(第5回) 会社法要論

2019.12.02

1. 会社法の基本思想

(1) 株主は、会社の所有者ではなく、投資家と位置づけたこと

(2) 旧商法の基本思想の放棄

① 資本充実、株主平等、債権者保護 の放棄

② 種類株主の多様化により 株主平等の思想は廃止

③ 全部取得条項付株式や 組織再編成の対価の柔軟化により 新しい考え方となる

④ 株主は、株主総会の決議によっていつでも追出される

⑤ 最低資本金制度を廃止し、純資産300万円を超える部分の配当を認める

(3) 会計理論との整合性

① 原則として パーチェス法の採用

2、会計から読み解く会社法

(1) 会社法の条文は、会社計算規則の条文によって初めて明らかになる

(2) 会社計算規則は、資本である株主払込金と留保利益の混同を厳格に禁止している

(3) 会社計算規則が目指すは、国際会計基準とのコンバージェンス（収れん）である。

(4) 会社法は、有限会社を株式会社に取り込み、小規模閉鎖会社を株式会社の標準として採用した。

会社計算規則が標準とする株式会社は、大規模公開会社であるグローバル企業である

(5) 国際会計基準とのコンバージェンスの影響を最も受けているのは、会社法と、中小企業会計基準である

3、税法から読み解く会社法

(1) 会社法設立 H17.7.26
平成18年度税制改正

(2) 会社法の株主平等原則は、
種類株式ごとの株主平等の原則であり、株式の種類が
異なれば、株主の権利は異なる。

(3) 資本金等の額を将来の払戻し等に備えて、
種類株式ごとに区分して管理する

(4) 法人税法は、議決権~~基準~~について、(同族判定)
①組織変更についての議決権基準 ②役員選任、
③報酬決定、④利益処分、⑤種類株式議決決

(5) 会社法では有償減資を、
①資本金の額の減少という計数の変更手続
②資本剰余金の配当という払戻手続
③法人税法は、資本積立金からの配当
④自己株式の取得 — 税法上はプロラタ計算

(6) 会社制度の濫用と税法
①DES(デット・エクイティ・スワップ)の債務消滅益課税
②青色欠損金のオーナー入替利用の制限

(7) 積残しの問題
①種類株式の評価

4. 会社法改正の必要性、影響

(1) 自己株式の取得の解禁

— 持合株の解消、景気対策

(2) 株式交換、株式移転、会社分割制度の導入

(3) 負債と資本の区別

5、DES

会社 / 個人 相続評価（貴欠△3000）

① B/S

資産 2100　借入金 5,000
資本金 100
欠損金 △3000

現金	貸付金	株式	その他	計
5000	5000	100		10,100
5,000	5000	0		10,000
				(△3000)

② DES 資本化 5000

資産 2100　借入金 0
資本金 5100
欠損金 △3000

現金	貸付金	株式	その他	計
5,000	0	5,100		10,100
5,000	0	2,100		7,100
				(0)

③ 免除益 3000

資産 2100　借入金 2000
資本金 100
欠損金 △3,000
免除益 3000

現金	貸付金	株式	その他	計
5,000	2,000	100		7,100
5,000	2000	100		7,100
				(0)

④ 増資 5000 → 返済 5,000

資産 ~~2100~~ 2100　借入金 ~~5000~~ 0
資本金 5100
欠損金 △3000

$\boxed{\text{最も70%}}$

現金	貸付金	株式	その他	計
5,000	0	5,100		10,100
5,000		2,100		7,100
				(△3000)

⑤ 返済 2000

資産 100　借入金 3,000
資本金 100
欠損金 △3000

現金	貸付金	株式	その他	計
5,000	3000	100	2000	10,100
5,000	3000	0	2000	10,000
				(△3000)

6 純資産の部

会計基準の考え方を会社法が全面的に取り入れた結果

	増減	分配	その他
(1) 資本金		不可	
(2) 資本剰余金			
資本準備金		不可	
その他		不可	
(3) 利益剰余金			
利益準備金		可	
その他積立金	マイナス可	可	
繰越利益剰余金	〃	可	
(4) 自己株式	株式の控除項目 マイナス		株主資本合計
(1) その他有価証券評価差額金			
(2) 繰延ヘッジ損益			
(3) 土地再評価差額金			評価換算差額等
(2-1) 新株予約権			

権利行使の有無が確定するまで性格が確定しない。

しかし、返済義務のある負債ではない。

資産でも、負債でも、払込資本でも、未だ当期純利益でもない

株主でもない。

経済

1

東京五輪後の日本経済

参考資料：（東京五輪後の日本経済 白井さゆり著 2017 小学館刊）

（非伝統的金融政策の経済分析 竹田陽介 矢嶋康次著 2018 日本経済新聞社）

○学習日

2019.10.07
2019.10.15
2019.10.22
2019.10.28
2019.11.04
2019.11.11
2019.11.25
2019.12.03

落盤がくずれないか？

日銀債務の膨張

1、異次元緩和

2013.12 安倍内閣

2014.2

（円 80〜100 / 株 8000〜10000）

2018（100〜110 / 10,000〜23,000）

1）高騰する都心の不動産価格

① 日本銀行の異次元緩和（大量のマネー供給）

② 東京五輪開催決定（将来への期待）

1986〜1991のバブルの思い出（全国的不動産価格、日経 38,957円）

今回は局所的・東京中心

~~実需を伴わない不動産建設ブーム（需要が見込まれていないのに）~~

2006〜2007のミニバブル リーマンショック

実需を伴っている

今回 2017〜 の

③ 不動産向け貸出

空虚で危険な建設ブーム

都心の一部

局所的現象

バブル体とは違い

節税対策

個人のアパート等賃貸建設の増加

実需を伴わない住宅供給

都心のオフィスビル建設

① 実需はあるか

地銀のアパート建設融資の増加 対前年?

問題点

不良債権化のおそれ

今後、アパートの居住者が大きく増えない見通しの中で

実需を伴わない住宅供給

節税商品としての賃貸住宅建設

将来の供給過剰

日本の世帯数の減少が始まるとき

単独世帯を中心に増加傾向の世帯数も2020年頃から減少へ

家賃保証の罠（家賃相場と連動）

空室率の増加

2017.10

アパートバブル終息?

着工3カ月連続減■無料貸しも

アパートバブルに終息の兆しが強まっている。相続税対策と低金利を背景に貸家の新設着工は2年近く高い伸びが続いたが、このところ3カ月連続で減少。地方では空室が埋まらず、一定期間の無料貸しを売り物にする物件さえある。貸出先に困っている地銀はアパート融資に奔走してきたが、金融庁の監視強化で流れが変わりつつある。

地方で空室が埋まらないアパートが増えている（栃木市）

金融庁、地銀監視を強化

入居者様募集――。JR栃木駅から徒歩30分。空き地や山々に囲まれたある地域には、アパートの入居者を募るノボリや看板がわずか数百㍍の範囲に8つも立っていた。今夏に完成した新築の物件は20部屋弱のうち、9割ほどは埋まっていない。不動産店に問い合わせると「今ならキャンペーンで2年間は賃料を毎月5千円下げる」という。

物件を大手不動産サイトで検索すると、「フリーレント」のサービスを付けると書いてある。不動産業界は空室が埋まらない場合、1～3カ月の無料貸しをしたうえで契約に結びつけることがある。栃木では千件以上の物件がフリーレントに出ている。地元の主婦は「昔は兼業農家が多く、誰も土地を売らなかった。今は農業をしないし、相続対策でアパートが増えた」と話す。

相続対策が一服

国土交通省の調べでは貸家の新設着工戸数は今年6月から3カ月続けて前年同月の実績を下回った。8月の減少率は5%に拡大。28都道府県で着工が減り、最大の下げ幅は栃木県の53%だ。同省の建設経済統計調査室は「郊外エリアの需要はピークアウトしたとの見方がある」という。

アパートは2015年1月の相続税の優遇策に加え、日銀が16年2月に導入したマイナス金利によって急速に伸びた。貸家着工は6月まで19カ月連続で増加。16年度は全国に43万戸弱が供給されており、前年度比の伸び率は2ケタ増と、まさにバブルの様相を呈した。

ただ三菱UFJリサーチ&コンサルティングの試算では、貸家着工は17年度に5・9%減、18年度も7・8%減を見込んでいる。同社の土志田るり子氏は「相続対策の需要が落ち込み、これからは減少傾向が続く」と予想する。貸家は人口減少が続く地域でも田んぼや空き地に建てられたが、この先はトレンドが変わる公算が大きい。

アパートバブルを引っ張ったのは地銀勢だ。日銀のマイナス金利で稼げなくなり、収益を穴埋めするため一斉にアパート融資に動いた。「土地持ちの地主にアパート営業をかけろ」を合言葉に、全国の地銀が一斉に貸し込んだ。16年末のアパートローンの融資残高は前年比5%増の22兆円強と過去最高に達した。そのうち6割強は地銀の融資だ。

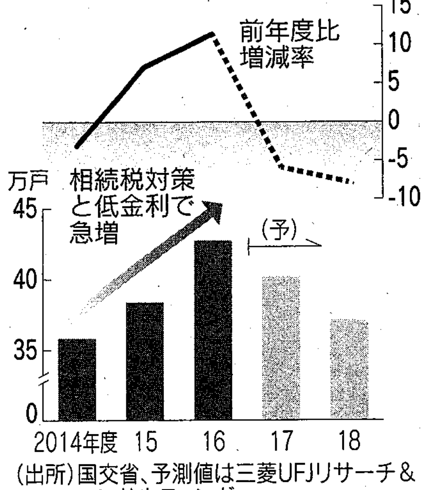
副作用が顕在化

ところが関東のある地銀幹部は「空室増で風当たりが強まるなかで支店に積極的に融資を増やせと指示できなくなった」と明かす。実際に昨年末から一転し、今年4～6月のアパート向け新規融資額は前年同期比15%減と09年の統計開始以来、最大の下げ幅になった。

別の地銀幹部も「駅前とそれ以外の地域では空室率が異なる。需要の濃淡が強く出始めている」と過剰な貸し付けによる副作用を語る。こうした地銀に強い警戒感を寄せるのが金融庁だ。

「アパートローンは持
続可能では
18日。都内
地方銀行協
換会で、金
並ぶ地銀ト
言した。節
し、将来の
十分に説明
同庁は顧客
勢を問題と
一部の
年、顧客を
介する見返
を受け取っ
は違法では
な手数料獲
その分安く
が不利益を
は「顧客本
を地銀に求
連の行きす
過できなく
金融庁幹
ト融資は地
頼関係を
い。今後も
続ける」と
のアパー
が、人口減
地方で年間
新規供給を
理にかなわ
たげ)は終
（馬場燃

貸家の新設着工戸数



(出所)国交省、予測値は三菱UFJリサーチ&コンサルティング

④ タワーマンションは投機か

高い価格は、建設現場の人手不足と輸入建築資材の高騰

~~②~~ 日本の世帯数

人口減少だが変化少

結局 1人世帯化

↓

買物 → 外食、レストラン

料理 → 購入、コンビニ

実需の基礎 基盤

⑤ ヨーロッパの住宅事情

大規模な金融緩和に

住宅の不足 （移民や難民の大量流入）

実需があるから不動産価格が上昇

バブルとは実需を完全に無視した価格水準

(2) 日経平均 2万円はバブルか

2008～2012の平均株価

8000～10,000円

高かったとは言え過去の 50％程度

米などの世界は、最高値を更新中

① 株価収益率 PER（株価収益率）

PERで判断しなければならない

時価総額 ÷ 純利益

又は、株価 ÷ 1株当たり利益

外国人主導の株価

② 株価は外国人主導で動いている

80年代は日本人主導

③ 株高と円安 → 株高

比較グラフ

円ドルレート×200 = 株価

③ アベノミクス

・大胆な金融政策

・機動的な財政政策

・民間投資を喚起する成長戦略

✓ 外国人投資家は円安の予想

円売り → 円安

✓ 大胆な金融政策により、輸出産業はじめ、株価も上がると予想

株購入 → 株高

④ 円安と株高

「大規模な金融緩和政策」によって、今後円安になり、日本の輸出産業の株価が上がるに違いないと考え

―― 円を売り（円安）、日本株を買う（株高）

⑤ 持合株の解消と外国人株主の増加

長期的投資から短期的投資(3ヶ月)

将来の株価暴落の主因は外国人投資家

⑥ 円安

円高 — 輸入企業が儲かる

円安 — 輸出企業が儲かる.

② ETF

② ETF(株式の市場からの大量購入)は世界で初めての実験

日本銀行のETF(指数連動型上場投資信託)の購入

数千億円 → 7兆円/2016

:2012

日本株は世界第3位の株主

年金積立金管理運用独立法人(GPIF)

2014.3 21兆円 → 2017.6 36兆円

日本株の最大株主

2019.9 日銀の総資産 569兆円

⑦ コーポレートガバナンスの後退 (利益)

法令の遵守と効率的な経営

④ 日本の株主(2020.11) 巨大な物を言わない株主

日銀(ETF) 40兆円 (6.7%)

GPIF(年金管理) 36兆円 (6%)

日銀 ETF 15兆円 (10% →)

GPIF 36兆円 (25%)

毎年6兆円増える

⑧ 日銀がETFを売るとき

② 永久に買えるか いつどのように売るのか

9兆円と推定される日銀のETF購入力(毎年6兆円)

リスク資産 (ETF、REIT …24兆円の株式….

日本銀行のリスク資産

② 日本銀行は売り急ぎにならないか

② 外国人投資家による売り崩し

⑤ リスク資産の大きさ

2020 国債 480兆円 ETF 27兆円 ＞ 507兆円 総資産の89% (569)

純資産 4兆円

1%で6兆円

大企業のガバナンスの甘さ

2012、12 第二次安倍内閣

白川総裁の退任 2013、1

(1) 過度な円高

(2) 金融緩和の不足

(3) リスクを取らない

3、日本経済の不都合な真実

(1) デフレからの脱却

1990年代〜

デフレとは、モノやサービスの価格が継続的に下がっていく経済状態

↓

顕著に、従業員の賃金が下がる

企業の販売価格が上がらない

(2) デフレマインド

企業や家計のデフレマインド

統計上の物価指数（ほとんど価格上昇なし）

OECD 世界で日本だけデフレ

＜家計が認識する物価変化率（物価が上がっている）

⑥ 異次元緩和の効果

(1) 極端な円高の是正　1ドル 80円→1…

(2) 〃 株安 〃　10000円→20,0…

(3) 失業率の改善　3%台切る

(4) 金利水準の低下

効果がなかったこと

(1) 経済成長ができなかった

1%〜1.5% → 1.2%

(2) 賃金上昇の低下

(3) 物価上昇はなかった

人件費が上がらない

⑦ デフレは消費者国民の不安

(3) 日本経済は、金融緩和政策によって

たくさんの需要を作り出せる — ~~体質ではなくなってきている~~

一日本型デフレ一の真の要因

消費者心理との乖離　国民の不安

日本だけ デフレがなぜ 脱出できないのか、

高齢化の進展、働き手の減少

バブル後の[illegible]

膨大な政府債務

将来に対する不安

5. 世界経済のゆくえ

(7) 中国経済の問題点 A, B, C

A

① 企業債務の問題　過剰債務

地方政府出資の投資会社の債務、民間企業の債務

GDP比で170%~200%　(2,500〜 兆円)

② 家計債務

住宅価格高騰、住宅ローン債務

約600兆円　(政府債務 600兆円)

③ 公的・民間の総債務 (2,500~3,000兆円)

④ シャドー バンキング

銀行もかかわっている

順天堂
に定期
コーヒー

B

⑤ 企業の過剰生産能力

リーマンショック後の景気刺激策

⑥ 鋼鉄産業の過剰生産能力

5年間で1億~1.5億トン削減目標

=日本の年間粗鋼生産量

↓

大量の失業者の発生

C
⑦ 資本流出の問題

2015年 約1兆ドル 海外流出

日本のGDPの$\frac{1}{5}$、100兆円

資本コントロール
↓
資本流出

⑧ 人民元売りの心理

高い成長
高い金利
→ 成長の減速
経済問題

世界からお金が集まる
人民元高

人民元安へ
人民元売り

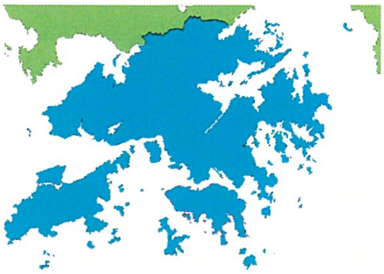
⑤

⑨ 中国版のリーマンショックは起こるか

民間経済主導の経済ではなく、
政府主導の経済
中国は、日本と同様、外国資本に依存していない

購買力平価(国内のモノやサービスの購売力)でみると
中国はアメリカを抜いて第一位

(中国 政府 国有企業
民間主導ではない



不平等制度の限界

(香港では何が起きようとしているのであろうか)

（12月のごあいさつ）
2019年12月1日（日）

先週、沖縄事業再生研究会で、愛媛大学の兼平先生から琉球政府時代(米国の施政権下)の沖縄の税制の講義を受けた。

沖縄は、今から約150年前、**琉球王国**であった。当時のことは、**日支両属**と呼ばれ、琉球国は東シナ海貿易で繁栄した。

明治に入って、日本政府は、**1879年沖縄県設置**を強行した。以後約70年間、日本の一県となった。しかし、1945年, 日本の太平洋戦争敗戦により、その後**27年間、米国の施政権下**となり、1972年に日本に復帰した。

約2000年間の日本の歴史において、日本への復帰後の47年間も入れても、沖縄県は**約150年間の歴史**を共にするにすぎない。

1637年 琉球王附が先島（宮古、八重山）に人頭税を施行。定額であったため、不作期や人口や耕作地の増減が考慮されず、重税感の強いものであった。

戦後、琉球政府時代の税制（1945～1972年）は、沖縄戦による戸籍、登記制度の崩壊と米軍による広大な軍用地の撤収の中で、**日本の税制を基礎**にはしているが, **課税原則**とも言うべきものは, 琉球政府章典にある「法の下の平等」のみで、日本の憲法にいう**「租税法律主義」**の適用はなかった。このような中で起きた**サンマ事件**は、納税者の正しい主張を無視した、琉球政府裁判所から米国民政府裁判所への移送による米国人優位の**治外法権**であり、現在の**地位協定**のような感じがした。

経済特区優遇税制（1972～　　）は、沖縄の社会資本整備の遅れを埋め合わせる施策であり、経済金融特区、国際物流特区、情報特区が設けられたが、優遇税制と進出企業のミスマッチが生じている。

今後、一国二制度ともいえるほどの大胆な優遇税制として、使い勝手の良いものへの改正と運用が期待されるが、香港に置けるような制度にはほど遠く、優遇税制として全国を巻き込むほどのインパクトは感じさせない。

香港では現在、何が起きようとしているのであろうか。2019年9月16日時点で、中国本土への容疑者引渡し条例(逃亡犯条例改正案)に反対しているだけではなく、11月25日区議会選挙での民主派の勝利は、**一国二制度の拒否**ではないか。改正案の完全撤回とより広範な民主的自由の保障などを求める**「五つの条件」**は、ほんとうは, **一国二制度の崩壊、香港の独立**ではなかろうか。

人為的に作られ, うまく作動していたかに見えた一国二制度の問題点を考え直す必要がある。鄧小平など中国の指導者は、政治的な統一を重視するあまり、**経済的な自由**が, 政治的, 国家的な制約を超えるとは考えなかったのであろうか。それとも香港を捨て、それに代わる金融・経済特区を中国に新たに作り直そうとしているのであろうか。

④ 東京五輪後の金融危機（不動産価格）

金融危機のパターン

(イ) ノンバンク中心の金融危機

ノンバンクが過度にリスクをとった場合

(ロ) 各国の中央銀行が金融政策を実行し実行に移した時期

2008年以後の 大規模な金融緩和政策

中央銀行が市場から大量の資産の買入れ

これが資産価格の上昇をもたらし →バブル

(ハ) 不動産価格

今回の不動産価格上昇の要因は何であったのか。

異次元緩和 →市場に大量のマネー供給、金利低減

東京五輪への期待

(ニ) 不良債権処理のために、不動産価格には、

さらに下落圧力かかる。

(ホ) 歴史 ― 不動産価格の底（10年毎）

2002年 ― 2012年 ― 2022年 ―

⑥ 東京五輪後の為替（為替）

(イ) いったんは 円高方向か

(ロ) 為替変動要因

1、2国間のインフレ率の差

2、〃 経常収支の差

インフレ国の為替は下落しやすく

デフレ国 〃 上昇しやすい ↗ 将来の円高

経常収支の赤字国は 下落しやすい

〃 黒字国 上昇 〃 ↗ 将来の円高

⑦ 五輪後の円の大暴落

国の債務残高

対GDP比

2019	200%
2030	300%
2040	400%

→ 円の大暴落

(3) いよいよ始まる企業淘汰

① 現状の日本

供給力 ―――― 需要力

バランス
＝

技術の老朽化
生産能力の限界

衰えつつある需要

企業淘汰

淘汰

高い生産性を持つ企業だけが残る

~~地域、国境が溢れ生産性ない~~

なければ淘汰される

低
沖縄企業の生産性も、淘汰で解決できる

のには……

② シェアリングエコノミー

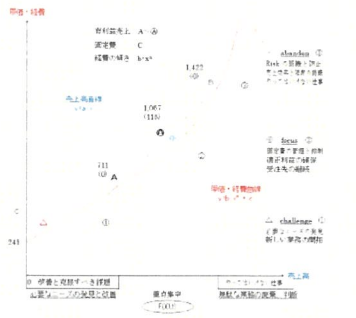
無理して買わなくてもいい

頑張ることもない

縮小する需要

H29 4/24 M

2019.01.21/15
2018.10.15
2018.08.13
2018.06.10
2018.04.16
2018.01.09
2017.10.10
2017.07.10
2017.04.23



指数・対数

会計と経営のブラッシュアップ

2019.07.28

山内公認会計士事務所

2019.09.17
2019.09.24

次の図書を参考にさせていただきました。
（ゼロからわかる指数・対数　2007.12 深川和久著　ベレ出版刊）（面白くてはなし上、下 2012.5 大村平著 日科技連刊）
（図解雑学指数・対数　2013.5 佐藤敏明著　ナツメ社刊）

2019.09.30
2019.10.07
2019.10.16
2019.11.18

I. 指　数

1. 指数とは、いくつかけ算されているかということ

2019.11.25

つまり、大きな数、$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ を 2^5 と書き、2 の 5 乗という累乗のこと。
2019.12.03
大きな数を表すことに適している。

(1) 世の中は、かけ算的（指数的、曲線、複利）に従う傾向にあり、人はそれを足し算的（直線）に理解しようとする傾向がある。

現実は複雑であっても大づかみに理解したい ----何倍くらいか

（例）かけ算、指数
国や経済の伸び　―　対前年比○%
預金やローンの利息　―　金利の計算
指数とは　―　かけ算のくり返し

指数	対数
（複雑）	（単純）
かけ算	たし算
激しい	静か
細かい	大づかみ

AI、デジタル、将来

従って世の中は指数的に変化する傾向にある **（激しい変化の世界）**
しかし、人は足し算的にものを見ようとする **（静かな変化の世界）**

歴史、対数

世の中はかけ算的・指数的（変化・変動）であるのに、人は足し算的（静止的固定的）に勘違いしている。この面において世の中は複雑である。

（大量）

そして、この**指数の逆が対数（単純化）**である。
対数　　　　　　は複雑なものを単純にしようとする。
そして人の五感はことごとく対数的である。しかし、現実は指数的である。
人の記憶や歴史も対数と深く関係している。だから、過去は対数的
歴史上の出来事は、1 年を 1 とすると、10 年は 2、100 年は 3、1000 年は 4・・・という並び方になるかもしれない。（記憶の量）

過去は会計のようにコンパクトな報告が優れている。（内容も、意見も）　過去は大づかみになる。

導関数の定義式　$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f x}{h}$

$$\boxed{\begin{array}{l} 8 = 2^3 \quad x = a^y \quad y = \log_a x \quad (\log x) \\ y' = \frac{1}{x \log_a e} = \frac{1}{x} \frac{1}{\log_e e} = \frac{1}{x} \end{array}}$$

$$(\log_a x)' = \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h) - \log_a x}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h) \div \log_a x}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log_a \frac{(x+h)}{x} = \lim_{h \to 0} \frac{x}{h} \cdot \frac{1}{x} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h}}$$

ここで $\frac{h}{x} = k$ とおくと　$\lim_{h \to 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e$

$$= \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a (1+k)^{\frac{1}{k}} = \frac{1}{x} \log_a e$$

$= \frac{1}{x} \log_a e$ は、底を e にすると、

$= \frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$ となる

故に

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x}$$

(3) すなわち 対数の微分は、

$$\boxed{\frac{d}{dx}\log_k x = \frac{1}{x}\log_k e}$$ となった

(適宜使い分ける)

底を2にする $\log_2 x$ コンピュータ理論や情報処理理論

底を10にする $\log_{10} x$ 常用対数、複利計算等

底をeにする $\log_e x$ 自然対数、記号を使った数式の展開等

そしてこの3種の表わし方は、

$$\log_e x = 2.30\log_{10} x$$

$$\log_2 x = 3.32\log_{10} x$$ となる

今後 $\log_e x$ は $\log x$ とする。

(4) (2)の式

$$\frac{d}{dx}\log_k x = \frac{1}{x}\log_k e$$ において

kのかわりにeを使うと

$$\frac{d}{dx}\log_e x = \frac{1}{x}\log_e e$$ とすると

$\log_e e$ は1なので

$$\boxed{\frac{d}{dx}\log x = \frac{1}{x}}$$ となる

減衰量の計算

段階状の減衰量

「ある期間」後に αの減衰が生じる

$1-\alpha$

減衰後の残量

連続状の減衰量　　減衰率 a

「ある期間」をk等分し、それぞれに

a/kの率で 減衰してゆくと考えると

ある期間後の残量は、

$$\left(1-\frac{a}{k}\right)^k$$

αとaの関係は、

aは減衰率

$$1-\alpha=\left(1-\frac{a}{k}\right)^k$$

そして、kをどんどん大きくした極限は、

$$\lim\left(1-\frac{a}{k}\right)^k=e^{-a}$$

従って、αとaの関係は、

$$1-\alpha=e^{-a}$$

この関係を、x期間後の減衰量の式、に代入すると、

$$y=A\left(e^{-a}\right)^x$$

$$=Ae^{-ax}$$

放射線物質、水温のように連続的に減衰する場合の式は、x期間後の量を表わす関数の形となる。

y：x期間後の状態

A：スタート時の量

e：指数関数 the exponential function

a：減衰率

x：期間　　tとすると　$=Ae^{-at}$

炭素14の半減期

(1) 炭素14は放射性炭素ともいわれ、半減期は 5,730年 である。

(2) 大気中に含まれる炭素14の割合は一定であり、生きている生物も炭素14の割合は大気中の割合と同じである。

(3) 生物が死ぬと炭素14の供給がなくなり、崩壊だけが続くので、死んだ動植物の炭素14の割合を調べると死んでから年数が推定できる。

(問1) ある木棺の炭素14の割合を調べたら、75%に減っていた。このとき、この木棺の年代は

r = 残存割合

炭素14が1年で r 倍に減少するとして、

この木棺が x 年前のものだとすると、

$r^x = 0.75$ また $r^{5730} = 0.5$

$\log r = \dfrac{\log 0.5}{5730}$

$x \log r = \log 0.75$ —①　　$5730 \log r = \log 0.5$ —②

①②より

$$x = \frac{\log 0.75}{\log r} = \frac{5730}{\log 0.5} \times \log 0.75$$

$$= \frac{5730 \times \log \frac{3}{4}}{\log \frac{1}{2}} = \frac{5730(\log 3 - 2\log 2)}{-\log 2} = 5730 \times 0.4150 \fallingdotseq 2378$$

年前

作成日　・　・
作成者

半減期

ある放射性同位元素の崩壊速度を k (g/秒) とすれば、それが半分になるまでの時間 x (秒) が求める半減期である。

今、その放射性同位元素が y グラムあるとすれば、1秒間に ky (グラム) 減る。つまり、増える率 (y') は −ky (g/秒) だから、

$$y' = -ky$$

$$\downarrow$$

$$\frac{y'}{y} = -k$$

$\log_e f(x) \longrightarrow f'(x)/f(x)$ から

$$\downarrow$$

積分すると　$\log_e y = -kx + C$　①

① は x 秒後の放射性同位元素の量 (y) を決める式。

はじめ ($x=0$) 2グラムあったとすると、$x=0$, $y=2$ を ① に代入して、

$$\log_e 2 = -k \times 0 + C = C \longrightarrow C = \log_e 2$$

よって、半分になるとき ($y=1$) の時間 x (半減期) は、

$$\log_e 1 = -kx + \log_e 2 = 0 \qquad (\log_e 1 = 0)$$

$$\therefore x = \frac{\log_e 2}{k}$$ (求める半減期)

また、① 式は対数で表わされているが、これを指数の形に直すと　$y = C \cdot e^{-kx}$　とも書ける

●こうして「半減期」は求められた

ある放射性同位元素の崩壊速度をk（g/秒）とすれば、それが半分になるまでの時間x（秒）が求める半減期。

今、その放射性同位元素がyグラムあるとすれば、一秒間にky（グラム）減る。つまり増える率（y'）は$-ky$（g/秒）だから、

$$y' = -ky$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\frac{y'}{y}} = -k$$

$$\downarrow \ \boxed{\text{積分すると}}$$

$$\log_e y = -kx + C \cdots\cdots ①$$

この形は3章の微分の表（⑫）にあった!! つまり、$\log_e y$を微分すると、$\frac{y'}{y}$となるから

①はx秒後の放射性同位元素の量（y）を求める式。

はじめ（$x=0$）2グラムあったとすると、$x=0$，$y=2$を①に代入して

$$\log_e 2 = -k \times 0 + C = C \longrightarrow C = \log_e 2$$

よって半分になるとき（$y=1$）の時間x（半減期）は

$$\log_e 1 = -kx + \log_e 2 = 0 \quad \left(\begin{array}{l}\text{なぜなら}\\ \log_e 1 = 0\end{array}\right)$$

$$\therefore\ x = \frac{\log_e 2}{k} \cdots\cdots \text{これが求める半減期}$$

また、①式は対数で表わされているが、これを指数の形に直すと $y = C \cdot e^{-kx}$ とも書ける

(3) 放射性物質（炭素14）の崩壊

$$y = Ae^{-at}$$

炭素14（^{14}C）の半減期は約5,730年である。

いま、1gの炭素14（^{14}C）があるとして、

3,000年後にはいくら残っているか。

y --- その結果
A --- 最初の値
a --- 減少率
t --- 年数、時間

y --- g（結果）
a --- ~~3000年~~ 減少率
A --- 1g（最初の値）
t --- 年数

炭素14（^{14}C）は5,730年で半分になるので

$$0.5 = e^{-5{,}730a}$$

$$5{,}730a = 0.69$$

$$a \fallingdotseq 0.00012$$

（3,000年後には）

$$y = e^{-0.00012 \times 3{,}000} = e^{-0.36} = 0.70\ (g)$$

$$10{,}000 = e^{-1.2} = 0.30\ (g)$$

積分を実行すると、

$\log x + C_1 = at + C_2$ となる

$\log x = at + C_3$ （$C_2 - C_1 = C_3$ とする）

この式は

$e^{at + C_3} = x$

すなわち

$x = e^{at} \cdot e^{C_3}$ を表わす。

$t = 0$ のとき $x = A$ とすると $e^{C_3} = A$

$x = Ae^{at}$ の関係となる

これが、t の関数としての x の形である。

たとえば、1分あたり 1/10 の割合で増殖

している細菌の一群がある。

1時間後には何倍にふえているか

$a = 0.1/分$

$t = 60分$

$Ae^{0.1/分 \times 60分} = Ae^6 = 403A$

1時間後に403倍となる。

10日で1割の利益へ

365日でいくらか

$a = 0.1/10日$

$t = 365日$

$Ae^{0.01 \times 365} = 38.47A$

$1.1^{\frac{365}{10}} = 32.42$

e の数値

$$\lim_{k \to 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e$$

k を限りなく 0 に近づけていくと ……

k の値	$(1+k)^{\frac{1}{k}}$ の値
0.1	2.59374246 ……
0.001	2.7169 23932 ……
0.00000000 1	2.71828 2052 ……
↓	
0	$\boxed{e = 2.71818\,1828}$ ……

対数関数の導関数

（自然対数の場合）

$$(\log_e x)' = \frac{1}{x}\log_e e$$

$$= \frac{1}{x}$$

真数の逆数が log の外に

↑

対数は微分すると分数になる

（底が e でない場合）

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x}\log_a e$$

e が真数になる

合成関数

2つの関数 $y=g(u)$, $u=f(x)$ に対して

前者の式に、後者の式を代入してできる関数

$y=g(f(x))$ をいう。

合成関数の導関数

$$\{g(f(x))\}' = g'(u)f'(x)$$ である。

つまり、合成関数 $y=g(f(x))$ の導関数は、

$g(u)$ を u で微分し、 $f(x)$ を x で微分して

得られる2つの導関数の $g'(u)$ 、$f'(x)$ の積である。

2019.09.30
2019.09.24
2019.09.09
2019.09.02
2019.08.19
2019.06.17
2018.10.23

微分方程式

平成 29 年 7 月 24 日

2019.10.21
2019.11.04
2019.11.18
2019.11.25
2019.12.03

参考図書（Excel で学ぶ微分積分　山本将史著　H24.8 オーム社）
（すぐわかる微分方程式 石村園子著 1997.8 東京図書刊）
（微積分のはなし 大村平著 1985.3 日科技連刊）
（Excel で学ぶ微分方程式　鈴木肇著　H18.2 オーム社）

1. 将来予測

微分方程式は、ある瞬間における現象の変化を導関数を用いて表わした方程式である。

(明るい!!差

光の
暗いところでの明るさと
明るい場所との差

暗いところ!!

(1) 化石－放射性元素

半減期 $y^1=-ky$
減る速度 y^1 は、現在量 y と比例する。
これを積分すると、現在量 y が求められる。$y=C\cdot e^{-ky}$

(2) 刺激と反比例などの微分方程式

① 刺激が変化するとき、その変化に対する敏感度は、もとの刺激の大きさに反比例する。（ポルノ映画の製作会社）、前作より 1 割以上の興奮度
② 台風の進路予想　ベクトル（その点で進むべき方向と速さ）
③ 解曲線（ベクトルを接線として持つような曲線）
④ 風の流れ、民族の大移動

(3) 限界速度

落下物は空気の抵抗がないものとすると、落下距離の√に比例して落下速度が増大する。
ビルの屋上から落したリンゴの質量を m とすると、その作用している引力は mg(g は、地表付近の物体を引きつける重力の加速度で $9.8m/sec^2$ である。)

$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg$　　$\frac{d^2x}{dt^2}$はリンゴが地面へ向う速度の変化率（加速度）

しかし、空気抵抗が落下をやめさせる方に作用する。
空気抵抗の強さは物体の速度が比較的遅いうちは速度にほぼ比例し、物体の速度が速くなると速度の 2 乗に比例する。
従って、空中を落下する物体がある速度になると、引力と空気抵抗の力がちょうどバランスして、それ以上速度が増大しなくなる。
これを限界速度という。（パラシュートでの落下速度）

$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k\frac{dx}{dt}$　　$k\frac{dx}{dt}$は空気抵抗

$\frac{dx}{dt}$は速度であり、$\frac{dx}{dt}=v$とすると

$mv=mg-kv$

対数関数の微分（導関数を求める）

$$\boxed{\text{導関数の定義式}\quad f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}}$$

より

$$(\log_a x)' = \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h) - \log_a x}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h)/x}{h}$$

引き算が割り算に!!

$$\boxed{\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right) = \lim_{h \to 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{h} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h}}$$

$$\boxed{\log_a M^k = k \log_a M}$$

Mのk乗は$\log_a M$のk倍に!!

ここで、$h/x = k$とおく、$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \lim_{k \to 0} \log_a (1+k)^{\frac{1}{k}}$となる。

ここで、kが0に近づくと、$(1+k)^{\frac{1}{k}}$は、ある一定の数 e に近づく。

つまり、$\lim_{k \to 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e$である。$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e$

となり、底aをeにすれば$(\log_e x)' = \frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$となる。

逆は $\int \frac{1}{x} \to \log x$

$\frac{1}{2}\left(e^{\log 2}\right)^x = \frac{1}{2}\,2^x$　　$\left(e^{\log 2}\right)^x = 2^x$　　7

一定の倍率で変化する現象を表す

変化率がそのときの量に比例する現象の場合

$$\frac{dy}{dx} = ky$$

一定の倍率で増加、減少する関数yを表す微分方程式

↓ yでわる

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = k$$

↓ xで積分

$$\int \frac{1}{y}\frac{dy}{dx}\,dx = \int k\,dx$$

↓ $\int \frac{1}{y}\frac{dy}{dx}\,dx = \int \frac{1}{y}\,dy$ より

$$\int \frac{1}{y}\,dy = \int k\,dx$$

↓ 積分する

$$\log y = kx + C$$

$y = e^{kx+C}$

$= e^{kx} + e^{C}$

$= e^{C} = A$とすると

$e^{C} = A$として

↓ 指数の形へ

$$y = Ae^{kx}$$

倍々の法則より、

$x=1$のとき$y=1$

$x=2$のとき$y=2$だから

$$\begin{cases} 1 = Ae^{k} & \cdots ① \\ 2 = Ae^{2k} & \cdots ② \end{cases}$$

②÷①より

$$e^{k} = 2 \quad \cdots ③$$

よって　$k = \log 2$　$= \log_e 2$

これを①、③に代入

$1 = Ae^{\log 2}$、$e^{\log 2} = 2$

より、$A = \frac{1}{2}$

これを$y = Ae^{kx}$に

代入して、

I_x

$$y = \frac{1}{2}e^{x\log 2}$$

$$= \frac{1}{2}\left(e^{\log 2}\right)^x = \frac{1}{2}\cdot 2^x$$

$$= 2^{x-1}$$

倍々の法則の式が導き出された

$e^{\log 2} = 2$　$e^{\log 3} = 3$　$e^{\log 4} = 4$

$\frac{1}{2}\cdot 2^x = 2^{x-1}$

森羅万象と経済現象も表現できる

(1) 微分方程式

ある瞬間における現象の変化を 導関数を用いて表した方程式

瞬間の変化を"次々につなげて行く" …… 結果が生まれる

微分方程式を解くのが積分である。そして指数関数, 対数関数が重要な役割を演じる。

(2) yの変化率がその時点のyに比例する現象を表わす微分方程式である

ある時間xから、短い時間Δxだけ経つ間に、yは

$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ だけ変化する。

変化率は、時間の間隔Δxを0に近づけたときの極限だから、

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$ である

この式をy'や$\frac{dy}{dx}$と書きyの変化率という

(3) 分析したい現象

→ $\boxed{導関数で表す}$ → 微分方程式

積分

$\boxed{微分方程式の解}$ → 現象の解明

$$\frac{dy}{dx} = ky \quad ①$$

$$\frac{dy}{dx} = ky \quad \text{----①} \quad （微分方程式）$$

①の解は $\frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx} = k$ となるから、

xで積分して

$$\int \frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx}\,dx = \int k\,dx \quad である。$$

この式の左辺は、$\int \frac{1}{y}\cdot\frac{dy}{dx}\,dx = \int \frac{1}{y}\,dy$ となるので

$$\int \frac{1}{y}\,dy = \int k\,dx \quad となる$$

$\frac{1}{y}$は積分すると $\log y$

（導関数の定義式）

左辺をyで、右辺をxで、積分して

$$\log y = kx + C \quad （Cは積分定数）となる$$

? この導し ?

これを指数の形に直して

$$y = e^{kx+C} = e^{kx}e^{C} = Ae^{kx} \quad （e^{C}をAで表わす）$$

つまり、関数 $y = Ae^{kx}$ が微分方程式①の解である

この式から倍々の法則、xが1増えるとyが2倍になる式

$y = 2^{x-1}$ が導かれる

ロジスティック曲線

(1) 人口増加などは指数関数に従わない

人口増加、品物の売れ行きなどは飽和状態があり、それ以上には増えない。

(2) 飽和状態 P があるとすると

$P-y$ は、y が P に近づくと 0 に近づく、従って

$$\frac{dy}{dx} = ky(P-y) \quad — ②$$

という微分方程式となる

(3) $\dfrac{dy}{dx} = ky(P-y)$、両辺を $y(P-y)$ で割ると

$$\frac{1}{y(P-y)}\frac{dy}{dx} = k$$

$$\frac{1}{P}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{P-y}\right)\frac{dy}{dx} = k$$

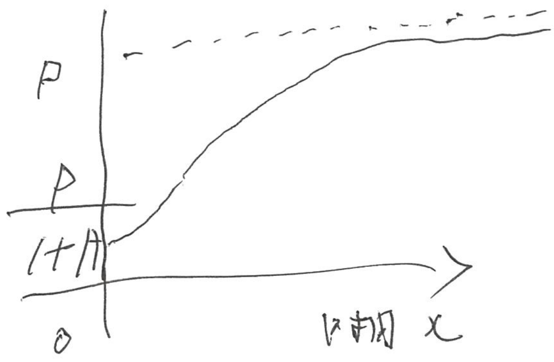
$$\frac{1}{P}\{\log y - \log(P-y)\} = kx + C$$

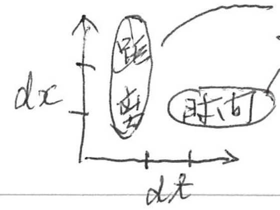
$$\log\frac{y}{P-y} = kPx + CP$$

$$\frac{y}{P-y} = e^{kPx + CP}$$

$$y = \frac{PBe^{kPx}}{Be^{kPx}+1}$$

$$y = \frac{P}{1+Ae^{-kPx}}$$





距離の変化 → 落下速度
時間の変化

8-2

複利計算

xは時間の経過につれて、どのように増大してゆくか？

ある瞬間にxが増加する割合はそのときのxに比例するので

$\boxed{\frac{dx}{dt} = ax}$ の関係となる ①

$\frac{dx}{dt}$ は、元利合計の増加率（単位期間に付加される利息）

aは、利率

xは、そのときの元利合計

？

xが経過時間tにつれて、どのように変化するかを知るためには、
x(t)の関数形（積分できる式）を探し求めればよい。

式①は、xをtで微分した形なので、xの形を知るには、
この式をtで積分すればよい筈である。ところが
右辺のxはtのどのような関数かわからないので、dxもdtに
小さくても一人前の値として扱うために①式を変形する

$$\boxed{\frac{dx}{x} = a\,dt}$$ ② tとxが微小変化の関係として示される

？

そして積分する

$$\int \frac{dx}{x} = \int a\,dt \qquad \int \left(\frac{1}{x}\right) dt = \int (a)\,dt$$

指数関数の微分（導関数）

指数関数 $y=a^x$ の微分

↓ 両辺を対数で表す（対数微分法）

$$\log y = \log a^x = x\log a$$

①左辺

$\log y$ と $y=a^x$ の合成関数

↓ y で微分　　↓ x で微分

$$(\log y)'\cdot y' = \frac{1}{y}\cdot y' = \frac{y'}{y}$$

②右辺

x で微分すると

$$(x\log a)' = (x)'\cdot\log a$$

$$= 1\cdot\log a = \log a$$

$y=x$ なら
$y'=(x)'=1$
の公式

↓

$\frac{y'}{y} = \log a$ より　$y' = y\log a$

$= a^x\log a \longrightarrow y' = a^x\log a$

上記の $y=a^x$

指数関数の微分

指数関数 $y=e^x$ は微分しても変わらない

底が e の場合

$$(e^x)' = e^x$$

微分しても変わらない

底が e でない場合

$$y' = (a^x)' = a^x\log a$$

対数微分法

$y=x^p$ の微分　対数で表す

$\log y = \log x^p = p\log x$

（左辺）

$\log y$ と $y=x^p$ の合成関数

（x の変化を考えずに
y が変化する関数と
考える
→ y の関数である）

$\log y$ と $y=x^p$ の合成関数

↓ y で微分　↓ x で微分

$(\log y)' = \frac{1}{y}$　y'

↓ かけ算

$$\boxed{(\log y)'\cdot y' = \frac{1}{y}\cdot y' = \frac{y'}{y}}$$

（右辺）

$p\log x$

↓ x で微分

$$\boxed{(p\log x)' = p\cdot\frac{1}{x} = \frac{p}{x}}$$

$\frac{y'}{y} = \frac{p}{x}$ より　$y' = \frac{p}{x}\cdot y = \frac{p}{x}\cdot x^p = px^{p-1}$　（$y=x^p$）

$y' = px^{p-1}$

微分方程式

m mass 質量 物体が有する固有の量
物体の重量とは区別される

g gravity 重力 地上で、物体を地球に引く力

1、高層ビルの屋上から リンゴを落下させたとき
リンゴに作用している力は "引力" だけである。

2、その大きさは、リンゴの質量 m と重力 g をかけたものである。

3、重力 g とは、地球が地表付近の物体を引きつける力、
物体に発生する加速度の大きさで 重力の加速度と呼ばれ、
$9.8\,m/sec^2$ である。

4、重さとは、質量 m の物体を 地表付近にもってくると mg の重さになる
従って、質量 m のリンゴは、地表付近では mg の重さを持っているので
リンゴを地球のほうへ動かそうとしている力は mg ということになる。

5、リンゴに mg の力が作用しているとき、
その力でリンゴに起こさせる加速度（速度の変化率）は、

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg \qquad (9.17)$$

$\frac{d^2x}{dt^2}$ は、リンゴが地面のほうに向かって速度を増して
行くときの "速度の変化率"、つまり加速度を表わす。

6. 加速度

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg$$

両辺を m で割って $\frac{d^2x}{dt^2}=g$ を得る　(9.18)

7. 加速度から、速度や変位（位置の変化）を求めると

(9.18) の両辺を t で積分し、

$$\int\frac{d^2x}{dt^2}\,dt=\int g\,dt$$

$\frac{d^2x}{dt^2}$ は、x を t で2回微分したものなので、

これを t で積分すると、微分1回分だけ元へ戻って

$\frac{dx}{dt}$ になる。

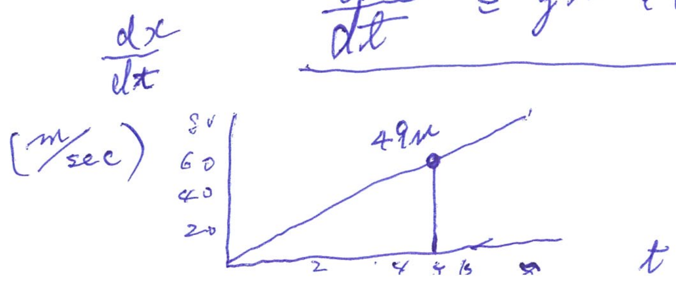
$$\frac{dx}{dt}=gt+C_1 \qquad (9.19)$$

C_1 は、どこから積分をはじめるかによって決まる積分定数であり、$t=0$ から始めるとすると

$\frac{dx}{dt}=0$ 　 $C_1=0$ となり

8. 落下速度は

$\frac{dx}{dt}=gt$ となる　(9.20)



g は、9.8m/sec^2 であり、速度は時間の経過につれて増加しており5秒後には、49m/sec に達する。

9. 次に式(9.20)をもう一度 t で積分すると

$$x = \frac{1}{2} g t^2 + C_2$$

が得られる、$t=0$ のとき、$x=0$ であるから

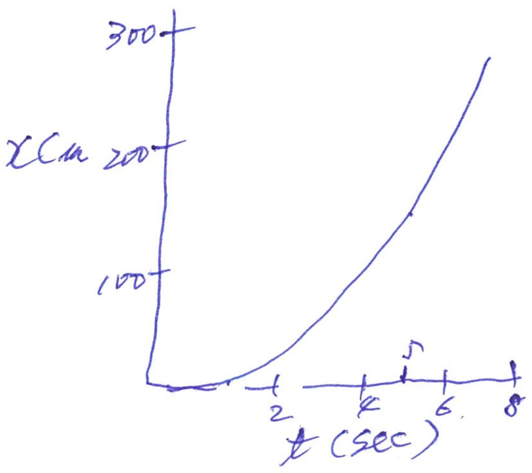
$C_2 = 0$ となる

x は、

$$x = \frac{1}{2} g t^2 \qquad (9.21)$$

と表わされる。

グラフは



となり、5秒後には 123m を落下していることがわかる

10. 式(9.20)と式(9.21)とから t を消去して、x と $\frac{dx}{dt}$ の関係を求めると

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{2gx}$$

t の消去?