の譲渡損益は発生せず、みなし配当も生じない。
(5) 平成 22 年度税制改正
  ① 合併法人において増加する資本金等の額の計算方法
  ② 合併法人において増加する利益積立金額の計算方法
(6) 支配関係等の定義(H22 改正)
  ① 完全支配関係
    「一の者」が法人の発行済株式等の全部を直接若しくは間接に保有する関係。100％兄弟会社間、100％グループ内の三角合併を含む。
  ② 支配関係
    50％超の関係
(7) 無対価合併は原則として非適格合併となるが、企業グループ内の合併で、単に対価の交付を省略しただけと考えられる場合は適格合併として扱われる。
(8) 増加する資本金等の額
  適格合併により、合併法人において増加する資本金等の額は、被合併法人の合併の日の前日の属する事業年度終了時の資本金等の額から、合併による増加資本金額等及び抱合株式の帳簿価額の合計を減算した額となる。
(9) 利益積立金額
  純資産の額－増加した資本金等－抱合株式の帳簿価額
(10) 抱合株式
  ① 合併法人が合併前から保有している被合併法人の株式をいう。
  ② 抱合株式については、合併交付株式等の割当てを行わない場合にも、税法上は新株割当が行われたものと合併法人においてみなし配当の計算を行う。 （非適格合併）
  ③ 適格合併の場合は、抱合株式の帳簿価額を資本金等の額から減算する。
  ④ 譲渡損益の計算は行わない。

株式の割当を行わず？

適格合併 注意事項 (同一グループ内)

(1) 適格要件を満たすか —　(税法上の問題はない)

(2) 被合併法人及びその株主に贈与等の課税関係が生じないか。

(3) 欠損金の繰越控除、特定資産の譲渡損失の損金算入

Ⓐ (4) 株主である親族間のみなし贈与は OKか。
(適格であっても、株主間において価値の移転、贈与は生じないか)

(5) 相対取引としての企業の適正な交換価値。

↑

1. このための合併比率の適正化

合併会社の1株当りの価値の算定　　被合併会社の1株当りの価値の算定

時価純資産評価

Ⓑ (1) 個人間の場合は、相続税法上の株式評価　・相続税評価 ㊟

(2) 法人が関係する場合は、土地等は 有税等時価
(評価差の法人税相当額は控除しない)
(法基 1-9-14)　上会社評価 ㊟

↑

合併比率の算定においてはまずい?
但し、株主への贈与(上記Ⓐ)は、㊟
結果的に Ⓑ で生じないのではないか。

3

第1編

〈適格合併判別フローチャート〉

（1）合併に際して交付するのは合併法人株式または合併親法人株式いずれか一方の株式だけである。すなわち，現金等の株式以外の財産の交付は行われない。
→ No：非適格合併
↓ Yes

（2）被合併法人と合併法人との持分関係が（合併の前後ともに）100%になっているか。(注)
→ Yes：適格合併
↓ No

（3）被合併法人と合併法人との持分関係が（合併の前後ともに）50%超になっているか。
→ Yes：（4）へ
→ No：（5）へ

（4）次の2つの条件を満たしているか。
①被合併法人の合併直前の従業者のうち，おおむね80%以上に相当する数の者が合併後に合併法人の業務に従事することが見込まれていること
②被合併法人の合併前に営む主要な事業が合併法人において合併後に引き続き営まれることが見込まれていること
→ Yes：適格合併
→ No：非適格合併

（5）被合併法人と合併法人とが共同で事業を営むための合併で，次の①～⑤（被合併法人の株主が50人以上である場合には①～④）の要件をすべて満たしているか。
①被合併法人の合併前に営む主要な事業と合併法人の合併前に営むいずれかの事業とが相互に関連するものであること
②被合併法人の合併前に営む主要な事業とそれに関連する合併法人の合併前に営むいずれかの事業のそれぞれの売上金額，従業者数，それぞれの法人の資本の金額若しくはこれらに準ずるものの規模の割合がおおむね5倍を超えないこと，又は合併前の被合併法人の特定役員（前頁参照）のいずれかと合併法人の特定役員のいずれかとが合併後合併法人の特定役員となることが見込まれていること
③被合併法人の合併の直前の従業者のうち，その総数のおおむね80%以上に相当する数の者が合併後に合併法人の業務に従事することが見込まれていること
④被合併法人の主要な事業で合併法人の事業と関連するものが合併法人において合併後に引き続き営まれることが見込まれていること
⑤合併の直前の被合併法人の株主で合併により交付を受ける合併法人の株式または合併親法人株式のいずれか一方の株式（議決権のないものを除く）の全部を継続して保有することが見込まれる者が有する被合併法人の株式（議決権のないものを除く）の数を合計した数が被合併法人の発行済株式（議決権のないものその他一定のものを除く）の80%以上であること
→ Yes：適格合併
→ No：非適格合併

非適格合併

適格合併

適格以外
注意事項!!

（注）　従業員持株会及びストックオプションにより取得した株式が5%未満である場合は，持分算定上これらの株式を分母から除きます。また，上記の持分関係には親子関係の他，合併当事会社が兄弟関係で，かつ，合併後に株式の継続保有が見込まれるものが含まれます。

Q&A 企業組織再編の会計と税務 山田淳一郎監修 H22.10 税務経理協会 発行より

2．適格合併と事業譲渡

2016.01.21

1. 適格合併（株式交付）の税務処理

A社(合併側)

資産	185	負債	80
B社株	15	資本	120

B社(被合併)

資産	100	負債	70
(含み益	10)	利益積立金	10
		資本金等	20

A社(合併後)

資産	~~270~~ 285	負債	150
		資本	~~150~~ 140
		自社株	△~~30~~ △15
		利益積立金	10

株主

※被合併法人の資産には含み益10がある。
※合併法人に株式を割当交付
※B社株は抱合株式となる

(1) B社の資産等移転時の仕訳

(借)	負　債	70	(借)	資　産	100
	利益積立金	10			
	新株式	20			

(2) B社の資産等移転後のB／S

新株式	20	資本金等	20

(3) 次にB社が移転資産等の対価として取得したA社の株式は、直ちにB社の株主に交付したものとして取り扱われる。

(4) B社から株主への株式交付時の仕訳

(借)	資本金等	20	(借)	新株式	20

(5) A社がB社から資産等を受入れたときのA社の税務処理

(借)	資　産	100	(借)	負　債	70	
				資本金等	20	※
				利益積立金	10	

※資本金、資本準備金の割り振りは合併契約書で決める。
※無対価の場合は合併差益(資本準備金)となる。

(6) 抱合株式の処理

(借)	資本金等	15	(借)	B社株式	15

(被合併欠損)

資 産	170	負債	80	資産	50	負債	70	資産	220	負債	150
B社株	30	資本	120			資本	△20			資本	100
										自社株	△30

2. 無対価合併（**無対価合併**）

資 産	170	負債	80	資産	100	負債	70	資産	270	負債	150
B社株	30	資本	120			資本	30			資本	120

※B 社株の表現は？

資 産	170	負 債	80	資産	50	負債	70	資産	~~270~~	負債	150
B社株	30	資 本	120			資本	△20		~~250~~	資本	120
									220	未処理欠損	△20
										合併差損	△30

※B 社株の表現？

3. 事業譲渡

A 社(譲受側)

資産	200	負債	80
		資本	120

B 社(譲渡側)

資産	100	負債	70
		資本	30

A 社(譲受後)

資産	300	負債	150
		未払金	30
		資本	120

↓

未収金	30	資本	30

4. A 社の B 社株

↑

A 社

資産	170	負債	80
B 社株	30	資本	120

譲受財産

資産	100	負債	70

A 社(譲受後)

資産	270	負債	150
B 社株	30	未払金	30
		資本	120

※B 社株は、譲渡又は償却できるか

5. B 社欠損の場合

A 社

資産	170	負債	80
B 社株	30	資本	120

B 社

資産	100	負債	120
		資本	△20

A 社

資産	270	負債	200
B 社株	30	資本	120
営業権	20		

資産負債差額

↓

B 社

資産	0	負債	0
		資本	△20

(問) A親会社は、5年前に別の所有者からB欠損会社(青色欠損金△45百万円)の全株式を取得して、B社を100%子会社としました。

(答) 5年超50%超の支配関係ですね。5年の期間計算に注意して下さい。

5年超の支配関係があったか否かの判定は、適格合併を例に条文どおりに説明すれば、次の日のいずれか最も遅い日から継続して支配関係があったかどうかで判定する（法法57③)。

1　適格合併の日の属する事業年度開始の日の5年前の日
2　合併消滅会社の設立の日
3　合併存続会社の設立の日

特に、1については、支配関係発生の日から合併の日までの期間で判定するのではなく、合併があった事業年度開始の日までの期間で判定することに注意が必要だ。なぜなら、承継する被合併会社の青色欠損金は、それぞれ合併会社の直近の事業年度の青色欠損金として位置付けられるからだ。だから、事業年度開始の日から遡って5年の事業年度が判定要素となる。

(問) その後B子会社の利益は年1百万円程度で、現在△40百万円の青色欠損金が残っています。

(問) 今回A親会社は、B子会社を吸収合併することになりました。B子会社の青色欠損金は、今後のA親会社の利益から差引(損金算入)くことはできるでしょうか。子会社化する前の青色欠損金ということで少しひっかかります。欠損金を利用した過度の節税にならないでしょうか。

(答)　問題ありません。
(答)　ではなぜ、要求される期間は５年なのか。組織再編成税制が創設された平成１３年当時、青色欠損金の繰越期間が５年だったことが、その理由だと考えている人達が多いと思うが、それは違う。

会計法は、国の債権は５年を経過すれば援用を要せず時効消滅し、国の債務も５年を超えれば援用を要せず時効消滅するとしている（会計法３０、３１）。つまり、国は、５年を超えた過去の債権債務関係は問えないのだ。

そのため、その後の税制改正によって、青色欠損金の繰越期間が、７年、９年、１０年と延長されたが、支配関係の継続が要求される期間は５年のままなのだ。

合併から５年を遡った時点で支配関係があれば、その時点における青色欠損金、あるいは含み損が、支配関係が成立する前に発生したのか否かを問えない。仮に、青色欠損金が７年前に成立した会社を６年前に買収して子会社にしたのであれば、それは含み損を外部から手に入れたことになり、理屈では合併によって引き継ぐことはできないはずだ。しかし、５年よりさらに昔に生じた欠損金と支配関係発生の前後関係を、国は問うことが出来ない。

７年前には発生した含み損が、支配関係が成立した後に実現したとしても、５年を遡って含み損の発生原因を解明することは出来ない。５年を遡って君の過去は問わない。それが会計法の思想だ。

No. 1
DATE 経済学

経済学

① 経済全体と市場

竹田陽介先生「経済学」 2019.03.04
2020.01.13

1. 経済全体の最適な行動

所与の制約条件（1日24h、生涯賃金……）の下で

最小の費用によって

最大の効用（満足度）を得ること

家計	効用の最大化	（ユーザー）	
企業	利潤最大化	（企業）	
政府	社会厚生の最大化	（政府）	← これに、私企業や社会が過度に取組むことはない。

将来、長期の満足度

2. 時間という希少な資源、

予算制約

時間と効用（効率）

例えば SDGs など

3. 限界効用 … 追加的な効用

限界効用逓減の法則

4. 制約条件

制約条件を企業やユーザーが取組みすぎるのは良くない!!

SDGs

企業：ユーザーの視点が大切である。

本末転倒を起こしてはならない

沖縄事業
再生通信

家族と経済学

上智大学経済学部 教授　竹田 陽介

◆「家族の経済学」

シカゴ学派と呼ばれる経済学の学派がある。米国シカゴ大学の学風である。差別、犯罪、麻薬、政治、格差、そして家族、あらゆる人間行動は、合理的な選択の結果として分析できると考える。なかでも、ゲーリー・ベッカー教授は「家族の経済学」という分野を開拓し、ノーベル経済学賞を受賞した。故ベッカー教授の代表作 *"A Treatise on the Family"* (Harvard University Press, 1981) で示された「放蕩息子の定理」は、シカゴ学派を代表する考え方のひとつである。

家族には「財布の紐」を握る家父長が存在する。家族の構成員すべての効用を「利他的」に考えている。家族全体の効用を最大化するように、家父長は最適な所得の配分を行う。そのとき、家族の構成員が消費することによって得る「限界効用」は、構成員の間で均等化する。

放蕩することに効用を感じる「放蕩息子」が家族のなかにいるとしよう。その放蕩息子は、家父長が利他的であることを知っている。息子が放蕩すると、家族の他の構成員のための所得配分が減るため、構成員の消費の限界効用が上昇する。家族のすべての構成員の限界効用を均等化させる所得配分を行う家父長は、息子への所得を減らし、その限界効用を上昇させる。そうした家父長の利他的行動を予想する息子は、結局放蕩を諦めてしまう。つまり、財布の紐を握る家父長の利他性を家族全員が知っていれば、無駄な消費支出は起こらなくなる。

◆ 家族と市場

シカゴ学派を代表するもうひとつの考え方は、ベッカー教授と同じくノーベル経済学賞を受賞した故ロナルド・コース教授の企業観である。「ヴェール」としての企業を想定する法人擬制説の立場に立ち、企業とは3つの資産の集合体と考える。第一には、資本市場から調達される実物資産、第二には、金融市場から調達される金融資産、第三に、労働市場から調達される人的資産である。

コース教授の "The Nature of the Firm" *Economica* vol. 4, 1937, pp.386-405は、資産の集合体であるヴェールとしての企業、資産を調達する場である市場、両者の境界はどのように決まるかを問うた。決定要因は、中間投入物に関わる「取引費用」の多寡にある。中間投入物を企業自体が内製するか、市場取引により調達するかの二者択一それぞれにおいて、取引費用が発生する。内製の場合、資産の集合体である企業内部の部門間の調整や各業務の監視等にコストがかかる一方、市場取引の場合には、時間と資源の費用が伴うことになる。取引費用の相対的に低い選択肢が選ばれ、企業と市場の境界が決まると考えるのが、コース教授の企業観である。

コース流の企業観は家族観にも当てはまる。家族とは、企業の所有者に当たる家族構成員が、企業の純所得に当たる可処分所得を用いて、企業の配当に当たる消費、企業の内部留保に当たる貯蓄を行い、企業の資本に当たる富を蓄積する。企業と市場の境界と同様、家族と市場との境界も、家族構成員間で発生する家事労働サービスに関わる取引費用の多寡により規定されると考えられる。

◆ 家族の風景

シカゴから離れ、「ジャーナリストや研究者、芸術家や公衆、科学者や編集者が切望している」『社会学的想像力』（ライト・ミルズ著・伊奈正人＝中村好孝訳（ちくま学芸文庫、2017年［初版1959年］））を頼りに、家族の「風景」を眺めてみよう。

一方で、世界でいま何が起こっているのかを、他方で、彼ら（人々）自身のなかで何が起こりう

るのかを、わかりやすく概観できるように情報を使いこなし、判断力を磨く手助けをしてくれるような思考力

は、現代における家族の風景を前にして何を語るだろう。

社会学者エミール・デュルケームの『社会分業論』(田原音和訳(ちくま学芸文庫、2017年[初版1893年]))は、「分業」に基づく有機的な社会的連帯の可能性について考察した。

家族の歴史は、その当初から、たえざる分解運動にほかならないとさえいえるのであって、その分解過程において、これらの多様な諸機能は、初めは未分化であり混合していたものが、少しずつ分離していって、別々に構成され、さまざまの親族のあいだに、その性、年齢、従属関係にしたがって、その各人が家族的社会のそれぞれ特殊な機能担当者となるような仕方で、分配されるようになる。したがって、この家族的分業は、付随的・二次的な一現象にすぎないどころか、逆に、家族の全発展を左右するものなのである。

『21世紀家族へ―家族の戦後体制の見かた・超えかた』(有斐閣選書、1994年)の著者落合恵美子教授は、

日本とは逆に、家族に頼らなくても生きていける制度を作った北欧では、婚姻率や出生率が上昇に転じつつある。世界では「家族主義は家族を壊す」が定説です。家族の相互依存を必然とする制度を作ると、家族が互いの負担になり、家族は壊れる。柔軟性こそが日本家族の伝統なんです。(「毎日新聞」2017年3月1日夕刊)

と話す。霊長類学者の山極寿一教授は、『都市と野生の思考』(鷲田清一との共著。集英社インターナショナル新書、2017年)のなかで、

人間も基本は家族なんだけれども、それより大きなコミュニティをつくるようになった。だから人間社会は、テリトリーをつくることになったのだと思います。…家族を中心に据えていると、テリトリーは生まれないのです。…コミュニティができて定住すると、コミュニティ同士の争いが起きますね。すると土地を守る男たちが力を持つようになり、父権的な社会になるわけです。けれども、本来は母系的な社会が人間の原型だと僕は思います。コミュニティごとに土地を所有するようになって集団の輪郭があらわになり、集団同士が拮抗して境界が生まれる。これは男の論理といえるでしょう。

と語る。

◆ 新しい経済学における家族

「家族的分業」「家族の柔軟性」「家族対コミュニティ」などをキーワードとする家族の風景の「物語」は、シカゴ学派の家族観をどのように変貌させるか。

近年、事業承継に関する研究のため頻繁に訪れる沖縄では、地域コミュニティを含めた地縁・血縁に基づく拡大家族の相互扶助の精神が垣間見られる。本島での親族模合、門中墓、訃報広告、宮古でのオトーリの風習はその代表例だ。独自の言語を用いて結び付き、社会的なアイデンティティを呈してきたウチナンチュは、今も多くのリスクに囲まれる。1人当たり県民所得、就業率、完全失業率、有効求人倍率が全国最低。人口増加率、出生率、老年人口割合は目立って良好、婚姻率が高い一方、離婚率、母子世帯割合は全国1位。子どものいる世帯の1人当たりの可処分所得が貧困基準を下回る世帯の比率(子どもの貧困率)は、全国水準の倍近い値。さらには、保険加入率が全国最低である。

家族が、教育・就労・結婚・離婚・出産・遺産相続などのライフサイクルにおける集合的な意思決定の主体であるのは間違いない。集合的な意思決定に際して、社会的分化を経た現代の家族では、顔の見える家族内のみならず、匿名性の担保される市場取引に頼るかたちで分業が図られてきた。家族と市場の境界を決める要因は、シカゴ学派の考える取引費用を生む資源配分の問題だけではない。むしろ、沖縄の家族が示しているのは、リスクの配分、リスク・シェアリングの重要な役割ではないか。落第、引きこもり、失業、離婚、障害、骨肉の争いなど人生の様々なリスクに対して、家族内でリスク・シェアリングを図るか、保険機能をもつ金融市場の働きに任せるか、その相対的な不完全性が家族と市場との境界を画すると考えられる。

リスク・シェアリングを通じた家族と市場の境界の決定に関する研究は始まったばかり。新しい経済学は、沖縄の家族から始まる。

◆

2. マクロ経済における価格と数量

(1) 価格と数量

	労働市場	財・サービス市場	貨幣・資本市場
価格	賃金	物価	利子率
		消費者物価指数	コールレート
			国債利回り
数量	雇用量	生産量	貨幣量
	有効求人倍率	GDP	マネーサプライ

(2) 価格と数量 ― どちらの要因で動いたのか

名目値と実質値

経済現象は動いたのか？

日本では1970年代以降継続している。国際収支は，国際通貨基金（IMF）による国際収支マニュアルに準拠して作成されるため，国際比較が可能であり，SNAとも整合的に作成されている。国際収支は複式簿記で記録されている。たとえば，パソコンなどの財貨・サービスが輸出されると貸方に輸出増が計上され，借方に対外資本の増加（現金等の受取）として同額が計上される。また，輸入の場合は，借方に輸入増が計上され輸入代金の支払いとして，貸方での資本の減少として同額が計上される。したがって，国際収支では財貨・サービスの移動を示す経常収支，資金の流れを示す資本収支の両方から対外取引を観察することが可能となる（表2-5)。

ケース・スタディ：失われた10年

誰が名づけたかは定かではないが，1990年代を「**失われた10年**」と評することがある。具体的に，1990～99年の10年間について，マクロ変数の動きをみると（表2-6)，フロー変数である経済成長の低下から，失業率，財政状況，国富などのストックは悪化した。名目的な経済水準（名目GDP）は1997年度520.1兆円をピークに，2002年度には497.6兆円へと22.5兆円も減少した。戦後の景気循環ではみられない深刻な状況となった。経済政策面では，財政赤字が継続し，政府の長期債務残高はこの10年間で400兆円近く増加した。このまま何も施されないとすると将来の財政赤字は危機的な状況となり，2025年の潜在的な国民負担率（国民所得に占める租税および社会保障負担の割合のこと）は70％に達するとの予測もある。金融政策はゼロ金利から量的緩和政策に転換したが，金融政策は限界に達していると考えられる。

このように，1990年代以降，日本経済は大きな重石にあえいでいる。しかし，変化の兆しもみられる。たとえば，財政再建から公共事業の減額は進み，GDP比でみた公的固定資本形成は戦後では最低水準にある。当初は，賃金抑制を目的として正社員のパートタイム化が進んだものの，派遣社員などが新たな雇用形態として定着しつつある。女性の社会進出で正規の労働時間よりも1日の労働時間が短く，平日のうち一部しか働かないという短時間労働者が増加した。また，景気対策の一環として規制緩和も進められた。その結果，電話料金，航空運賃など，これまで規制で国際的にも高かった料金

表 2-6　失われた 10 年の比較

		期	単位	1990年	1999年	2002年	変動幅		ピーク	
							1990⇒1999年	1999⇒2002年		
経済成長	名目 GDP	年度	兆円	450.0	508.0	497.6	58.0	−10.4	520.1	97年度
	実質経済成長率	過去10年間	%	3.7	1.1	1.2	−2.7	0.1	3.7	81–90 年
	労働力人口（伸び率）	暦年	%	1.8	−0.2	−0.9	−2.0	−0.7	1.9	91 年
	資本ストック（伸び率）	暦年	%	6.1	3.1	0.2	−3.0	−2.9	9.0	91 年
産業構造	第 1 次産業	暦年	%	2.5	1.5	1.3	−1.0	−0.2	2.5	90 年
	第 2 次産業（製造業のみ）	暦年	%	26.7	21.9	20.5	−4.8	−1.4	26.7	90 年
	第 3 次産業	暦年	%	64.7	70.0	71.0	5.3	1.0	71.0	2002年
生活水準	家計エンゲル係数（全世帯）	年度	%	25.4	23.7	23.3	−1.7	−0.4	25.4	90年度
	家計貯蓄（可処分所得比）	年度	%	16.9	19.4	17.7	2.5	−1.7	19.9	98年度
	租税負担（国民所得比）	年度	%	27.6	22.6	21.8	−5.0	−0.8	27.6	90年度
	社会保障負担（国民所得比）	年度	%	10.6	13.3	14.3	2.7	1.0	14.3	2002年度
	総実労働時間	年度	時間	2052.0	1842.0	1837.0	−210.0	−5.0	2052.0	90年度
	失業率	年度	%	2.1	4.7	5.4	2.6	0.7	5.4	2002年度
資産資本	国内総固定資本形成(名目GDP比)	年度	%	32.6	26.3	24.0	−6.3	−2.3	32.6	90 年
	国富（名目 GDP 比）	暦年	倍	7.9	5.8	5.6	−2.0	−0.2	7.9	90 年
	金融資産（名目 GDP 比）	暦年	倍	9.9	11.2	11.1	1.3	−0.1	11.2	99 年
	対外純資産（名目 GDP 比）	暦年	%	11.2	16.7	35.2	5.5	18.5	35.8	2001年
財政	財政赤字（名目 GDP 比）	暦年	%	2.6	−7.7	−8.2	−10.3	−0.5	2.6	90年度
	政府長期債務残高	年度	兆円	265.8	600.3	698.0	334.5	97.7	698.0	2002年度
物価	GDPデフレータ(伸び率)	暦年	%	2.4	−1.7	−1.8	−4.1	−0.1	2.7	91 年
	消費者物価指数（伸び率）	暦年	%	3.1	−0.3	−0.9	−3.4	−0.6	3.3	91 年

（出所）　内閣府経済社会総合研究所『国民経済計算年報』などより作成。

は大幅に低下することとなった。

分配面からみた GDP

一国の生産活動は，生産要素として用いられた労働および資本への対価，つまり分配（所得）面からも把握することができる。労働に対しては，その労働量に見合った賃金が支払われ，土地などの資本が家計から提供されたものであれば，賃貸料などを受け取ることになる。このように生産活動への報酬として支払われた所得は，**要素所得**と呼ばれている。

要素所得は，雇用者報酬と営業余剰とに区分される。雇用者報酬とは，現金給与のほか，現物給与，社会保障の雇主負担分，および退職金などで構成されている。したがって，不況期に企業の業績悪化からリストラを行うと，退職金払いが増加し，他の賃金関連統計ほど低下しない状況がみられる。他方，営業

レッスン1　　CD経済　①　2019.04.27　2

平成の10の愚策　竹中平蔵　平成の経済政策と選挙の30年 から

2020.01.14

平成の成長を鈍らせた政策

1、90年代に連発した総合経済対策

(1) 公共投資頼みに終始し、バランスシート調整を先延ばしにした。

92.8	総合経済対策	10.7兆円	(真水4.7兆円)

真水ではないもの 土地の購入費や制度資金の枠など

生産活動には直接寄与せずGDPを増やさない

93.4	新総合経済対策	13.2兆円	(真水5.9兆円、減税0.2兆円)
93.9	緊急経済対策	6.2兆円	(〃 1.2兆円)
94.2	総合経済対策	15.3 〃	(〃 3兆円、減税5.9兆円)
95.4	緊急・円高経済対策	7.0 〃	(〃 0)
95.9	経済対策	14.2 〃	(〃 5.4 〃)
98.4	総合経済対策	16.0 〃	(〃 6.5兆円　〃 4.3 〃)
98.11	緊急 〃	17.9 〃	(〃 7 〃　〃 6 〃)
99.11	経済新生 〃	18.0 〃	(5.6 〃)
00.10	日本新生のための新発展政策	11.0 〃	(4.9 〃)

日本はその場しのぎの経済対策を連発することで

かろうじてマイナス成長を回避していた。

(2) サプライサイドの正常化や強化には、手をつけなかった

デマンドサイド政策　　需要を拡大する

サプライサイドの改革　　サプライサイドの改革によって需要面でマイナスが出るような場合にデマンドサイドの政策が意味を持つ。

サプライサイドを正常化するのが、不良債権処理、さらに強化するのが規制緩和であり、成長戦略である。
これらをまとめたものが、構造改革である。

最大の問題は　バランスシートが傷んでいること

バランスシートに穴が開くと

個人は、大きな消費ができず
企業は、設備投資ができず
銀行は、新規の融資ができない

——— だから不況が続く
公共事業頼みとなる。

(3) デマンドサイド政策の問題点

三方よし

(1) 公共事業は政治家よし　　地元にお金を落として、土建業者から献金をすい上げるから公共事業はおいしい

(2) 官僚よし　　自分たちの裁量が増えて大喜び

(3) 企業よし

「日本よし」
但し、「世間よし」とはならない　　人のお金を使って…

2、才2の愚策

住専に対する公的資金の注入

(1) 住専は、本来 銀行から金を借りて住宅ローンを貸し出すノンバンク

ところが、個人向け住宅ローンという本業を忘れた 地上げ屋まがいの

土地買い漁りに狂奔した。

そこにバブル崩壊が起こり、不動産価格が下がり、大量の不良債権を抱えた。

—— 住専問題 ——

(2) この住専に「銀行」として カネを貸し出していたのは 農協だった

—農林中央金庫、各県の信用組合連合会、全共連

(3) 95夏 大蔵省が 住専へ 立入り調査

—住専全体で総資産の半分に達する 6.4兆円の

損失が判明

(4) 母体行責任論

(5) 貸し手責任論

(6) 結局 母体行、一般行、農林金融が債権放棄

(7) (6)の不足分 7千億円を公的資金注入

住専7社を消滅させる

(8) 農協が潰れかねないから、住専に金を入れて救う

3、第3の愚策 ― 最大の愚策

日本銀行の金融政策、非常に罪が深い

(1) バブル後不況の最大の責任者

(2) 平成10年代に成長を鈍らせ、改革を阻み、
多くのものを失わせた 日銀の責任は甚大であった

(3) 株式、土地バブルの 86.9～89.12 まで
消費者物価の上昇率は1%以下だった

(4) 物価水準は安定しており、株と土地の資産価格だけが
異常な上昇を示していた

(5) このころの日銀の議論

① 日銀はマネーの出しすぎ ―― マネーを絞るべき

② マネーの出しすぎではない ―― ミクロの話 株と土地に限られた問題

(6) 大蔵省は

① 株に対しては、証券会社の損失補填の禁止

② 土地に対しては、土地関係融資の総量規制

(7) ソロスチャート

通貨供給量と為替相場には、強い相関性があり、円・ドルの為替レートは
日米のマネタリーベースを比較すれば、説明できる

(8) 95.3 従って、極端な円高のときは、日米のマネタリーベースの違いを踏まえて
円の供給量を増やし、円安に誘導すべきであった（日銀はそれをやらなかった）

(9) 97.11 金融機関の連鎖倒産　4兆円の日銀特融、はよいとして
一方で同時の金融引締め

(10) 日銀第4の失敗
00年のゼロ金利の解除

(11) 第5
06 量的緩和の解除

(12) 日銀のバランスシートが大きくなってしまう ——「だから何だい？」
ローレンス・サマーズ 財務長官

(13) 第6の失敗
08年のリーマンショック後の円高が起こったとき、マネタリーベースを
あまり増やさなかった。

(14) 原田泰 日銀審議委員
日銀は、90年、97、00、06、08と
およそ5年に1回のペースで金融政策に失敗している
失敗のたびに実質GDPが減少する

(15) 経済学者フリードマンが ~~世界大恐慌~~の原因は、FRBが
積極的な金融緩和をせず、通貨供給量の減少を放置した
せいだと主張したとき、
FRBのバーナンキ議長が、「あなたは正しく、FRBは間違えた」
と答えた。

(4) コーポレートガバナンス

株主や従業員などの会社の利害関係者が企業を統制・監視し、健全で効率的な経営をさせる仕組み。企業統治

村上ファンドの村上世彰氏は、コーポレートガバナンスによる企業の意識改革を促った。

多くの資産を抱えているが、有効活用しない企業の株式を取得。

要は適切に儲けること。

儲けの機会を放棄してはいけない

それが、株主、従業員、取引先に還元されるから。

だからガバナンスは大切

三角関数

2020.01.13

No. 16

5、積を和にする公式

$26 \times 45 = 1170 \longrightarrow 1000 + 170 = 1170$

$$\begin{aligned}
&\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\
+)\ &\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \\
\hline
&\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta
\end{aligned}$$

$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$

$\sin\alpha\cos\beta = \dfrac{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)}{2}$

6、和を積にする公式

$1000 + 117 \longrightarrow 26 \times 45 = 1.170$

$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$(\alpha+\beta) = x$, $(\alpha-\beta) = y$ と置き換えると.

$$\boxed{\sin x + \sin y = 2\sin\alpha\cos\beta}$$

αの値

$$\begin{aligned}
&(\alpha+\beta) = x \\
+)\ &(\alpha-\beta) = y \\
\hline
&2\alpha = x+y \\
&\alpha = \frac{x+y}{2}
\end{aligned}$$

βの値

$$\begin{aligned}
&(\alpha+\beta) = x \\
-)\ &(\alpha-\beta) = y \\
\hline
&2\beta = x-y \\
&\beta = \frac{x-y}{2}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$$

角度の測り方

(1) 度数法　一回転を360°　度数で表わす

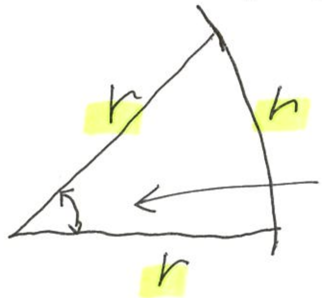
(2) 弧度法　ラジアン　一回転を 2π ラジアン　長さで表わす

弧の長さが半径 r に等しい扇形があるとする、

そのときの中心角を1（ラジアン）の角度と定めたのが

~~90度~~ 57度 ＝長さ

弧度法である。



1ラジアンと定めた

1ラジアン（≒57.3°）

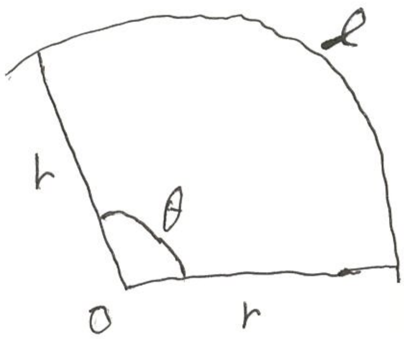
$\frac{\pi}{180} \fallingdotseq \frac{3.1415\cdots}{180} \fallingdotseq 0.01745\cdots$

こうすると、扇形の弧の長さは、半径 r と円周角 θ の積（rθ）

という単純な式で表わすことができる。

円の半径を r とすると、円周の長さは、2πr という

公式で求めることができる。



半径　r

弧の長さ　l

円周角　θ（弧度法）

$$l = r\theta$$

結局、角度は π を使って 2πラジアン と表わすことができる

$r\theta = 2\pi r \rightarrow \cancel{r}\theta = 2\pi \cancel{r}$

つまり、度数法の360°は、弧度法の2π

$y = \sin x$ の微分

導関数の定義 $f'(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ より

$$y' = \lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

この分子に 次の差から積への公式 をあてはめる

$$\boxed{\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

$$\sin(x+h) - \sin x = 2\cos\frac{(x+h)+x}{2}\sin\frac{(x+h)-x}{2}$$

$$= 2\cos\left(x + \frac{1}{2}h\right)\sin\left(\frac{1}{2}h\right)$$ となる

よって $$y' = \lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{2\cos\left(x+\frac{1}{2}h\right)\sin\left(\frac{1}{2}h\right)}{h}$$

上下に $\frac{1}{2}$ をかける

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cos\left(x+\frac{1}{2}h\right)\sin\left(\frac{1}{2}h\right)}{\frac{1}{2}h} = \lim_{h \to 0} \cos\left(x+\frac{1}{2}h\right)\frac{\sin\left(\frac{1}{2}h\right)}{\frac{1}{2}h}$$

ここで h を 0 に近づけると、$\cos\left(x+\frac{1}{2}h\right)$ は $\cos x$ に近づき、

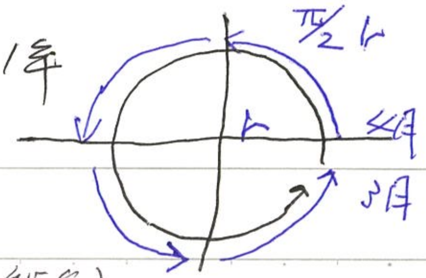
$\dfrac{\sin\left(\frac{1}{2}h\right)}{\frac{1}{2}h}$ は、1 に近づくことがわかる。

従って、$y' = \cos x$ となる。 つまり、$y = \sin x$ を微分すると、

$y' = \cos x$ になる

企業の1年

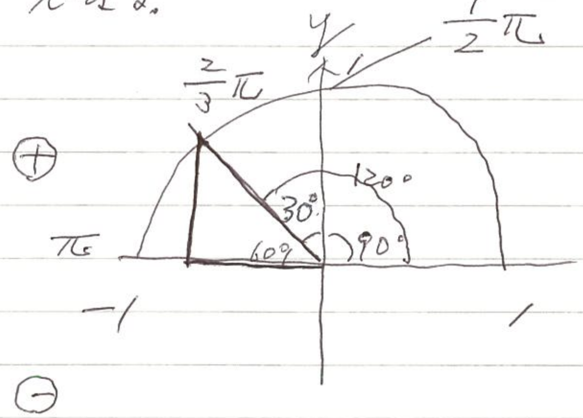
2πルトの成果



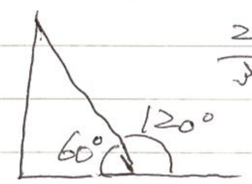
3、90度より大きいサインの値（一般角）

図形から定義した三角比では、$\frac{\pi}{2}$（90度）より大きな角度は考えられなかった。

しかし、x軸からの回転による一般角の場合は、x軸から$\frac{\pi}{2}$（90度）以上回転させても、単位円の中に直角三角形を作ることが可能、sin や cos の値を考えることができる。



sin 120°の三角形



4、関数とは数と数の関係

対応

波、周期波

サインは周期のある周期関数

サインカーブ　2πの周期をもつ、値は1と−1を超えない

コサインのグラフもサインと同じ2πを周期に持つ周期関数

サインカーブを$\frac{\pi}{2}$左横に移動したもの

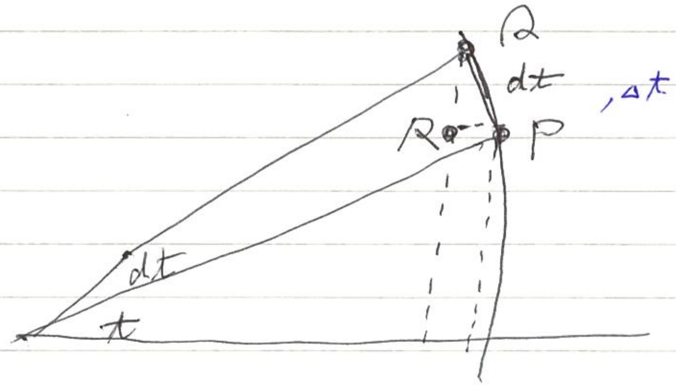
sin x に2を掛けると、波の幅を2倍に広げることができる　$y = 2\sin x$

$\sin t$ と $\cos t$ の導関数

t をごくわずか Δt だけ増やす。

このときの y 及び x の~~増える量~~ Δy 及び Δx は、

$$\begin{cases} \Delta y = \sin(t+\Delta t) - \sin t \\ \Delta x = \cos(t+\Delta t) - \cos t \end{cases}$$



Δt がきわめて小さければ、円弧PQは直線とほとんど区別できない。あるいは Δt が無限小であるとすると、はじめから直線である。

対応点

いずれにしても、3点PQRを三角形として考える。

斜辺は $PQ = \Delta t$ であり、角PQRは t となるので

$$\Delta y = \Delta t \cos t$$

$$\Delta x = -\Delta t \sin t$$ となる

これを Δt で割ると、

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta t \cos t}{\Delta t} = \cos t$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\Delta t \overset{\sin}{\cancel{\cos}} t}{\Delta t} = -\sin t$$ となる。

$\sin t$ の導関数は $\cos t$ であり、

$\cos t$ の導関数は $-\sin t$ となる。

$$(\sin t)' = \cos t$$

$$(\cos t)' = -\sin t$$

$y = f(t) = (t^2 - 3t + 5)\sin t$ の導関数は、

これは、2次関数 $(t^2 - 3t + 5)$ と $\sin t$ の積であるから、

積の法則を用いて、

$y' = f'(t) = (2t - 3)\sin t + (t^2 - 3t + 5)\cos t$ となる。

$y = \sin(t^3 + 4t - 2)$ の導関数は、

(1) これを2つの関数に分解して、

$y = \sin z$, $z = t^3 + 4t - 2$

(2) $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dz} \times \dfrac{dz}{dt}$ を使って.

(3) $\dfrac{dy}{dz} = \cos z$　　$\dfrac{dz}{dt} = 3t^2 + 4$ であるから

(4) $\dfrac{dy}{dt} = \cos z\,(3t^2+4) = (3t^2+4)\cos(t^3+4t+5)$

と求められる。

よって、$(\sin kt)' = k\cos kt$ が得られる。

$\cos kt$ の導関数についても

$(\cos kt)' = -k\sin t$

$y = \sin kt$ は

(1) $y = \sin z$, $z = kt$ の2つに分解して、

(2) 次に $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dz} \times \dfrac{dz}{dt}$ を使って

(3) $\dfrac{dy}{dz} = \cos z = \underline{\cos kt}$　$\dfrac{dz}{dt} = \underline{k}$ となり

(4) $\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dy}{dz} \times \dfrac{dz}{dt} = \underline{k}\ \underline{\cos kt}$ となる

作成日　.　.
作成者

(9) コサインを微分すると

$$
\begin{array}{ccc}
\sin x & \xleftarrow{\text{微分}} & -\cos x \\
\downarrow{\scriptstyle \text{微分}} & & \uparrow{\scriptstyle \text{微分}} \\
\cos x & \xrightarrow{\text{微分}} & -\sin x
\end{array}
$$

に

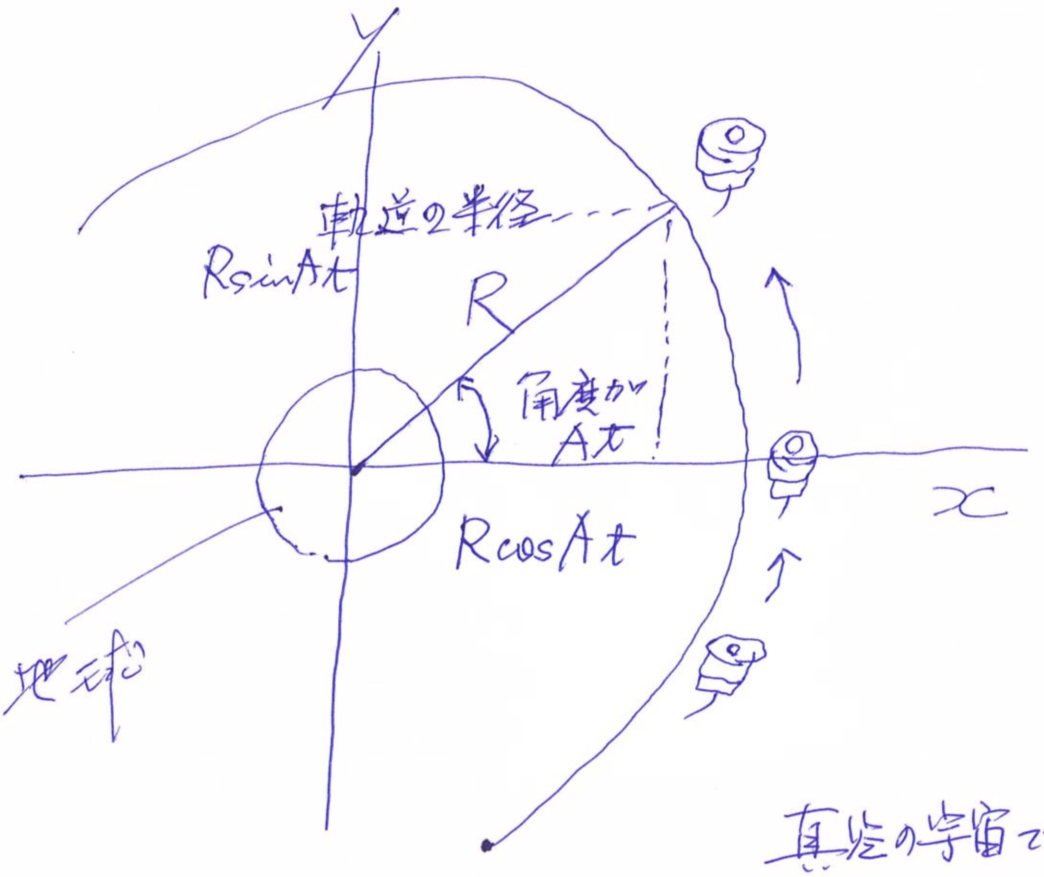
サインを繰り返し微分すると、ぐるぐる回る。サインとコサインは無限回微分できる

6、円周率の不思議（川の蛇行）

川の全長は、川の源流から河口までの直線距離のおよそ3倍になる。この値は平坦なところを流れる川ほど、円周率に近くなる。

$\frac{1}{2}\pi$ (1.57)　円 (3.14)

川の蛇行が半円に近い形になるためである。川の蛇行の性質を最初に指摘したのは、アインシュタインである。



真空の宇宙では、人工衛星は等速で動いているから、半径の人工衛星の位置は、$(R\cos At,\ R\sin At)$

x軸での位置　y軸での位置

↓微分

$\boxed{\text{この位置を微分すると速度になる}}$ $(-RA\sin At,\ RA\cos At)$ —①

これは速度を二つのベクトルに分けたものだから、速度はその大きさをとって、

$$v=\sqrt{(RA\sin At)^2+(RA\cos At)^2}$$
$$=RA \qquad \therefore A=\frac{v}{R}$$

$\boxed{A=\frac{v}{R}\text{を①に代入する}}$ $-v\sin\frac{v}{R}t,\ v\cos\frac{v}{R}t$

↓微分

$$\left(-\frac{v^2}{R}\cos\frac{v}{R}t,\ -\frac{v^2}{R}\sin\frac{v}{R}t\right)$$

速度を微分して加速度を求める

v …… 人工衛星の速度

R …… 軌道の半径

m …… 人工衛星の質量

位置

↓ 微分すると

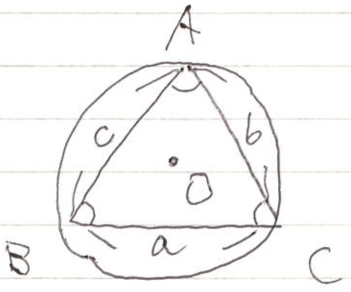
速度

↓ 微分すると

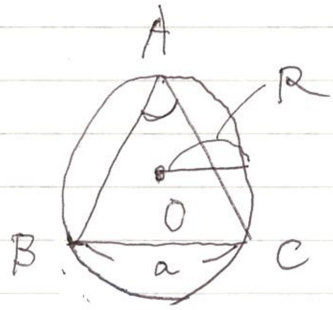
加速度

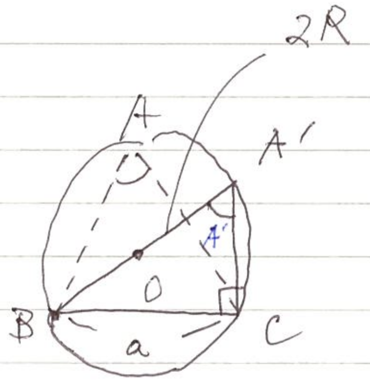
正弦定理の公式と証明

三角形ABCの外接円の直径を2Rとすると、



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$





$$\frac{a}{2R} = \sin A'$$

$$\frac{a}{\sin A'} = 2R$$

点AをA'の位置まで移動させ、辺A'Bが外接円の直径2Rとなるようにする。

円周角の定理より、角Aと角A'は同じ大きさなので、

$$\sin A = \sin A' = \frac{a}{A'B} \to = 2R$$

$$\sin A = \frac{a}{2R}$$

$\dfrac{2R}{\sin A}$ をかけると

$$2R = \frac{a}{\sin A}$$

よって、$\dfrac{a}{\sin A} = 2R$　同様に $\dfrac{b}{\sin B} = 2R$，$\dfrac{c}{\sin C} = 2R$ となる

指数、対数

2020.01.13

ローンの月々返済額

① a円を利率rでnヶ月預けたときの元利合計 $X = a(1+r)^n$円 ①

② 利率rで月々x円ずつ返済したときの

nヶ月後の元利合計の返済額 X ‖

$x + x(1+r) + x(1+r)^2 + \cdots + x(1+r)^{n-1}$

$$X = \frac{x\{(1+r)^n-1\}}{(1+r)-1} = \frac{x\{(1+r)^n-1\}}{r} \qquad \frac{x\{(1+r)^n-1\}}{r} \text{円} \quad ②$$

即ち、①=②であり、

$$① \; a(1+r)^n = ② \; \frac{x\{(1+r)^n-1\}}{r}$$

$a = 1{,}000{,}000$　$\underline{r = 0.02}$ 月利　$n = 30$ とすると

$$1{,}000{,}000(1+0.02)^{30} = \frac{x\{(1+0.02)^{30}-1\}}{0.02}$$

$$1{,}811{,}362 = \frac{x(1.02^{30}-1)}{0.02}$$

$$x = 1{,}811{,}362 \times 0.02 / (1.02^{30}-1)$$

$= 44{,}149$円 となる。

e^x の導関数　e^x となる

e^x の導関数は、$y = e^x$ の導関数が基本となる。

x から $x+h$ までの平均変化率は、

$$(e^x)' = \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \frac{e^x \cdot e^h - e^x}{h} = \frac{(e^h - 1)}{h} e^x$$

h を小さくしていくと $\frac{(e^h - 1)}{h}$ はしだいに 1 に近くなってゆく。

従って

$$(e^x)' = \frac{e^h - 1}{h} e^x = e^x$$

$e^{0.0001} - 1 = 0.000100005$ と h を小さくしたものと同じになる

$$\frac{e^{0.0001} - 1}{0.0001} = \frac{0.000100005}{0.0001} \fallingdotseq 1$$

複雑な指数関数 $y = e^{x^3 - 5x^2 + 4x}$ の導関数は、

次の2つの関数に分解する。

$y = e^z$、　$z = x^3 - 5x^2 + 4x$ とする。

ここの部分は、

$y' = \frac{dy}{dz} = e^z$　$z' = \frac{dz}{dx} = 3x^2 - 10x + 4$ であるから、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dx} = e^z(3x^2 - 10x + 4) = (3x^2 - 10x + 4)e^z$$

よって、$\frac{dy}{dx} = (3x^2 - 10x + 4) \cdot e^{x^3 - 5x^2 + 4x}$ を得る。

$2^3 = 8$ $\quad\quad e^{at+c} = x$ $\rightarrow x = e^{at+C}$ $8-3$

$\log_2 8 = 3$ $\quad\quad \log_e x = at + c$

積分を実行すると、

$$\log x + C_1 = at + C_2 \quad \text{となる}$$

$$\log_e x = at + C_3 \quad (C_2 - C_1 = C_3 \text{とする})$$

この式は

$$e^{at+C_3} = x$$

すなわち

$$x = e^{at} \cdot e^{C_3} \quad \text{を表わす。}$$

$t=0$のとき $x=A$ とすると $e^{C_3}=A$

$$x = Ae^{at} \quad \text{の関係となる}$$

これが、tの関数としての x の形である。

たとえば、1分あたり $\frac{1}{10}$ の割合で増殖

している細菌の一群がある。

1時間後には何倍にふえているか

10日で1割の利上へ

365日でいくら？

$a = 0.1$/分

$t = 60$分

$a = 0.1$/10日

$t = 365$日

$$Ae^{0.1\text{分} \times 60\text{分}} = Ae^{6} = 403A$$

$Ae^{\cancel{0.1/10日}\ 0.01 \times 365} = 38.47A$

1時間後に403倍となる。

$1.1^{\frac{365}{10}} = 32.42$

PLUS

炭素14の半減期

(1) 炭素14は放射性炭素ともいわれ、半減期は 5,730年 である。

(2) 大気中に含まれる炭素14の割合は一定であり、生きている生物も炭素14の割合は大気中の割合と同じである。

(3) 生物が死ぬと炭素14の供給がなくなり、崩壊だけが続くので、死んだ動植物の炭素14の割合を調べると死んでからの年数が推定できる。

(問1) ある木棺の炭素14の割合を調べたら、75%に減っていた。

このとき、この木棺の年代は ＿＿＿ r＝残存割合

炭素14が1年で r 倍に減少するとして、

この木棺が x 年前のものだとすると、

$$r^x = 0.75 \quad \text{また} \quad r^{5730} = 0.5$$

$$\log r = \frac{\log 0.5}{5730}$$

$$x \log r = \log 0.75 \quad \text{—①} \qquad 5730 \log r = \log 0.5 \quad \text{—②}$$

①②より

$$x = \frac{\log 0.75}{\log r} = \frac{\log 0.75}{\frac{\log 0.5}{5730}} = \frac{\log 0.75 \times 5730}{\log 0.5}$$

$$\left(= \frac{5730 \times \log \frac{3}{4}}{\log \frac{1}{2}} = \frac{5730(\log 3 - 2\log 2)}{-\log 2} = 5730 \times 0.4150 \right) = 2378 \text{ 年前}$$

指数関数 $y=a^x$ の微分公式の証明

任意の $a>0$ に対して、$y=a^x$ の導関数は、$y'=a^x\log a$ である

又は $y'=\log a \times a^x$

（底は e）

一般の指数関数 a^x を、扱い易い指数関数 e^x に帰着させることが大切

(1) 定義に従って求める

a^x の導関数は $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{a^{x+h}-a^x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^x(a^h-1)}{h}$

$\displaystyle =a^x\lim_{h\to 0}\frac{a^h-1}{h}$

追加分

$\dfrac{\cancel{h}\log a^h}{\cancel{h}}$

?

ここで、$a^h=e^{\log a^h}$ となり、上式は

$\displaystyle a^x\lim_{h\to 0}\frac{e^{\log a^h}-1}{\log a^h}\cdot\frac{\log a^h}{h}=a^x\cdot 1\cdot\log a$

?

（上記は $\displaystyle\lim_{t\to 0}\frac{e^t-1}{t}=1$ により $\dfrac{e^{\log a^h}-1}{\log a^h}=1$、

$\log\dfrac{\log a^h}{h}=\dfrac{h\log a}{h}=\log a$ ）

(2) 対数微分法により求める

$y=a^x$ の対数を取る：$\log y=x\log a$

両辺を微分：$\dfrac{y'}{y}=\log a \to y'=y\log a$

よって、$y'=y\log a=a^x\log a=\log a\times a^x$

NO.
DATE

2、指数関数の微分

$\boxed{(1)\ y=a^x}$ ①　$\longleftrightarrow$　$x=\log_a y$

底が a の場合　$y=a^x \rightarrow y'=a^x \log_e a = a^x \log a$　①'

底が e の場合　$y=e^x \rightarrow y'=e^x$　①''

(1) 両辺の自然対数をとると

$$\log_e y = x\log_e a$$

(2) 両辺を別々に、xについて微分する

左辺は、

$\log_e y = u$ とおき、

$$\frac{du}{dx}=\frac{du}{dy}\cdot\frac{dy}{dx}=\frac{1}{y}\cdot y'$$

$$=\frac{y'}{y}$$

(3) 右辺は、$(x\log_e a)'=\log_e a$　xが1になる

となることから

① の微分は、$\frac{y'}{y}=\log_e a$

左辺の $\frac{y'}{y}$ から

$\frac{y'}{y}=\log_e a$ から

$y'=y\log_e a$ ②

↓

① が $y=a^x$ なので

$y'=a^x\log_e a$ ①'

又は $(a^x)'=a^x\log_e a$

指数関数の底を e を用いると

$y=e^x$ から、$y'=y\log_e e=e^x\log_e e=e^x\times 1=e^x$

$y'=e^x$ となる ①''

2. 減衰関数

(1) 目べり…減衰関数

ある期間ごとに、αの率で減額されると
x期間後の残高は

指数の場合

単利の場合　$y=A(1-\alpha x)$　　$A(1+\alpha x)$

複利の場合　$\boxed{y=A(1-\alpha)^{x}}$　　$A(1+\alpha)^{x}$

$20=105(1-x)^{41}$

ボートのオールを漕ぐのを止めると、　$20=105(1-0.040)^{41}$
ボートの速度は、そのときのボートの速度に比例して
(複利的に) 減少する。　(19.693)　不一致 ?

ある物体に含まれている放射性物質の量も
その物体が誕生してからの年数で減少する

連続的に複利で減少する現象　$y=Ae^{-at}$

ある期間をk等分して、それぞれ a/k の率で減額してゆけば、
ある期間後には1の元金が、　$20=105e^{-0.04\times41}$

$\left(1-\dfrac{a}{k}\right)^{k}$ になっている。　$20=105\times e^{(-0.040\times41)}$　(20.367)

1ステップだけ減少した額に等しい筈であるから αとaの間に
$1-\alpha=\left(1-\dfrac{a}{k}\right)^{k}$ の関係がある。

(2) 指数関数と同様に

$$\lim_{k \to \infty} \left(1 - \frac{a}{k}\right)^k = e^{-a}$$ となり、

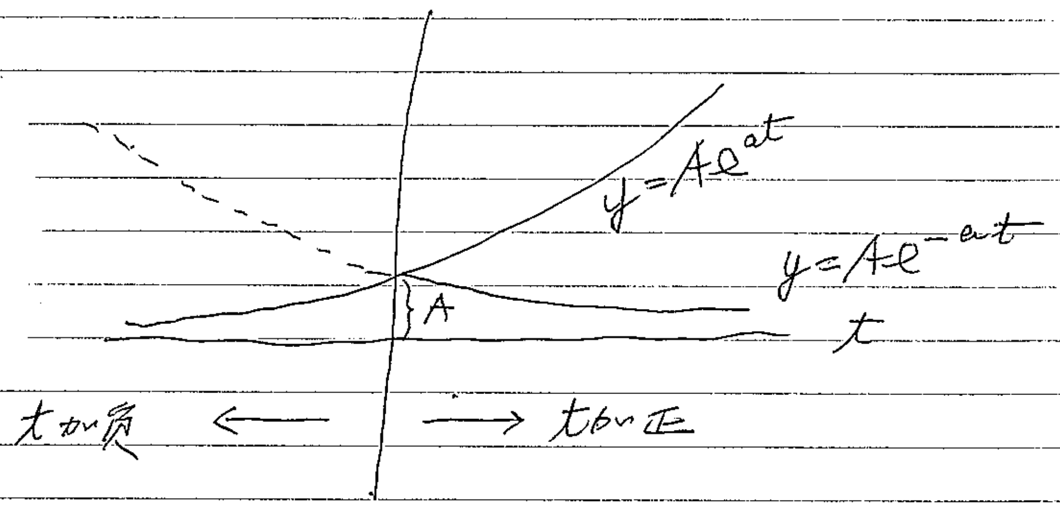
$$1 - \alpha = e^{-a}$$ が得られ

これを前頁の

$y = A(1-\alpha)^x$ に代入すると

$$\boxed{y = A(e^{-a})^x = Ae^{-ax}}$$ となって、

連続的に複利で減衰する場合の式が得られる。



(4) ポロニウム210の場合

この場合、10日後に0.95gとなっていた
ポロニウムの半減期は.

$$y = e^{-at}$$

y --- g
t --- 日
a ---- 減少率

$$0.95 = e^{-a \times 10}$$

e^{-x}が0.95になるようなxは(約0.05より)

$$a \times 10 = 0.05$$

$$a = 0.005$$

$$0.5 = e^{-0.005t}$$

e^{-x}が0.5になるようなxの値は0.69

$$0.005t = 0.69$$

$$t = 138 \text{ (日)}$$

(5) 連続的に複利が減衰する現象は、

$$y = Ae^{-at}$$

ただし、Aは$t=0$の最初のときのyの値

従って Aが半分になる時点は、

$$\frac{1}{2}A = Ae^{-at}$$

$$\therefore \quad 0.5 = e^{-at}$$

そしてこの時

$$at = 0.69$$

仮に半減期をThとすれば

$$aTh = 0.69$$

$$Th = 0.69\frac{1}{a}$$ が成立する。

aはラジウム226では 0.00043

ポロニウム210では 0.005であったように

対象の性格によって定まる定数である。

(6) 平均寿命

平均寿命をT_mとすると

$$aT_m = 1$$

$$\therefore T_m = \frac{1}{a}$$

半減期 $T_h = \dfrac{0.69}{a} = 0.69\,T_m$

平均寿命 $T_m = \dfrac{1}{a} = 1.45\,T_h$

半減期は平均寿命の0.69倍，平均寿命は半減期の1.45倍

すくい始めてから10分後に、水槽内の小魚は半分に減ってしまった。

小魚の平均寿命は　10分×1.45 = 14.5分　である。

隠れ場のない広野で作業中、巨大なひょうが降りはじめ、

1分間に10%の人たちが倒れた。

50%の人たちが倒れるのは何分後か。平均寿命はいくらか？

$$0.9 = e^{-a \times 1分}$$

$a \times 1分 = 0.1$ （巻末の指数関数表から）

そうすると　半減期 $T_h = \dfrac{0.69}{a} = 6.9分$

平均寿命 $T_m = \dfrac{1}{a} = 10分$