

東京五輪後の日本経済

参考資料: (東京五輪後の日本経済 白井さと枝著 2017リテラシー刊)

(非伝統的金融政策の経済分析 竹田陽介・知崎康之著 2018日本経済新聞)

やがて景気が回復する?
日本債務の膨張

○新見点

2019.10.07

2019.10.15

2019.10.22

2019.10.28

2019.11.04

2019.11.11

2019.11.25

1. 異次元緩和

2015.12 安倍内閣

2014.2

(円 80,000 2013 100~110
株 800~10,000 10.10 ~ 23,000)

1) 高騰する都心の不動産価格

① 日本銀行の異次元緩和 (大量のマネー供給) 2019.12.03

② 東京五輪開催促進 (将来への期待) 2019.12.16
2019.12.30

1986~1991のバブルの思い出 (内閣府経済調査、日経リサーチ)

今回は局所的東京中心

実需を伴わない不動産建設ブーム (需要が限られていたため)

2006~2007のミニバブル ビリーディングブーム

今回 2017~ の

③ 不動産の貸出

節税対策

法人のテナント等賃貸建設の増加

都心のオフィスビル建設

問題点

今後、テナントの居住者へ大きく増える見込みの中

実需を伴わない住宅供給

将来の供給過剰

単独世帯を中心とした地域別の世帯数も 2020年頃から減少へ

家賃保証の罠 (家賃相場と連動)

空室率の増加

都心の一部
局所的現象
中心地から外へ

実需を伴わない
住宅供給

節税対策による
家賃保証

① 実需はあるか

地価の下落
建設投資の増加
対前年9%

不景気化
の兆し

日本の世帯数の
減少が
求むべき

④ ノワー・マンシェ / 下拵機か

高い価格で、建設現場の人手不足と輸入建築資材の高騰

⑤ 花-インベリ純老事情

大規模な金融緩和

純老の不足 (移民や難民の大量流入)

実需があるから不動産価格の上昇

バブルとは実需と完全に無関係な価格上昇

②

日本の世帯数

人口減少が変化少
純老の世帯化

↓

買物 → 外食、外注

料理 → 惣菜、コンビニ

果物、野菜、魚類

(2) 日経平均 2万円はバブルか

2008~2012の平均株価

8,000~10,000円
~~~~~

房、長とは言え過去の 50% 程度

米はねとせよ、最良世を更新中

① 株価収益率 PER (株価収益率)

時価総額 ÷ 純利益

すは、株価 ÷ 1株当たり純利益

Per で判断はされない

はさかい

外に人主導の株価

② 株価は外国人主導で動いている

80%以上日本人主導

③ アベノミクス

・ 大胆な金融政策

・ 積極的な財政政策

・ 民間投資を喚起する成長戦略

③

株価と円安 → 株価

比較75%

円安レート × 200 = 株価

✓ 外国人投資家は円安の予想

円売り → 円安

✓ 大胆な金融政策に伴い、輸出産業は、株価を上押し予想

株購入 → 株価

④ 円安と株価

「大規模な金融緩和政策」により、今後円安により、日本の輸出産品の

株価の上押し要因と見られる

—— 円安 (円安)、日本株を買い (株価)



# ⑤ 持合株の解消と外国人株主の増加

吾期的投資から短期株投資 (ETF)

将来の株価暴落の要因は外国人投資家

## ⑥ 円安

円高 — 輸入企業から有利になる

円安 — 輸出企業から有利になる

日本銀行のETF (指数連動型上場投資信託) の見直し

2012年 → 2016年

日本株ETF

世界最大の株主

年金積立金管理運用独立法人 (GPIF)

2014.7.21 → 2017.6.30

日本株の最大株主

## ⑦ コーポレートガバナンスの推進 (利息)

2019.9 日銀の総資産  
569兆円

株主の選定と取締役の経歴

日本の株主 (2020.11) 巨大な物とわかる株主

日銀 (ETF) 40兆円 (6.7%)

GPIF (年金管理) 36兆円 (6%)

日銀

ETF, GPIF

2016.10

(10% →)

36兆円

(25%)

毎年6兆円増える

## ⑧ 日銀のETFを売却

9兆円と称する日銀のETF見直し (毎年6兆円)

1/27迄 (ETF, REIT など6兆円の株式...)

日本銀行の1/27迄

1/27迄の株式

2020

日債 480兆円

ETF 27兆円

569兆円 日銀の89%

純資産 4兆円

1兆6兆円

大企業のカバサンスの動き

① 永くは電気がいって外に売すの

② 日本銀行は赤字決算 (2020.11)

③ 外国人投資家は1/27迄

6. アジアの台頭、世界、繁栄はアジアにシフトする

2015年 <sup>世界</sup> GDP の 30%

2040年 “ 50%

日本の経済は、対アジアの主要化

2012年 貿易相手国  
アジア 50%  
(中国 20%)

—— アジアのダイナミズム ——

太平洋戦争中に行われたこと

- (1) 韓国
- (2) 中国
- (3) アジア近隣諸国

その事実を踏まえて、ポジティブな行動を起す  
ことの必要性

深呼吸をして 歴史の英知に学ぶ必要性



# 3. 日本経済の不都合な真実

2012.12才二次本部同窓

白川総裁の退任 2013.1

(1) 過度な円高

(2) 金融緩和の不足

(1) デフレからの脱却

1990年代

(1) 1127を925に

デフレは、モノやサービスの価格が継続的に下がって  
いく経済状態



顕著に、従業員の賃金の下がる

企業の販売価格が下がっている

(2) デフレマインド

企業や家計のデフレマインド

OECD

日本は

日本はデフレ

統計上の物価指数

(ほとんどの価格が下がる)

<家計の恩恵する物価変化率  
(物価が下がっている)>

人件費が上がるから

## ⑦ デフレは消費者の不安

(2) 日本経済は、金融緩和政策により

右(左)の需要を創出した — 物価は下がり続けている

一日本型デフレ — 其の要因

消費者心理との乖離

国民の不安

高齢化の進展、年金の減少

バブル後の貧乏生活の経験

膨大な政府債務

将来に対する不安

日本はデフレから脱却

デフレから脱却

脱却できないのなら

# 4 世界経済のゆくえ

## (7) 中国経済の内部点 A, B, C

### ① 企業債務の内部点 過剰債務

地方政府出資の投資会社の債務、民間企業の債務

GDP比で 170% ~ 200% (2,500兆円、米国)

### ② 家計債務

住宅価格高騰、住宅ローン債務

約 600兆円 (政府債 600兆円)

### ③ 公債・民間の総債務 (2,500 ~ 3,000兆円)

### ④ シフト・バッキング

銀行もかかわっている

### ⑤ 企業の過剰生産能力

リーマンショック後の景気刺激策

### ⑥ 中国鉄鋼産業の過剰生産能力

5年間で 1億 ~ 1.5億トンの削減目標

= 日本の年間粗鋼生産量

↓  
大量の失業者の発生

順次  
に  
減  
少  
さ  
る



⑦ 資本流出の内部

2015年 経 / 北へ 以外流出

日本のGDPの  $\frac{1}{5}$ , 100億円

3Aに1127  
↓  
減速

⑧ 人民元売りの心算

高い成長  
高い金利

→

成長の減速  
経済内部

世界から資金が集まる  
人民元高

人民元高へ  
人民元高

⑨ 中国税のリーマンショックは来るとか

国内経済は著しい経済心下なく。

政府が中心の経済

中国は、日本と同様、外に資本に依存している

購買力平価（国内のモノとサービスの購買力）で  
中国はアメリカを抜いて第一位

（中国は日本同様  
民間主導ではない）

## ⑥ 東京五輪後の為替 (為替)

17

(1) いづれは 円高円安

(2) 為替変動要因

1. 2国間のインフレ率の差

2. " 経常収支の差

インフレは為替は下落しやす

デフレは " 上昇しやす

↑ 将来の円高

経常収支の赤字は下落しやす

と 黒字は 上昇

↑ 将来の円高

## ⑦ 五輪後の円の大暴落

円の価値下落

対CTDの値

2019 200%

2030 300%

2060 400%

} → 円の大暴落



# (3) いよいよ始まる企業淘汰

## ① 現状の日本

供給力 ———— 需要力  
バラン  
=

設備の老朽化  
生産能力の低下

減った需要



企業淘汰

淘汰

高い生産性を持つ企業が残る

地域・国境を越えて生産能力の向上  
これは「淘汰」される

沖合に<sup>低</sup>生産性、淘汰で解決できる  
9.18 .....

## ② シェアリング・エコノミー

無理に買わなくてもいい

破産するかもしれない

減少する需要

#### ④ 東京五輪後の金融危機 (不動産価格)

15

金融危機の1108-1

11/10に中心金融危機

11/10に過度に27を上げたと

(12) 各月の中央銀行の決定は政策を実行する銀行に移る時期

2008年以降の 大規模な金融緩和 政策

中央銀行が市場に大量の資金を注入

これにより不動産価格の上昇をもたらし → バブル

11/10 不動産価格

同日の不動産価格上昇の要因は何であったか:

異次元緩和 → 市場に大量の資金供給、金利低減

東京五輪への期待

(13) 不良債権処理の遅れ、不動産価格の下落

これにより下落圧力がある。

(14) 歴史 - 不動産価格の下落 (10年毎)

2002年 - 2012年 - 2022年 -

4 2011. 10.31 世界の人口

世界の人口は 70億人に達した

年平均 6千万人は増加し、1日1人のペースで

2050年に 95億人に達し、今の世界の

人口を持つことになる

日本の人口

1968年 - (40) - 2008年 - (40) - 2048年  
年間 年間  
98,000千人  $\nearrow$  (128,000千人)  $\searrow$  98,000千人

+30,000千人

-30,000千人

10年経たず

右肩上りの人口

右肩下りの人口

1900年

65才 人口の5%  
以上

2013年

25%

2025年  
30%

2050年  
40%

増える世界の人口と 減少する日本の人口



2012.11 異次元緩和と2013.9 東京オリンピック開催

(原因)

大量のマネー供給

オリンピック開催への期待

(結果)

東京の不動産価格上昇

(30年前 1989年のピーク)



バブル

失われた20年

需要が見込まれていたアパルトメント建築  
不動産建設が中心

金融引き締め政策のゆるみ  
金融緩和

2015年 相続税増徴強化

節税対策

建築建設

東京が中心



需要と供給

アパルトメントの居住者は大きく増えた

（特に高層マンションの上層部）  
アパルトメントの賃貸環境  
一部の地価も急騰

世帯数の状況

将来、賃貸住宅の供給に制

2010年  
日本銀行のETF購入  
指数連動型上場投資信託  
(リーマンショック後の混乱の安定)

年約 7,000億円程度

2016年 黒田総裁時代  
年6兆円程度

ETF  
(Exchange Traded Funds)

株式市場の活性化  
と並行

投資家への安心感

東京証券市場の1日取引高 2兆円

日銀のETF 年6兆円

1日700億円 年1,000億 - 1,981億

年金運用法人 26兆円 - 日本持株

日銀

27兆円 - 日本才2位

野村證券

65兆円 東証一部

ETF市場急伸時の株式市場  
(将来における株式暴落防止)

中央銀行の金融資産比率 (GDP比)

アメリカ 20%台

EU 38%台

日本 92%

日本の口座保有者割合

日本銀行 40%

日銀銀行 22%

保険会社 21%

年金法人 5%

外資法人 6%

その他 6%

日銀が口座を大量に持つことは

地銀、保険会社の経営に支障

年金基金の資産運用に支障

超低金利の継続

1945-2012

日本の戦後史を動かす原動力は、米国に対する二つの外交路線です。

「米国の圧力」を軸に、日本の戦後史を読み解く

「米国の意向」にハイ論じる。 (言論界のタブー)

戦後日本外交を動かした最大の原動力

① 米国から加えられる圧力

自分の価値をつかめる

② それに対する「自主路線」

> これめざす、相克が日本の骨格

③ それに対する「追随」路線

世界中の国々の歴史は、大国との関係によって決まる。

米国は王将、他の国々は米国という王将を奉り、相手の王将をとるために利用される。

従って状況次第で王将は見捨てられる。

対戦相手の王将も、ときにソ連、アメリカ、中国、イスラエルと様々に変化する。

日本の米国から利益を得てきたという考えは、とんでもない考え!!

米国が日本を「コマ」として動かそうとするとき、日本はそれに

どう対処したらよいのか。

いや、日本に与えられた課題である。



## II. 中央銀行とお金

16

1. 中央銀行の役割 (貨幣価値の維持)

(1) 発行するのはファイナマネー (不換紙幣)

(2) 2%程度のインフレを越えることで物価安定を達成  
— インフレ・ターゲット

### 2. 日本銀行のインフレ見直し

(1) 政策委員会より見直し

2~3年程度の先行見直し (中央値を示す委員の推計値)  
政策委員会毎に見直し、その後修訂

(2) 最初に半量的な金融緩和を始まり、実質GDPに表されと  
政策に合わせ修正していくというイメージ

(3) 2%物価安定目標の意味

深刻なデフレに陥るのを避ける

デフレの悪循環を止める、デフレに陥らないため

### 3. 日本のインフレマインド

(1) 物価下落感のなかで改革を推し進めるというマインド

国民意識は 物価上昇、生活コストを下げたい インフレを

収入低下マインド

老後の生活不安

(2) 日本は、異次元緩和以降も、

賃金の上昇が消費を喚起し、需要増進で物価が

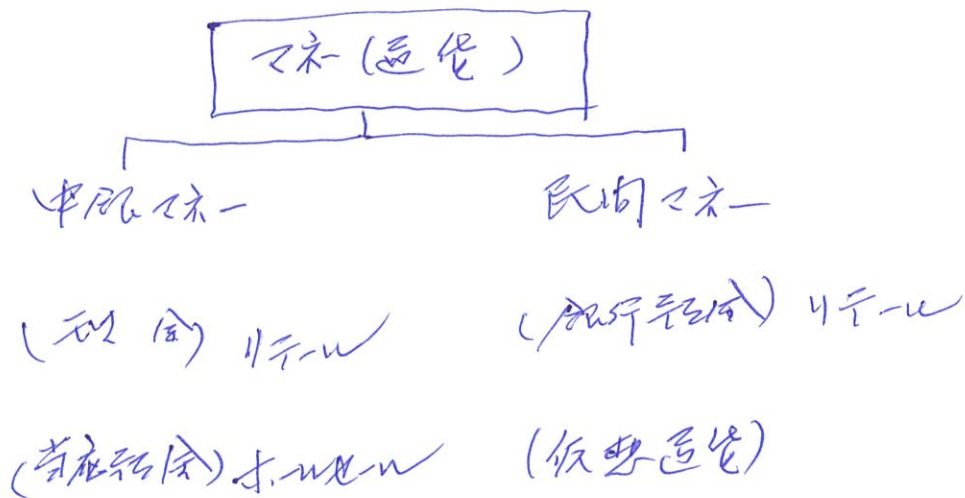
上がるという好循環は来ていない。

(3) 年/全収入を全収入とする高齢者人口は30%を占める日本

(4) 今後物価が引上げが簡単には来ない

(5) 金融市場に金利を残すという金融淘汰の進む

貨幣 - 硬貨 (日本円) } 現金  
紙幣 (日本) - 日本銀行券



## 4. 銀行預金と債権通貨の違い

18

- (1) 銀行預金 — 民間銀行が実行するマネー  
金融制度では 中央銀行マネーより劣る  
預金している銀行が倒産すれば  
経路の保証がとれなくなる

## (2) 債権通貨

## 5. マネーの決済手段 (通貨) の

- (1) クレジット・カード  
買物に利用するなどの場合を極端に便利に  
する。

- (2) マネーの決済は、支払いの手続きを長く長く行うことになる  
ため。



## IV. 仮想通貨

### 1. 仮想通貨法 (2017-4)

(1) 不特定多数者に対して、代金の支払等に使用でき、かつ、仮想通貨と相互に交換できる

(2) 電子的に記録され、移転できる

(3) 仮想通貨建の資産として (ポリティカル)

2. 現在は、投資対象として扱われ、交換レートの変動

が大きい。採掘よりも大きい。ハイブリッド、ハイブリッドの投資対象で

3. 自由に通貨を信用しない人々

## 4. 仮装通貨の意味

(1) 古い国名に

(2) 法定通貨とは異なる通貨単位

(3) 円値を超えて、 Noten 上の貨幣に送金や決済が出来る

(4) 為替レートがフリー

## 5. 仮装通貨の特徴 (問題集)

(1) 価格の変動が大きい

(2) 価格変動の予想が困難

(3) 2012年7月1日

## (6) 日本人の心の中

① 中国は — 大規模な経済の停滞を

・ 懸念し、様々な技術革新や新技術の導入を  
進めている

・ プラットフォームビジネスを活用している

・ AIを駆使している

② 米中 — 大口の貿易争い

米 — 米の安全保障上の見地から

知的財産権の侵害問題 — 中国の輸入

2500億ドル  
(2018年)

戦略分野の米利企業の買収

ファーウェイから米政府の製品調達の際

中国 — 米利の利益

保護主義の批判

③ 日本の立場

経済の成長、世界から取り残されない

デジタル、AI、ロボティクスなどの分野でのリーダーとしての地位





PROGRAM NAME

三つの関数

PROGRAM NO.

PROGRAMMER

(2)

処理図

(先上りの部を示す関数)

$$y = uv = f(x) \times g(x)$$

価格  $u = f(x)$ 数量  $v = g(x)$ 

(先上りの変化を表す導関数)

二つの関数を表わされる関数の  
導関数を求める

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

処理手順

$$f(x) = -x^2 + 10x + 75$$

$$g(x) = 2x^2 + 4x + 50$$

(a)  $f(x)$  の導関数を求める

$$f'(x) = -2x + 10$$

(b)  $g(x)$  の導関数を求める

$$g'(x) = 4x + 4$$

処理条件

$$\text{導関数 } y' = dy/dx$$

$$u' = \frac{du}{dx} = f'(x)$$

$$v' = \frac{dv}{dx} = g'(x)$$

$$\Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv$$

$$= u\Delta v + v\Delta u + \Delta u\Delta v$$

両辺を  $\Delta x$  で割る

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = u \frac{\Delta v}{\Delta x} + v \frac{\Delta u}{\Delta x} + \Delta u \times \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx} v$$

あるいは

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

2つの関数の積の導関数を求めるには、片方を微分して、残りはそのままで掛け算する

(c) 先んじて全額を示す関数

 $h(x) = f(x)g(x)$  の導関数を求める

$$h(x) = (f(x)g(x))' = (-2x + 10)$$

$$(2x^2 + 4x + 50) + (-x^2 + 10x + 75)(4x + 4)$$

(d)  $x=3$  の時点で、先んじて全額を示す1単位当たり  $x=3$  のときの量が増えるかどうか

$$h(3) = 4 \times 80 + 96 \times 16 = 1856$$

DATE

# PROGRAM MANUAL

PROGRAM NAME

三つの関数

PROGRAM NO.

PROGRAMMER

微積分の公式 p.110

処理図

(先上りの部を表す関数)  
 $y = uv = f(x) \times g(x)$

価格  $u = f(x)$

数量  $v = g(x)$

(先上りの変化を表す導関数)  
二つの関数を表わす関数の  
導関数を求める

$$y' = uv' + u'v$$
$$= f(x) \times g'(x) + f'(x) \times g(x)$$

処理条件

導関数  $y' = dy/dx$

$$u' = \frac{du}{dx} = f'(x)$$

$$v' = \frac{dv}{dx} = g'(x)$$

$$\Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv$$

$$= u\Delta v + v\Delta u + \Delta u\Delta v$$

両辺を  $\Delta x$  で割る

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = u \frac{\Delta v}{\Delta x} + v \frac{\Delta u}{\Delta x} + \Delta u \times \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx} v$$

あるいは

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

二つの関数の積の導関数を求めるには、片方を微分して、残りはそのまま掛ける

処理手順

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x) \{f(x+\Delta x) - f(x) + f(x)\} \frac{\Delta x}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x)$$

$$+ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

よって

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x) = g(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) = f(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = g'(x)$$

よって 二つの関数の積の微分は、

$$= f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

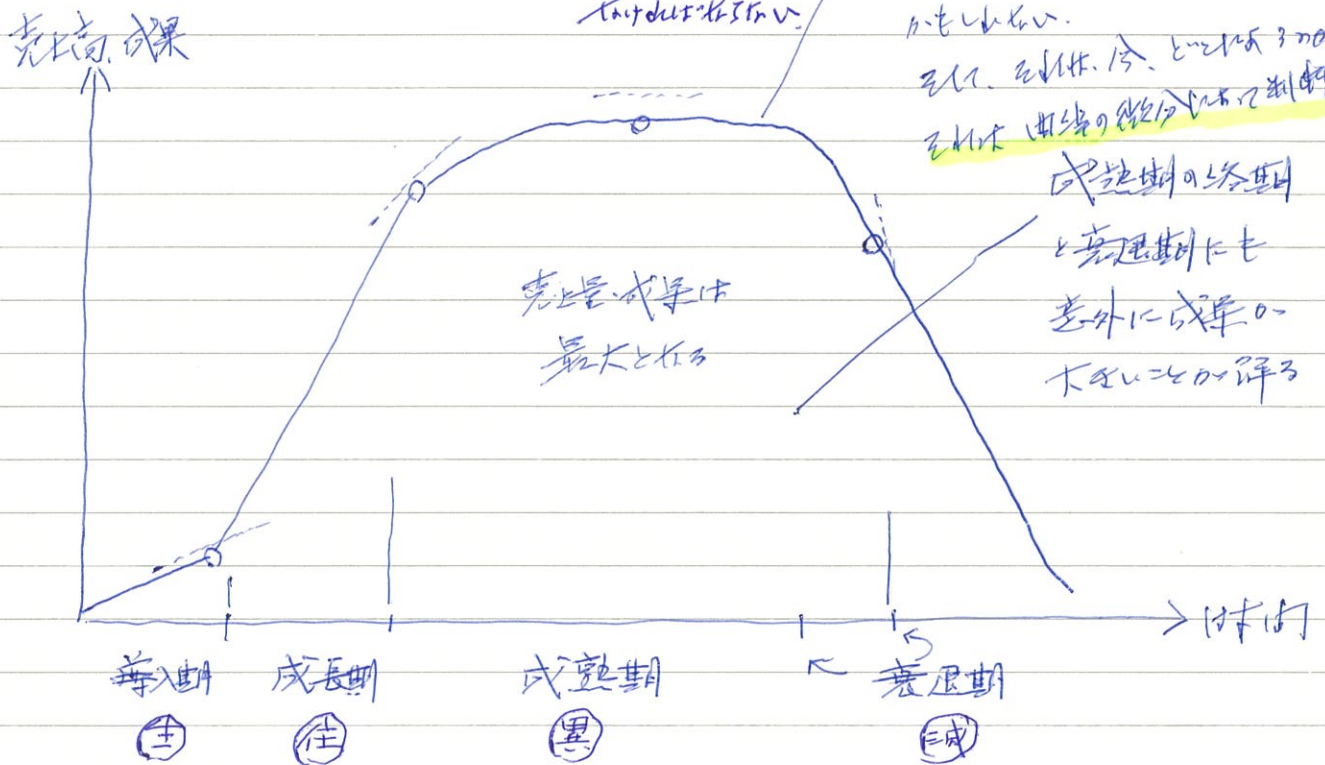
3つの関数の積の微分は、

$$\frac{d}{dx} \{ABC\} = A'BC + AB'C + ABC'$$

DATE



(増) (住) (黒) (減) 減と非減の差!  
変化は、導入、成長、成熟、衰退のどの時期にも起る 1-2  
 No.  
 微分と積分の関係



○ 微分は変化の割合を表す、明日を予測する方法

/// 積分は、カーブに囲まれた面積を表す

フーリエ・フーリエ・フーリエの天才的、早く明りを示す方法を  
明らかにしたのも、その方法は、

「昨日を小さく切って (微分)、それを未来へとつなげていく (積分)」  
というものである。

数学の存在は、「いかに (複雑な現象を) 単純化するか」 ということ

微 - 小さく      分 - 正分する

フーリエの音楽 - 微分すると - CDになる - CDを積分すると音楽になる

積分は、 - 合のくつものE - つなぐ (集)



変化を調べる

関数を微分する

変化率(接線の傾き) → 微分の計算 →  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$   
 → 変化率(極限の傾き)を求めると接線になる

微分とは

関数の曲線上のあり一点での 変化率 (接線の傾き) を求めること — 微分の計算

その微分係数を関数の変域全体で求め、元の関数から新たな関数(導関数)を求めること、関数を微分することをいふ。

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

$h = b - a$   
 $b = a + h$  とすると

変化率 → 比率

微分係数

関数  $y = f(x)$  の  $x = a$  における 平均変化率の極限値。  
 すなわち  $x = a$  における 変化率  $\{f(a+h) - f(a)\} / h$  において  
 $h$  を 0 に近づけた場合の極限値が存在すれば、それを  $a$  における  
 $f(x)$  の微分係数といい、 $f'(a)$  と表す。

なお、 $a$  を変数として考え、 $f'(x)$  を導関数という。

## 関数の極限

変数  $x$  が、 $a$  の値に限りなく近づくときに、  
 関数  $y = f(x)$  が  $b$  に限りなく近づくとき、

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

$x \rightarrow a$  のとき、 $y = f(x)$  は  $b$  に収束し、 $b$  を極限値と呼ぶ。

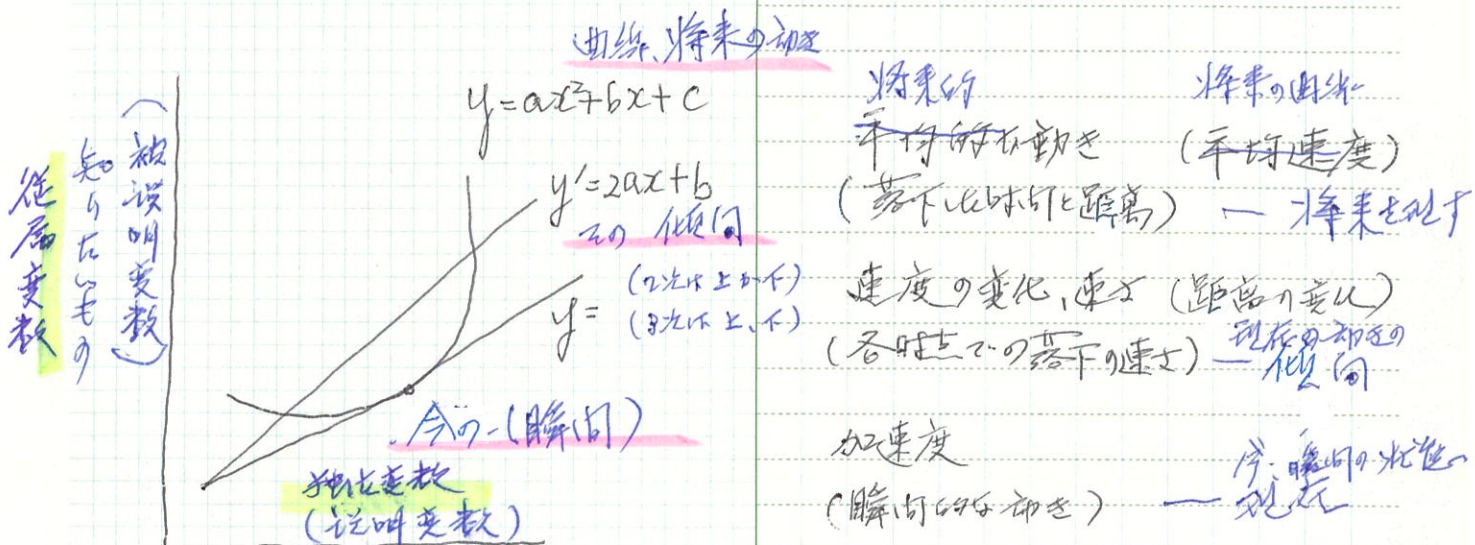
関数の  
ある一点での  
微分とは、 → 変化率を求め →  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \rightarrow \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$   
 $h = a - b$  とすると

$$\rightarrow h \rightarrow 0 \text{ の極限は微分係数 } f'(a) \rightarrow f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



処理図

処理手順



又小平... 中1を豊かに強い口で!! その方法ととらえ方は個人  
成績の方向性を示すから、12歳と一つにまとめていく、強くて優秀なリリー  
接線は中1の明日を示すものだから、将来は2次曲線か、3次曲線か、対数曲線

処理条件

関数 走行距離を表す関数  $y = f(t)$  流れ  
導関数 位置の変化、速度的変化、速さ  $y' = f'(t)$  将来  
傾向 変革点 上下か  
傾向 傾向  
接線 瞬間 加速度 傾向の接線、その接線  $y'' = f''(t)$  傾向  
 $y = f(t)$  の 傾向と導関数  $y'$  の傾向

1mの高さから、初速15km/秒でボールを真上に向けて投げたとき、

t秒後のボールの高さは、  
曲線  $y = -\frac{1}{2}9.8t^2 + 15t + 1$  (m) — 将来

このとき t秒後のボールの速さは、  
導関数  $y' = -9.8t + 15$  (m/秒) — 傾向

加速度は、  
接線  $y'' = -9.8$  (m/秒<sup>2</sup>) — 傾向  
（瞬間）

DATE

#### 4. 微分を使った積分の計算

① 細長い長方形のたて  $f(x)$  と横  $\Delta x (dx)$  を調べ面積を  $\int f(x) dx$  とする。

② 微分すると  $f(x)$  となる関数  $F(x)$  を探す。

$$(F(x))' = f(x)$$

③ 関数  $F(x)$  に  $x$  の両端の値を代入した差が面積  
 $\int f(x) dx = F(x)$

(微分を使った積分計算)

①  $f(x) dx$  を面積の式と表す  
 細かい面積を足す

② 微分すると  $f(x)$  になる  
 関数  $F(x)$  を探す

③ あとは、 $F(a) - F(b)$  を計算して面積を求める

①の苦勞を②③で解決できた!!

(高校で習う方法)

①  $F(x)$  の微分の公式を導く

② 積分  $\int f(x) dx$  の求め方を公式として学ぶ

③ 曲線  $y = f(x)$  で囲まれた面積が  $\int_a^b f(x) dx$  で表されることを学び、公式を用いてその面積を計算する

面積を求めようと苦勞して、発見、解決!! 探して、求める!

微分や積分の応用としての③面積を求める。

(4頁の続き)  $y = ax^2 + bx + c$  の二次関数について

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x+h) = a(x+h)^2 + b(x+h) + c$$

$$= \underline{ax^2} + 2xh + ah^2 + \underline{bx} + bh + \underline{c} \quad (1)$$

$$f(x) = \underline{ax^2} + \underline{bx} + \underline{c} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} &= \frac{2xh + 2h^2 + bh}{h} \quad (1) - (2) \\ &= 2x + b + 2h \\ &= 2x + b \quad (\text{極限値}) \end{aligned}$$



1957年 スワッチの会議の際、  
フレンチの回想によれば、「毛は短く、指先の中に  
最も、将来有望なメンバーと選んでいた。

重要なものを先に(ムシ)へやるようにする

関数の極限

①  $\frac{1}{x} = 0$  ( $x \rightarrow \infty$  のとき)

②  $x \rightarrow 0$  ( $x \rightarrow 0$  ではないとき)

$x$  が限りなく / に近づくとき、 $2x+1$  は限りなく 3 に近づく。

$x \rightarrow 1$   $f(x) \rightarrow 3$   $x \rightarrow a$  のとき、 $f(x) \rightarrow b$  を、

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$  と書き、 $b$  を  $f(x)$  の極限(値)という。

④  $x$  が限りなく  $\infty$  に近づくとき

⑤  $x$  が限りなく 0 に近づくとき

(公式)

$\frac{2}{x} + 1$  は限りなく / に近づく

$x+1$  は限りなく 1 に近づく

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$

$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \beta$  とするとき

$\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \pm g(x)\} = \alpha \pm \beta$

(1)

$\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \cdot g(x)\} = \alpha \cdot \beta$

(2)

$\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) / g(x)\} = \alpha / \beta$  ( $\beta \neq 0$ )

(3)

$\lim_{x \rightarrow a} \{c f(x)\} = c \alpha$

(4)

⑥  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left\{ \frac{(1+x) - (1-x)}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right\}$

$x$  は 0 に近づくとき  
式が 0/0 になる

では、 $x$  が 0 に近づくとき

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} = 1$

⑦  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x + 1) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 2x - 3) - (x - 1)^2}{\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x - 1)}$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4(1 - \frac{1}{x})}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} + 1 - \frac{1}{x}}$

$= \frac{4}{2} = 2$

① 重要極限の形を導くこともできる。 6-2-1

$$12) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})$$

① 上辺、下辺に  $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$  をかける

$$\frac{1}{x} \left( \frac{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) \times (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right)$$

$$\frac{1}{x} \left( \frac{(1+x) - (1-x)}{1+1} \right) = \frac{2x}{2x} = 1$$

③

②  $x$  は限りなく  $0$  に近づくので消去する

①  $-(x-1)$  と変形

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} - x + 1)$$

② 上辺、下辺に  $\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x-1)$  をかける

$$\frac{(\sqrt{x^2 + 2x - 3} - (x-1)) \times (\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x-1))}{\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x-1)}$$

$$= \frac{(x^2 + 2x - 3) - (x-1)^2}{\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x-1)} = \frac{x^2 + 2x - 3 - (x^2 - 2x + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x-1)} = \frac{4x - 4}{\sqrt{x^2 + 2x - 3} + (x-1)}$$

③ 上、下辺を  $x$  で割る ( $\sqrt{x^2}$  と変形)

$$= \frac{(4x - 4)/x}{\sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2}} + \frac{x-1}{x}} = 4 \left( \frac{\frac{4}{x} - \frac{4}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{x-1}{x}} \right) = \frac{4}{2} = 2$$

$$1 + \frac{2}{x} \sqrt{\frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{1}{x}$$

④

②  $\frac{1}{x}$  は限りなく  $0$  に近づくを利用する



## 指数関数、対数関数の定理

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e (= 2.718281828 \dots)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e(1+x)}{x} = 1$$

$$\frac{1.06 \text{ の } 1 \text{ 倍に } x \text{ 年 } 1.2 \text{ 倍}}{2 = 1.06^x}$$

$$\log 2 = \log 1.06^x = x \log 1.06$$

$$x = \frac{\log 1.06}{\log 2} = 11.87 \dots \approx 12 \text{ 年}$$

## 平均変化率

曲線  $y = f(x)$  において

$x$  の値が  $a$  から  $a+h$  まで増え、 $a+h$  になると

$y$  の値は  $f(a)$  から  $f(a+h)$  となる

$h$  を  $x$  の増分  $\Delta x$

$f(a+h) - f(a)$  を  $y$  の増分  $\Delta y$  とし

増分の比  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  を平均変化率という

平均変化率は  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \theta$  となる。

## 微分係数 (変化率)

平均変化率  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  の極限値

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \text{ をもとめて}$$

その極限値を関数  $f(x)$  の  $x=a$  における微分係数 (変化率) という。



作成日  
作成者

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ --- 従属変数の変化率}$$

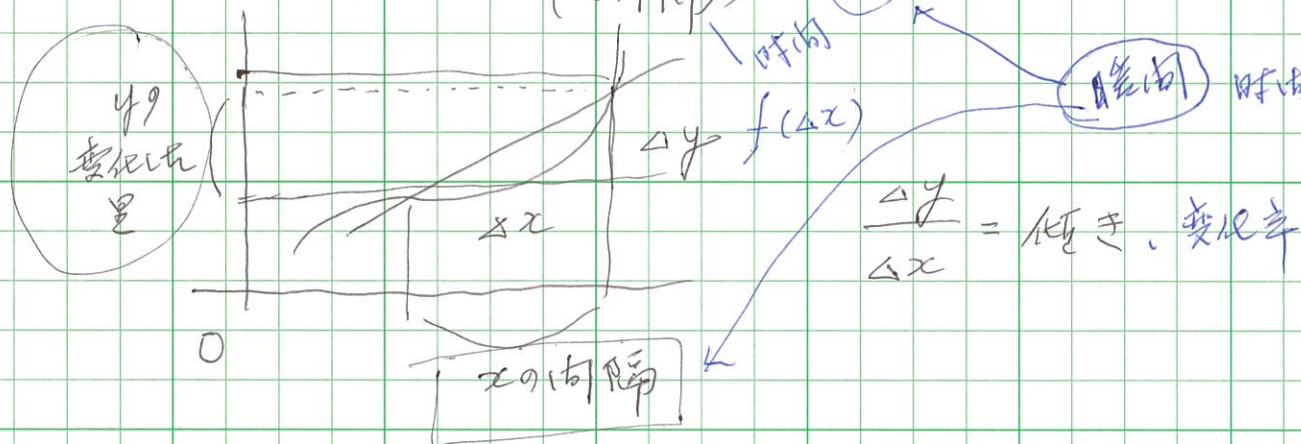
$$\Delta x \text{ --- 独立変数の変化}$$

微分とは、(変化を infinitesimal)

変化する前と変化したあとの差を infinitesimal  
変化する量が infinitesimal 変化したとき

これは「どれだけの間、どれだけ変化したか」  
という(平均)をいふ

(変化した量)  $\Delta y$  と表わす → 変化率  
(時間間隔)  $\Delta x$  と表わす → 時間  
時間



要するに 曲線  $f(x)$  の変化を直線  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  で表わす

一般に、曲線よりも直線の近似がよい!!

—— 微分、積分に共通する基本的事実を挙げる ——

$y$  を  $x$  で微分した式を  $\frac{dy}{dx}$  で表わす

$\Delta x$  を小さくして行くと  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  が近づく(定数になる)

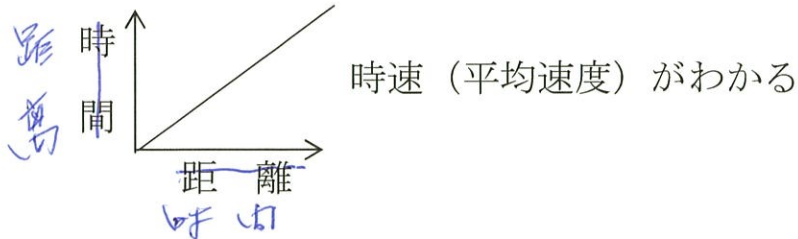
二つの意味の物事をカンタンにする

( $\Delta y$  の変化を分析する)

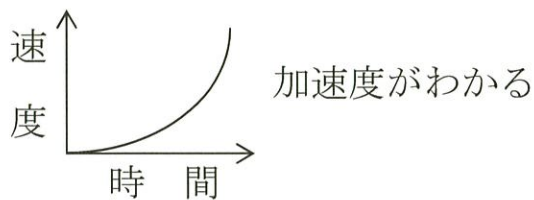
- ① 変化するものを直線にする
- ② 式を簡単にする

## 2. 速度を時間で微分する(変化を調べる最高値は?)

(1) 距離を時間で微分すると



(2) 速度を時間で微分すると



瞬間の傾き(どのくらいの間隔)はポイントによって異なる

(3) 微分と接線の傾き(瞬間の変化のようす)

(1) 身長 — 1年間

(2) 気温 — 1日間

(3) 火薬の爆発 — 1秒間

変化を調べる間隔が問題...

間隔ではなく、変化した量と間隔との比率を見る。

比率 = 変化の割合

$$\frac{\text{変化した量}}{\text{間隔}}$$

比率を考えると、2点間の間隔を考えなくてよい。

要は比率を見る

比率を考えると

2点間はいかの間隔を考えたっていい

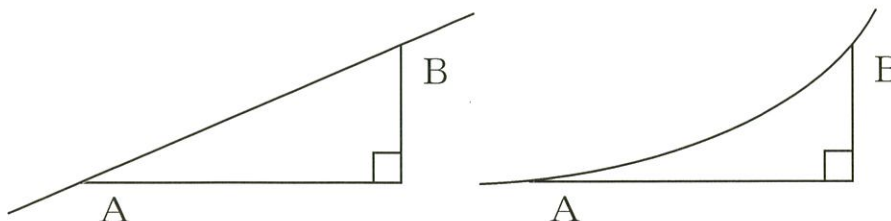
間隔は無い



従って微分は

一点勝負

(4) AB 2点間の傾きではなくて、1点Aの傾き



直線ABの傾きは、Bを動かしても一定であるが、曲線ABの傾きは、Bを動かすと変わる。

Bを限りなくAに近づけたときの傾きは1点Aに対する傾きとなる。

これが接線であり微分である。

微分  
↓  
接線

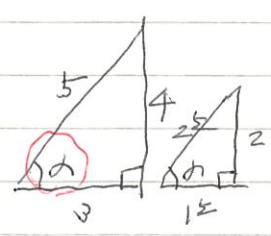


H28. 9. 19  
H28. 1. 5  
三角関数 (スナリ図解)  
No.   
Date 2007.11.30 大村平著  
図解のはなし(上、下) 大村平著  
H26. 09. 01 日経技術  
H27. 8. 31 2019. 01. 28  
H27. 01. 19 2019. 05. 13  
H27. 04. 20 2019. 07. 16  
H27. 10. 01 2019. 10. 21  
2019. 10. 28  
2019. 12. 30

# 三角関数

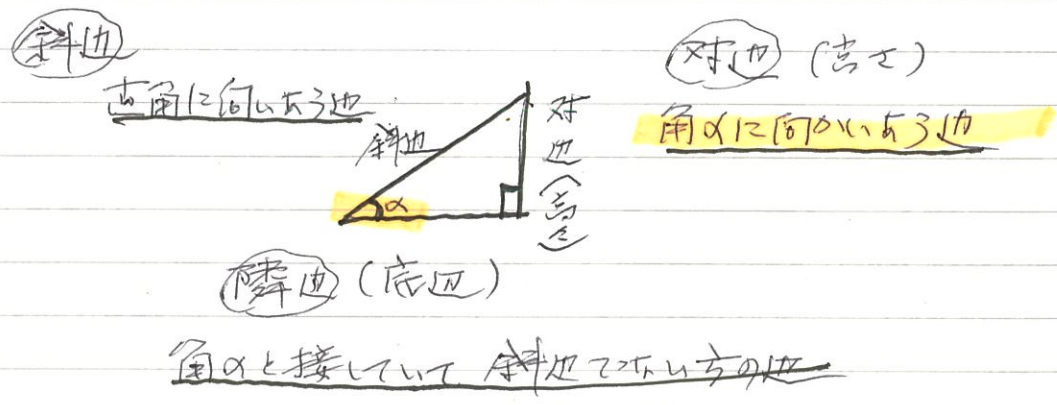
## I 三角比

1. 三角比とは、角度 $\alpha$ のある直角三角形とをとり、辺の比



角 $\alpha$ の同じ直角三角形は、相似関係にあり、  
辺の比も同じになる。  
 $3 : 4 : 5$

## 2. 直角三角形の辺の名称



## 3. タンジェントの表し方 $\text{tangent} = \text{対辺} : \text{隣辺}$

$$\tan \alpha = \frac{\text{対辺 (高さ)}}{\text{隣辺 (底辺)}}$$

タングェントの方法 直角三角形の対辺の長さ ÷ 隣辺の長さ

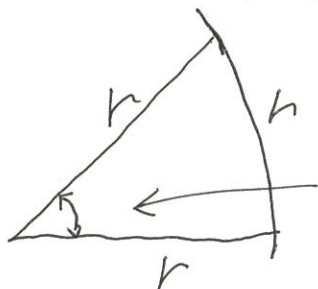


# 角度の測り方

(1) 度数法 一回転を  $360^\circ$  度数で表わす

(2) 弧度法 ラジアン <sup>一回転を</sup>  $2\pi$  ラジアン 長さで表わす

弧の長さが半径に等しい扇形があるとする。  
 そのときの中心角を  $\theta$  (ラジアン) の 角度 と定めたとはい  
弧度法 である。  
~~角度~~ 57度



1 ラジアンと定めた  
 ~~~~~

1 ラジアン ($\approx 57.3^\circ$)

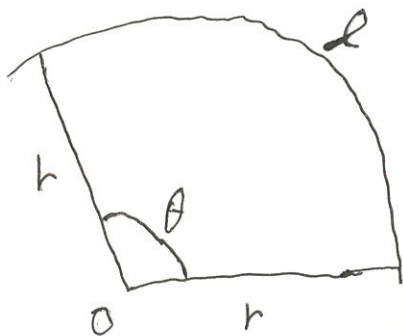
$$\frac{\pi}{180} \approx \frac{3.14159}{180} \approx 0.01745...$$

こうすると、扇形の弧の長さは、半径 r と円周角 θ の積 ($r\theta$)

という単純な式で表わすことができる。

円の半径を r とすると、円周の長さは、 $2\pi r$ という

公式で表わすことができる。



半径 r

弧の長さ l

円周角 θ (弧度法)

$$l = r\theta$$

結局、角度は π を使って 2π ラジアン $r\theta = 2\pi r \rightarrow \theta = 2\pi$

と表わすことができる

つまり、度数法の 360° は、弧度法の 2π

$y = \sin x$ の微分

導関数の定義 $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ より

$$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$$

このために 次の差が三角関数の公式 を使えば?

$$\boxed{\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}}$$

$$\sin(x+h) - \sin x = 2 \cos \frac{(x+h)+x}{2} \sin \frac{(x+h)-x}{2}$$

$$= 2 \cos \left(x + \frac{1}{2}h\right) \sin \left(\frac{1}{2}h\right) \text{ とする}$$

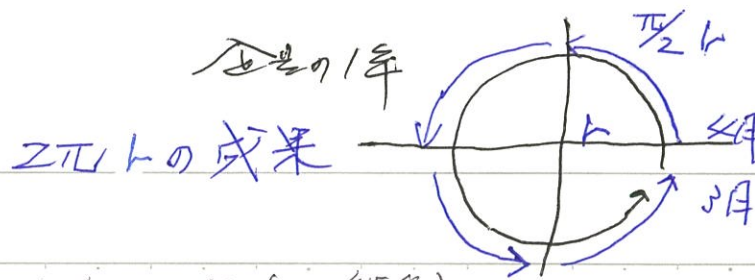
$$\text{よって } y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2 \cos \left(x + \frac{1}{2}h\right) \sin \left(\frac{1}{2}h\right)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos \left(x + \frac{1}{2}h\right) \sin \left(\frac{1}{2}h\right)}{\frac{1}{2}h} = \lim_{h \rightarrow 0} \cos \left(x + \frac{1}{2}h\right) \frac{\sin \left(\frac{1}{2}h\right)}{\frac{1}{2}h}$$

ここで h が 0 に近づくと、 $\cos \left(x + \frac{1}{2}h\right)$ は $\cos x$ に近づき、 $\frac{\sin \left(\frac{1}{2}h\right)}{\frac{1}{2}h}$ は、1 に近づくと仮定する。

よって、 $y' = \cos x$ とする。 つまり、 $y = \sin x$ を微分すると、

$$y' = \cos x \text{ とする}$$



No.

8

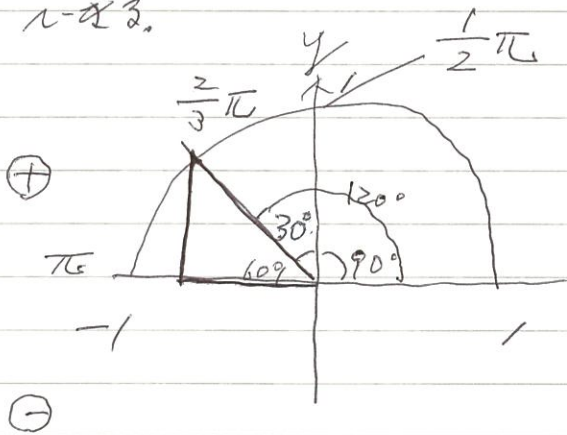
Date

3. 90度より大きいサインの値 (一般角)

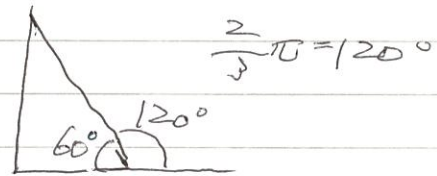
図形から定義した三角比には、 $\frac{\pi}{2}$ (90度) より大きい角度は考えられない。

しかし、x軸からの回転がある一般角の場合、y軸から $\frac{\pi}{2}$ (90度) 以上の回転させれば、単位円の中に直角三角形を

を作ることができる。sin と cos の値を導くことができる。



sin 120° の三角形



※ 関数とは数と数の関係
対心

波、周期波

サインは周期のよる周期関数

サインカーブ 2πの周期をもつ、値は1と-1を超えない

コサインのグラフもサインと同じ 2πを周期に持つ周期関数

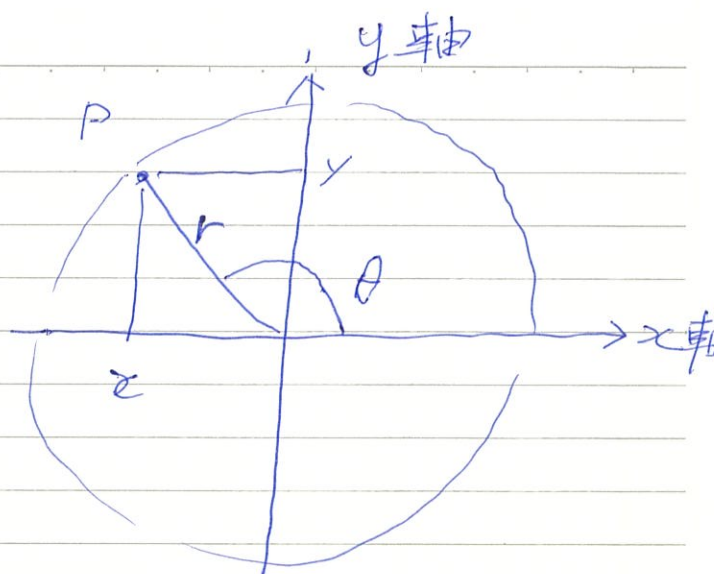
サインカーブを $\frac{\pi}{2}$ 左側に移動したもの

sin x に 2 を掛けると、波の幅を2倍に広げることができる

なる $y = 2 \sin x$

極座標

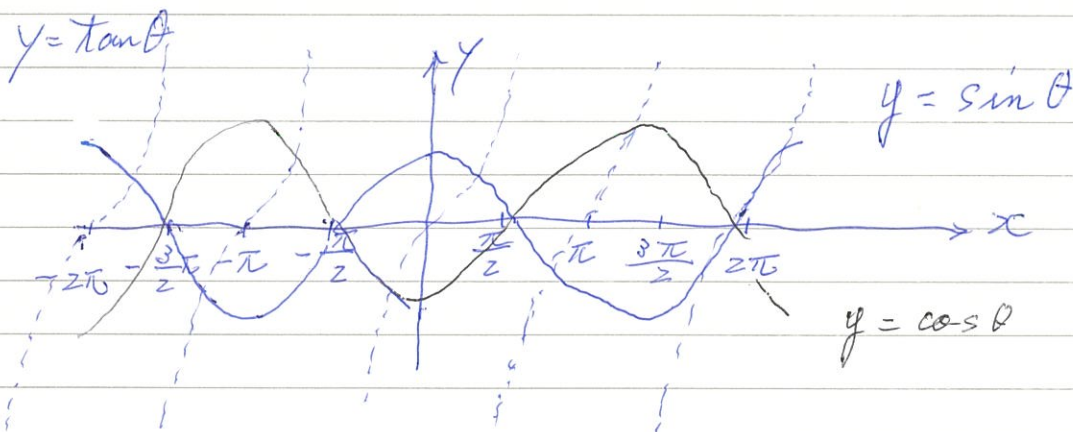
原点から点Pまでの
長さrと、基準線
(x軸)のなす角度θ
によって位置を表す
(指定座) 座標、



$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$



二次元平面上の点Pの位置を指定するとき、
x軸、y軸をとり (x, y) で表す。

これを「デカルト座標」という

極座 (r, θ) をデカルト座標に変換する方法は

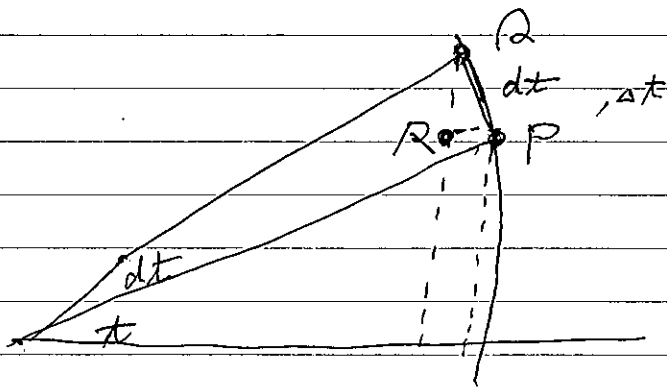
$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta$$

$\sin t$ と $\cos t$ の導関数

t をごくわずかに Δt だけ増やす。

このときの y 及び x の増え量 Δy 及び Δx は、

$$\begin{cases} \Delta y = \sin(t + \Delta t) - \sin t \\ \Delta x = \cos(t + \Delta t) - \cos t \end{cases}$$



Δt がきわめて小さければ、円弧 PQ は直線とほとんど区別できない。あるいは Δt が無限小であるとするとき、はじめから直線である。
 Δt

いずれにしても、点 PQR を三角形と考える。

斜辺は $PQ = \Delta t$ であり、角 PQR は t となるので

$$\Delta y = \Delta t \cos t$$

$$\Delta x = -\Delta t \sin t \quad \text{となる}$$

これを Δt で割ると、

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta t \cos t}{\Delta t} = \cos t$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-\Delta t \sin t}{\Delta t} = -\sin t \quad \text{となる。}$$

$\sin t$ の導関数は $\cos t$ となり、

$\cos t$ の導関数は $-\sin t$ となる。

$$(\sin t)' = \cos t$$

$$(\cos t)' = -\sin t$$

$y = f(t) = (t^2 - 3t + 5) \sin t$ の導関数は、

これは、2次関数 $(t^2 - 3t + 5)$ と $\sin t$ の積であるから、
積の法則を用いて、

$$y' = f'(t) = (2t - 3) \sin t + (t^2 - 3t + 5) \cos t \quad \text{となる。}$$

$y = \sin(t^3 + 4t - 2)$ の導関数は、

z を 2つの関数に分解して、

$$y = \sin z, \quad z = t^3 + 4t - 2$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dz} \times \frac{dz}{dt} \text{ を使って.}$$

$$\frac{dy}{dz} = \cos z$$

$$\frac{dz}{dt} = 3t^2 + 4 \text{ である}$$

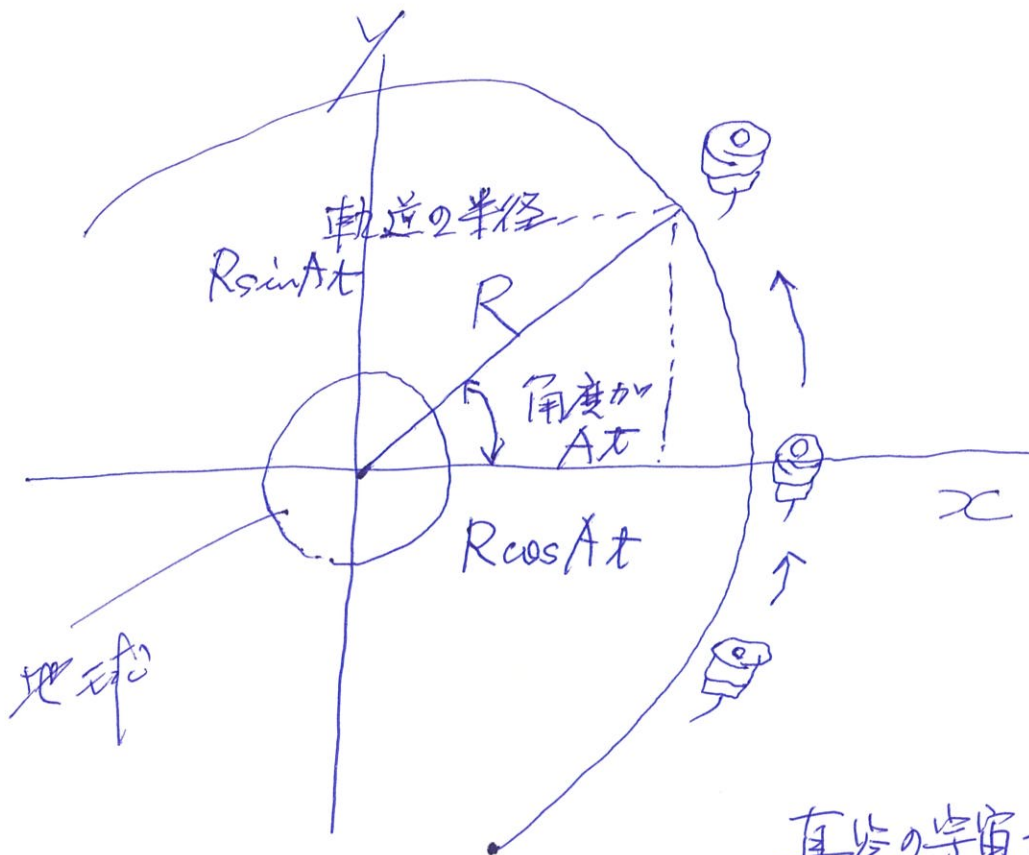
$$\frac{dy}{dt} = \cos z (3t^2 + 4) = (3t^2 + 4) \cos(t^3 + 4t - 2)$$

と求められる。

よって、 $(\sin kt)' = k \cos kt$ 求められる。

$\cos kt$ の導関数について

$$(\cos kt)' = -k \sin t$$



真空中の宇宙では、人工衛星は等速で回っているから、t秒後の人工衛星の位置

は、 $(R \cos At, R \sin At)$
 $\underbrace{\hspace{1cm}}$ x軸での位置 $\underbrace{\hspace{1cm}}$ y軸での位置
 $\uparrow$ $\downarrow$ 微分

v ... 人工衛星の速度

R ... 軌道の半径

m ... 人工衛星の質量

この位置を微分すると速度が出た $(-RA \sin At, RA \cos At)$ ①

これは速度と二つのベクトルを分けたものだから、速度はその大きさをとって、

$$v = \sqrt{(RA \sin At)^2 + (RA \cos At)^2} = RA \quad \therefore A = \frac{v}{R}$$

$$A = \frac{v}{R} \text{ の } t \text{ に対する } -v \sin \frac{v}{R} t, \frac{v \cos}{\left(\frac{v}{R} t\right)}$$

速度を微分して $\downarrow$ 微分
 加速度を出した $\left(-\frac{v^2}{R} \cos \frac{v}{R} t, -\frac{v^2}{R} \sin \frac{v}{R} t\right)$

位置
 $\downarrow$ 微分すると

速度
 $\downarrow$ 微分すると

加速度

5. 積を和に直す公式

$$26 \times 45 = 1170 \rightarrow 1000 + 170 = 1170$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$+ \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{2}$$

6. 和を積に直す公式

$$1000 + 170$$

$$\rightarrow 26 \times 45 = 1170$$

$$\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$(\alpha + \beta) = x$, $(\alpha - \beta) = y$ と変換すると、

$$\boxed{\sin x + \sin y = 2 \sin \alpha \cos \beta}$$

α の値

$$(\alpha + \beta) = x$$

$$+ (\alpha - \beta) = y$$

$$2\alpha = x + y$$

$$\alpha = \frac{x + y}{2}$$

β の値

$$(\alpha + \beta) = x$$

$$- (\alpha - \beta) = y$$

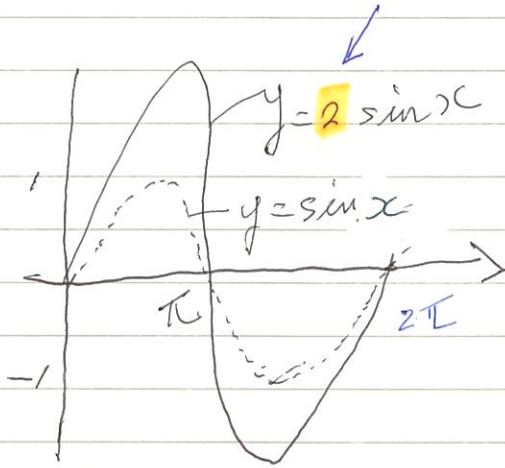
$$2\beta = x - y$$

$$\beta = \frac{x - y}{2}$$

$$\boxed{\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}}$$

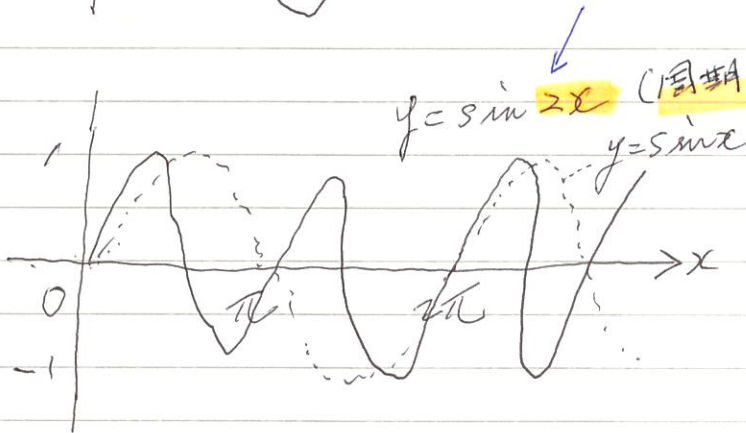
5. 波の振幅や周期を変える

(波を変化させる)



sinの振幅は上下に1.41

sin xに2をかけると、波の振幅を2倍にする。



y = sin 2x (周期が1/2、短くなる)

sin xの角度xに2を
かけると、波の周期を
半分にする。

6. 田周率の不思議 (川の蛇行)

川の蛇行は、川の源流から河口までの直線距離のおよそ3倍に

なる。 この値は平坦なところを流れる川ほど、田周率に

近くなる。

$\frac{1}{2}\pi$ (1.57) 田 (3.14)

川の蛇行が半田に近い形になるためである。 川の蛇行の寸法を

最初に指摘したのは、アインシュタインである。