仮想通貨時代を生き抜くための
お金の教科書

慶應義塾大学教授
白井さゆり

2019.10.23
2019.10.28
2019.11.04

1、2017.12 ビットコインの価格が 1ビットコイン 2300,000円
の高値をつけた。

同年1月1日の価格は 約115,000円だったので 1年で
20倍にふくれあがった

しかし 2018.12 360,000円 に下落

2、仮想通貨の優位性

(1) ブロックチェーンと呼ばれる非中央集権的な仕組み
(管理者不在の仕組)

(2) 暗号化技術を用いて取引を行うデジタル通貨

(3) 金融を大きく変えてゆく可能性

(4) 現代は、「仮想通貨時代へ突入した」と言える

(5) 本質と可能性をしっかりと理解した上で、
これとうまく付き合っていく道を探る必要がある

I、お金の歴史

1、世界最古の硬貨　エレクトロン貨

あらかじめ純度と重量を定める

BC650年頃　エーゲ海のイオニア（トル

金と銀の合金

ライオンなどの動物

2、お金の始まり

(1) 物々交換からの脱却

お互の欲しいモノやサービスによる交換の成立

不便さの解消

共通の価値の尺度　11000～8000年前

最初は、家畜、穀物、毛皮、貝殻、布…

……商品貨幣（コモディティ・マネー）

(2) 金属貨幣へ —人類の経済史の最大のイノベーション—

古代メソポタミア 紀元前3000年頃

農業の発展 — 他地域との交易

当時の交換手段 — 大麦、羊毛、油、金属、子安貝

商取引を記録した楔形文字の粘土板

春秋・戦国 …クワやスキの形をした青銅貨

秦 ---使い勝手のよい丸形でまん中に四角の穴の貨幣の形

(3) アレクサンダー大王の偉業

マケドニアのフィリッポス2世の後継者

アレキサンダー大王（3世、BC336～323 14年間在位）

若干20歳で即位

BC330年 アケメネス朝ペルシアを滅ぼす

征服地にギリシア人、マケドニア人を定住させるための都市アレキサンドリア

帝国内の交易の振興のアッティカマネー（通貨）の鋳造(アテネ)と使用

アレキサンダーコイン（金貨）

テトラドラクマ(銀貨)（トラキア）

(4) 世界最古の紙幣「交子」中国「宋」

唐（618〜907）の金属貨幣

宋（960−1279） 銅貨　交子（紙幣）四川省

銅の不足→鉄貨（重くて不便→紙幣の発行）

交子（紙幣）には硬貨や塩を担保として価値の保証

一兌換紙幣

不換紙幣は金属との交換が保証されていない

「信用」「信頼」に基づくフィアットマネー

「交子」は西夏との戦費をまかなうため世界最初の法貨となる

次第に兌換停止の「不換紙幣」へと変容

元（1271−1368）、明（1368−1644）時代

政府が発行する紙幣が唯一の法定通貨（不換紙幣）

(5) スウェーデン銀行

17c 世界初の銀行券の発行（兌換紙幣）

(6) 金本位制の確立　1816年イギリス

近代ヨーロッパ

本位貨幣　金貨の発行

自国通貨一単位の価値が、その貨幣に含まれる

一定量の金や銀と結びつく貨幣のこと「正貨」

(10) 米を介在させた日本独得の通貨制度

並列 (
米本位制 (税物)
金銀銅本位制
ユニークなもの

年貢米 → マネー(通貨)換金 → 人件費その他の各々

→藩の赤字経済 ― 大商人からの借入れ ―

江戸経済　米価 ―― 一定

江戸のモノ、サービスの転到 ― 価格上昇

↓ 換金しやすい商品(作物)生産

↓ 藩財政の圧迫

江戸 ― 各地からの輸入　江戸の消費

大阪 ― 各地から物資が集まり → 江戸へ輸出

札差 ―― 税物(米)支給される旗本や御家人から
米を買上げて換金する

(15) 中毒的な魅力を持つ貨幣改鋳

最初の改鋳 （05）元禄8年　1695年「元禄の改鋳」

柳沢吉保、荻原重秀

金含有率 84% → 57%

（慶長小判）（元禄小判）

↓

荻原は独断で　　貨幣活動の活発化

宝永通宝、永字銀、三ツ宝銀、元禄文化

四ツ宝銀、乾字金などを発行

その結果 貨幣量 ＞ 物 となりついにインフレを発生させる

宝永の大地震、富士山噴火 … 物価の高騰に拍車がかかる

荻原は、政敵である新井白石に非難され失脚

新井白石は、金銀の含有量を元に戻す

これのことにより、貨幣供給量は極度に減少し、深刻な

デフレを引き起こす

このデフレを解消したのが 吉宗による元文の改鋳

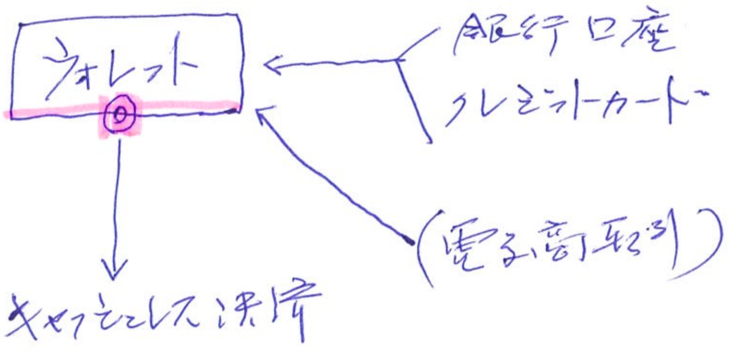
低インフレと高成長の実現

天保の改革の失敗と幕府財政の破綻

水野忠邦の行った倹約令や年貢の増収

需要が極端に抑制され デフレとなる

(5) 中国



◎ アリペイなどの決済機関

(1) 購入者が商品を受取るまでの間
支払金を預る

(2) 売り手は、決済機関が代金を保障
しているので安心

(3) ウォレットでの入出金、送金も可能

◎ QRコードの読み取りによる代金決済

端末不要

金融のデジタル化による経済構造の変貌

都市部を中心に経済の効率性を高め、消費を喚起して
質の高い経済成長を実現するための道筋をつけた。

(6) 日本人の心がまえ

① 中国など — キャッシュレス決済の普及など

- 先持として、様々な技術革新や新たなビジネスが誕生している
- ブロックチェーンやビッグデータを活用したビジネス
- AIを駆使した技術

② 米中 二大国の覇権争い

米国 — ~~米~~ 安全保障上の見地から
知的財産権の侵害を理由 — 中国からの輸入
2500億ドルに追加関税

戦略分野でのアメリカ企業の買収
ファーウェイから米政府の製品調達の禁

中国 — アメリカの一国主義
保護主義の批判

③ 日本の立場

産業の復活、世界から取り残されない
フィンテック・AI・ロボットなどの領域でのモノやサービスの提供

VI 仮想通貨時代

1. 労働による年金と収入だけでは難しい
   一人一人が投資家の感覚が必要

2. 株価が下落に転じると高値の半値以下になる
   平成バブル　100% ⟶ 40%
   リーマンショック　100% ⟶ 40%

3. 景気後退局面の期間 < 景気拡大局面
   平均1年　　　　平均5年
   　　　　　　　　3〜

4. 日銀のETF買入れの弊害　(2018年)
   年6兆円 — 総残高24兆円

2018 外国人　△5.4兆円の売越

〃 日銀買入　6兆円

〃 企業の自社株買　2兆円

6、生き残りに欠かせない姿勢

(1) 円の暴落は止まるか

異次元緩和　① 金利の低下

② 政府の財政規律の弛緩
半分は日銀買占め
そのため国債の需給は逼迫に
→危険

③ ETFの買入れ

(2) 有望な仮想通貨の発見、投資

(3) 不動産投資は、

2020　オリンピック　↓

2025　大阪万博　↑

少子高齢化　↓

(4) 仕事が無くなって行く時代

(5) AI
今度こそ人間の仕事がなくなるのではないか。

(6) 格差の時代

経済

東京五輪後の日本経済

参考資料：（東京五輪後の日本経済 白井さゆり著 2017 小学館刊）
（非伝統的金融政策の経済分析 竹田陽介・矢嶋康次著 2018 日本経済新聞

○学習点

2019.10.07
2019.10.15
2019.10.22
2019.10.28
2019.11.04

落下がはじまれるか 日本経済

1、異次元緩和　2014～

1）高騰する都心の不動産価格

①日本銀行の異次元緩和（大量のマネー供給）

②東京五輪開催決定　（将来への期待）

1986～1991のバブルの思い出（全国的不動産価格、日経38957円）

今回は局部的・東京中心

実需を伴わない不動産建設ブーム（需要が見込まれていないのに）

2006～2007のミニバブル　とリーマンショック

実体的な需要を伴っている

今回 2017～ の

空虚で危険な建設ブーム

③ 不動産向け貸出

節税対策

個人のアパート等賃貸建設の増加

都心のオフィスビル建設

都心の一部
局部的現象
バブル時代との違い

実需を伴わない
住宅供給

① 実需

地銀のアパート
建設融資の増加
対前年9%

問題点

~~今後、アパートの居住者が大きく増えない見通しの中で~~

実需を伴わない住宅供給

将来の供給過剰

節税商品としての賃貸住宅

不良債権化
のおそれ

単独世帯を中心に地域内の世帯数も2020年頃から減少へ

日本の世帯数の
減少が始まったとき

家賃保証の罠（家賃相場と連動）

空室の増加

④ タワーマンションは投機か

高い価格は、建設現場の人手不足と輸入建築資材の高騰

⑤ スウェーデンの住宅事情

大規模な金融緩和

住宅の不足 （移民や難民の大量流入）

実需があるから不動産価格が上昇

バブルとは実需を完全に無視した価格水準

② 日本の世帯数

人口減少だが変化少

結局 1人世帯化

↓

買物 → 外食、レストラン

料理 → 購入、コンビニ

実需の基盤 基盤

(2) 日経平均 2万円はバブルか

2008～2012の平均株価 8000～10,000円

高ったとは言え過去の 50% 程度

米国など世界は、最高値を更新中

① 株価収益率 PER（株価収益率）

PERで判断しなければならない

時価総額 ÷ 純利益

又は、株価 ÷ 1株当たり利益

外国人主導の株価

② 株価は外国人主導で動いている

80年代は日本人主導

③ アベノミクス

・大胆な金融政策

・機動的な財政政策

・民間投資を喚起する成長戦略

③ 株高と円安 → 株高

比較グラフ

円ドルレート×200 = 株価

✓ 外国人投資家は円安の予想

円売り → 円安

✓ 大胆な金融政策により、輸出産業はじめ、株価も上がると予想

株購入 → 株高

④ 円安と株高

「大規模な金融緩和政策」によって、今後円安になり、日本の輸出産業の株価が上がるに違いないと考え

— 円を売り（円安）、日本株を買う（株高）

⑤ 持合株の解消と外国人株主の増加

長期的投資から短期的投資（3年）

将来の株価暴落の主因は外国人投資家

⑥ 円安

円高 — 輸入企業が儲かる

円安 — 輸出企業が儲かる.

日本銀行 の ETF（指数連動型上場投資信託）の購入

数千億円 :2012 → 7兆円 /2016

日本株式は 世界第3位の株主

年金積立金管理運用独立法人（GPIF）

2014、3 21兆円 → 2017、6 36兆円

日本株の最大株主

? ETP（株式の市場からの大量購入）は世界で初めての実験

⑦ コーポレートガバナンスの後退 （利益）

法令の遵守と効率的な経営

④
日本の株主（2020.11） 巨大な物を言わない株主

日銀（ETF） 40兆円 （6%）

GPIF（年金管理法人） 36兆円（6%）

日銀
ETF GPIF
5兆円 36兆円
（10%→） （25%）

毎年6兆円増える

⑧ 日銀がETPを売るとき

? 永久に買えるか、いつどのように売るのか

今ごろと株を出す日銀のETP購入力（毎年6兆円）

リスク資産（ETF、REIT …又は兆円の株式……

日本銀行のリスク資産

? 日本銀行は売る決断にならない

? 外国人投資家による一斉の売り

⑤
リスク資産の大きさ

2020 国債 460兆円 ETF 40兆円 〉 500兆円 総資産の83%

純資産 40兆円

1%で 50兆円

大企業のガバナンスの甘さ

2012.12 第二次安倍内閣 K

3、日本経済の不都合な真実

白川総裁の退任 2013.1
(1) 過度な円高
(2) 金融緩和の不足
(3) リスクを取らない

(1) デフレからの脱却　1990年代〜

デフレとは、モノやサービスの価格が継続的に下がっていく経済状態

↓

顕著に、従業員の給与が下がる

企業の販売価格が上がらない

(2) デフレマインド

企業や家計のデフレマインド

統計上の物価指数
(ほとんど価格上昇なし)

OECD
世界で
↓日本だけ デフレ

⑥ 異次元緩和の効果

(1) 極端な円高の是正　1ドル 80円→12
(2) 〃 株安 〃 10,000円→20,0
(3) 失業率の改善　3%を切る
(4) 金利水準の低下

効果へなかったこと
(1) 経済成長が一向に上がらなかった
1〜1.5%→1%
(2) 賃金上昇の低下
(3) ~~物価上昇はなかった~~ 家計が認識する物価変化率
(物価が上がっている)

人件費が上がらない

⑦ デフレは消費者国民の不安

(3) 日本経済は、金融緩和政策によって
たくさんの需要を作り出せる — 体質ではなくなってきている

—日本型デフレ—の真の要因
消費者心理との乖離 $\boxed{\text{国民の不安}}$

日本だけ
デフレがなぜ
脱出できないのか

高齢化の進展、働き手の減少
バブル後の最大生活の維持
膨大な政府債務
将来に対する不安

(4) 人手不足の中の低賃金

異次元緩和 —— 株高と円安 → 国民の生活につながらない

向上のセオリー

人手不足 — 賃金上昇 — モノやサービスの価格上昇（とはならない）

企業好調 — 賃金上昇（とはならない）

考えられる影響（賃金が上がらない）

① 高齢者の退職後の雇用

② パート、女性の増加

③ 企業活動の抑制（活動の縮小）、成長抑制

(5) リスクをとらない日本人

(6) 貧富の差が拡大する中で苦しむ庶民

4. 世界経済のゆくえ

(7) 中国経済の問題点 A.B.C

A

① 企業債務の問題 過剰債務

地方政府出資の投資会社の債務、民間企業の債務

GDP比で170%〜200%（2,500〜 兆円）

② 家計債務

住宅価格高騰、住宅ローン債務

約600兆円（政府借入600兆円）

③ 公的・民間の総債務（2,500〜3,000兆円）

④ シャドーバンキング

銀行もかかわっている

B

⑤ 企業の過剰生産能力

リーマンショック後の景気刺激策

⑥ 鉄鋼産業の過剰生産能力

5年間で1億〜1.5億トン削減目標

＝日本の年間粗鋼生産量

↓

大量の失業者の発生

順天堂に[illegible]
コーヒー

⑦ 資本流出の問題

2015年 約1兆ドル 海外流出

日本のGDPの $\frac{1}{5}$，100兆円

消費バブル
↓
減速

⑧ 人民元売りの心配

高い成長
高い金利
→ 成長の減速
経済問題

世界からお金が集まる
人民元高

人民元安へ
人民元売り

⑨ 中国発のリーマンショックは起こるか

民間経済主導の経済ではなく
政府主導の経済
中国は，日本と同様，外国資本に依存していない

購買力平価（国内のモノやサービスの購買力）でみる
中国はアメリカを抜いて第一位

中国は 国有企業
民間主導ではない

④ 東京五輪後の金融危機（不動産価格）

金融危機のパターン

(イ) ノンバンク中心の金融危機

ノンバンクが過度にリスクをとった場合

(ロ) 各国の中央銀行が緩和政策を実行し実行に移した時期

2008年以後の大規模な金融緩和政策

中央銀行が市場から大量の資産を買入れ

これが資産価格の上昇をもたらし → バブル

(ハ) 不動産価格

今回の不動産価格上昇の要因は何であったのか。

異次元緩和 → 市場に大量のマネー供給、金利低下

東京五輪への期待

(ニ) 不良債権処理のために、不動産価格には、

さらに下落圧力がかかる。

(ホ) 歴史 — 不動産価格の底（10年毎）

2002年 — 2012年 — 2022年 —

⑥ 東京五輪後の為替（為替）

(イ) いったんは円高方向か

(ロ) 為替変動要因

1、2国間のインフレ率の差

2、〃　経常収支の差

インフレ国の為替は下落しやすく
デフレ国〃　上昇しやすい　↗将来の円高

経常収支の赤字国は下落しやすい
〃　黒字国　上昇〃　↗将来の円高

⑦ 五輪後の円の大暴落

国の債務残高

対GDP比

2019	200%
2030	300%
2050	400%

→ 円の大暴落

(3) いよいよ始まる企業淘汰

① 現状の日本

供給力 ―― 需要力

バランス
=

設備の老朽化
生産能力の限界

衰えつつある需要

企業淘汰

淘汰

高い生産性を持つ企業だけが残る

地域、個性が高い生産性をつけないと
さもなければ、淘汰される

沖縄企業の低生産性も、淘汰で解決できる
今では……

② シェアリングエコノミー

無理して買わなくてもいい
頑張ることもない

縮小する需要

2019.09.30
2019.09.24
2019.09.09
2019.09.02
2019.08.19
2019.06.17
2018.10.23

微分方程式

平成 29 年 7 月 24 日
2019.10.21
2019.11.04

参考図書（Excel で学ぶ微分積分　山本将史著　H24.8 オーム社）
（すぐわかる微分方程式 石村園子著 1997.8 東京図書刊）
（微積分のはなし 大村平著 1985.3 日科技連刊）
（Excel で学ぶ微分方程式　鈴木肇著　H18.2 オーム社）

1. 将来予測

微分方程式は、ある瞬間における現象の変化を導関数を用いて表わした方程式である。

(1) 化石－放射性元素

半減期 $y^1=-ky$
減る速度 y^1 は、現在量 y と比例する。
これを積分すると、現在量 y が求められる。$y=C\cdot e^{-ky}$

(2) 刺激と反比例などの微分方程式

(明るい!! 識

光の
暗いところでの明るさと
明るい場所との差
暗いところ:1

① 刺激が変化するとき、その変化に対する敏感度は、もとの刺激の大きさに反比例する。（ポルノ映画の製作会社）、前作より 1 割以上の興奮度
② 台風の進路予想　ベクトル（その点で進むべき方向と速さ）
③ 解曲線（ベクトルを接線として持つような曲線）
④ 風の流れ、民族の大移動

(3) 限界速度

落下物は空気の抵抗がないものとすると、落下距離の√に比例して落下速度が増大する。
ビルの屋上から落したリンゴの質量を m とすると、その作用している引力は mg(g は、地表付近の物体を引きつける重力の加速度で $9.8\mathrm{m/sec^2}$ である。)

$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg$　　$\frac{d^2x}{dt^2}$はリンゴが地面へ向う速度の変化率（加速度）

しかし、空気抵抗が落下をやめさせる方に作用する。
空気抵抗の強さは物体の速度が比較的遅いうちは速度にほぼ比例し、物体の速度が速くなると速度の 2 乗に比例する。
従って、空中を落下する物体がある速度になると、引力と空気抵抗の力がちょうどバランスして、それ以上速度が増大しなくなる。
これを限界速度という。（パラシュートでの落下速度）

$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg-k\frac{dx}{dt}$　　$k\frac{dx}{dt}$は空気抵抗

$\frac{dx}{dt}$は速度であり、$\frac{dx}{dt}=\mathrm{v}$とすると

$mv=mg-kv$

森羅万象と経済現象も表現できる

(1) 微分方程式

ある瞬間における現象の変化を $\boxed{\text{導関数を用いて表した方程式}}$

瞬間の変化を"次々につなげて行く"

微分方程式を解くのが積分である。そして指数関数，対数関数も重要な役割を演じる。

(2) yの変化率がその時点のyに比例する現象を表わす微分方程式である

ある時間xから、短い時間Δxだけ経つ間に、yは

$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$ だけ変化する。

変化率は、時間の間隔Δxを0に近づけたときの極限だから、

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$ である

この式をy'や$\frac{dy}{dx}$と書きyの変化率という

(3) 分析したい現象

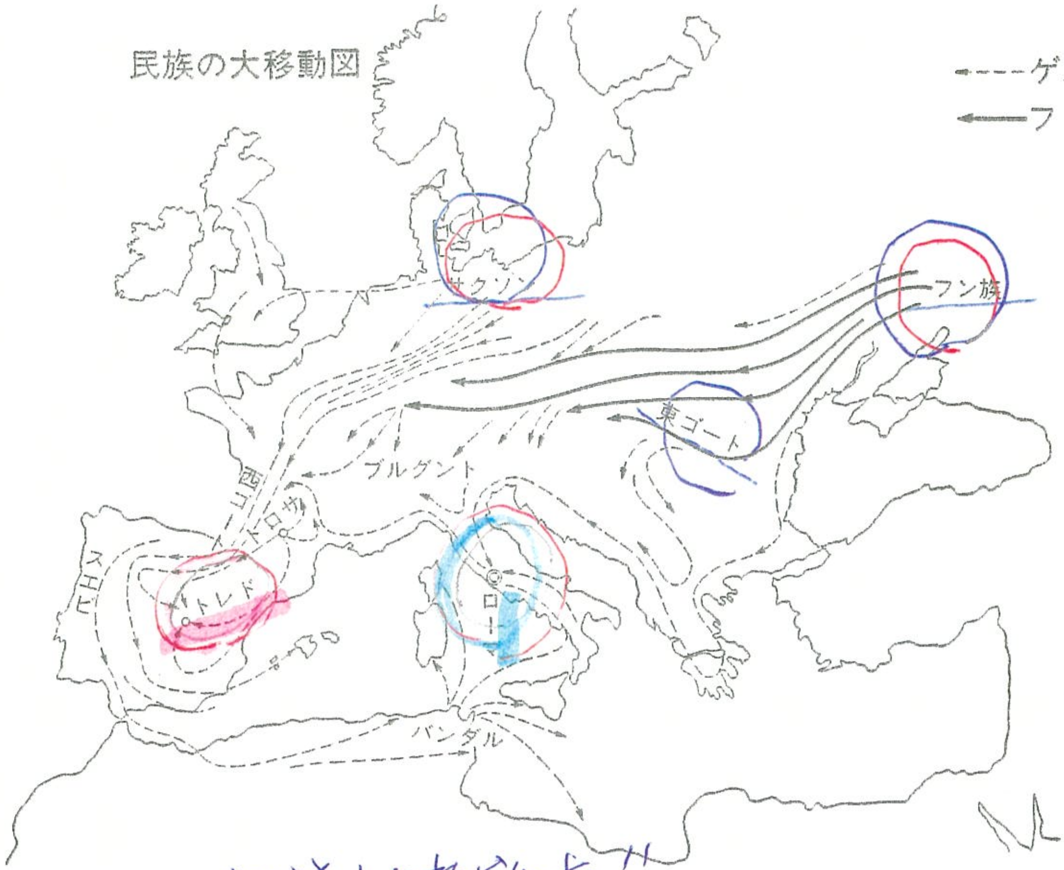
→ $\boxed{\text{導関数で表す}}$ → 微分方程式

← 積分

$\boxed{\text{微分方程式の解}}$ → 現象の解明

$$\frac{dy}{dx} = ky \quad ①$$

★なるほどゼミナール



ベクトル場

解曲点

吸い込み点

ブラックホール

微分方程式

民族の大移動の計算

この流れを数式化する!!

この流れを微分方程式に入れる!!

●昔の名残を今に留めるトレド

トレド、ローマ

ゲルマン民族大移動

三七五年に始まるとされるゲルマン民族の大移動。これは東のほうからフン族（蒙古系といわれる）が今のハンガリー周辺の東ゴート族の領土に侵入したことから始まりました。現在、ハンガリー人がモンゴル系である理由もそこにあります。

ところで、フン族の大移動はヨーロッパに住んでいたゲルマン民族の諸族に次々に波及し、次ページの図のようにドミノ・ゲームの様相を見せたのです。

これら諸族の移動状態の概要図を見ると、あたかもベクトル場を見ている錯覚に陥ります。すなわち、微分方程式として考えることもできるわけです。

微分方程式は台風の進路の予測にも使われました。人間の支配の及ばない自然現象の解明の一助になっていることがわかったと思います。

そしてゲルマン民族の大移動のように、人間行動についてもさまざまな考察をすることができるのです。たとえばベクトル場を考えるさいに無風地点とか不動点というものを考えましたが、その発展したものに吸い込み点があります。ブラックホールのようなものです。

次ページの図にも吸い込み点が見つかるでしょう。今のマドリードのすぐ南（トレド）とローマの二点です。このことから、いろいろな部族が集結したために「さまざまな文化が集散したのではないか」と推測できます。

事実、刀剣をはじめとした武器製造や、金細工、羊毛工業が活発となったトレドは一一世紀から一六世紀にかけてはスペインの首都として栄えています。もちろん、トレドは紀元前からあった古い街ですが、民族大移動の吸い込み点となり、各地の文化が集中したことも見逃せない事実ではないでしょうか。

$$\frac{dy}{dx} = ky \quad \text{----①} \quad \text{(微分方程式)}$$

①の解は $\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = k$ となるから.

x で積分して

$$\int \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} dx = \int k \, dx$$ である.

この式の左辺は、$\int \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} dx = \int \frac{1}{y} dy$ となるので

$$\int \frac{1}{y} dy = \int k dx$$ となる

左辺を $\underline{\underline{y}}$ で、右辺を $\underline{\underline{x}}$ で、積分して

$$\log y = kx + C$$ (Cは積分定数) となる

これを指数の形に直して

$$y = e^{kx+C} = e^{kx} e^{C} = Ae^{kx}$$ (e^C を A で表わす)

つまり、関数 $y = Ae^{kx}$ が微分方程式①の解である

この式から倍々の法則、xが1増えるとyが2倍になる式

$y = 2^{x-1}$ が導かれる

対数関数の微分（導関数を求める）

$$\boxed{\text{導関数の定義式}\quad f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

より

$$(\log_a x)' = \lim_{h\to 0}\frac{\log_a(x+h)-\log_a x}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\log_a (x+h)/x}{h}$$

← 引き算が割り算に!!

$$\boxed{\log_a\frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\log_a\left(1+\frac{h}{x}\right) = \lim_{h\to 0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{h}\log_a\left(1+\frac{h}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{x}\lim_{h\to 0}\log_a\left(1+\frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h}}$$

$$\boxed{\log_a M^k = k\log_a M}$$

Mのk乗は $\log_a M$ のk倍に!!

ここで、$h/x=k$ とおく、$(\log_a x)'=\frac{1}{x}\lim_{k\to 0}\log_a(1+k)^{\frac{1}{k}}$ となる。

ここで、kが0に近づくと、$(1+k)^{\frac{1}{k}}$ は、ある一定の数 e に近づく。

つまり、$\lim_{k\to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}=e$ である。$(\log_a x)'=\frac{1}{x}\log_a e$

となり、底 a を e にすれば、$(\log_e x)'=\frac{1}{x}\log_e e=\frac{1}{x}$ となる。

7

一定の倍率で変化する現象を表す

変化率がそのときの量に比例する現象の場合

$$\frac{dy}{dx}=ky$$ 一定の倍率で増加、減少する関数yを表す微分方程式

↓ yでわる

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}=k$$

↓ xで積分

$$\int\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}dx=\int k\,dx$$

↓ $\int\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}dx=\int\frac{1}{y}dy$ より

$$\int\frac{1}{y}dy=\int k\,dx$$

↓ 積分する

$$\log y=kx+C$$

↓ $e^C=A$として指数の形へ

$$y=Ae^{kx}$$

倍々の法則より、

$x=1$のとき$y=1$

$x=2$のとき$y=2$だから

$$\begin{cases}1=Ae^{k} & \cdots① \\ 2=Ae^{2k} & \cdots②\end{cases}$$

②÷①より

$$e^{k}=2 \quad \cdots③$$

よって　$k=\log 2$

これを①、③に代入

$1=Ae^{\log 2}$、$e^{\log 2}=2$

より、$A=\frac{1}{2}$

これを$y=Ae^{kx}$に

代入して、

$$y=\frac{1}{2}e^{x\log 2}$$

$$=\frac{1}{2}(e^{\log 2})^{x}=\frac{1}{2}\cdot 2^{x}$$

$$=2^{x-1}$$

倍々の法則の式が導き出された

ロジスティック曲線

(1) 人口増加などは指数関数に従わない

人口増加、品物の売れ行きなどは飽和状態があり、それ以上には増えない

(2) 飽和状態 P があるとすると

$P-y$ は、y が P に近づくと 0 に近づく、従って

$$\frac{dy}{dx} = ky(P-y) \quad ―②$$

という微分方程式となる

(3) $\frac{dy}{dx} = ky(P-y)$、両辺を $y(P-y)$ で割ると

$$\frac{1}{y(P-y)}\frac{dy}{dx} = k$$

$$\frac{1}{P}\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{P-y}\right)\frac{dy}{dx} = k$$

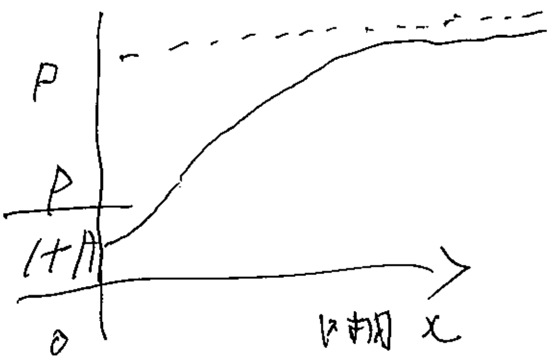
$$\frac{1}{P}\{\log y - \log(P-y)\} = kx + C$$

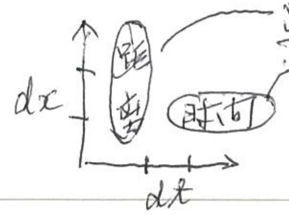
$$\log\frac{y}{P-y} = kPx + CP$$

$$\frac{y}{P-y} = e^{kPx+CP}$$

$$y = \frac{PBe^{kPx}}{Be^{kPx}+1}$$

$$y = \frac{P}{1+Ae^{-kPx}}$$





$\frac{\text{距離の変化}}{\text{時間の変化}}$ → 落下速度

8-2

複利計算

xは時間の経過につれて、どのように増大してゆくか？

ある瞬間にxが増加する割合はそのときのxに比例するので

$\boxed{\frac{dx}{dt} = ax \text{ の関係となる}}$ ①

$\frac{dx}{dt}$は、元利合計の増加率（単位期間に付加される利息）

aは、利率

xは、そのときの元利合計

xが経過時間tにつれて、どのように変化するかを知るためには、

x(t)の関数形（積分できる式）を探し求めればよい。

式①は、xをtで微分した形なので、xの形を知るには、

この式をtで積分すればよい筈である。ところが

右辺のxはtのどのような関数かわからないので、dxもdtも

小さくても一人前の値として扱うために①式を変形する

$\boxed{\frac{dx}{x} = a\,dt}$ ② tとxが微小変化の関係として示される

そして積分する

$$\int \frac{dx}{x} = \int a\,dt \qquad \int \left(\frac{1}{x}\right) dt = \int (a)\,dt$$

積分を実行すると、

$$\log x + C_1 = at + C_2 \quad \text{となる}$$

$$\log x = at + C_3 \quad (C_2 - C_1 = C_3 \text{とする})$$

この式は

$$e^{at+C_3} = x$$

すなわち

$$x = e^{at} \cdot e^{C_3} \quad \text{を表わす。}$$

$t=0$ のとき $x=A$ とすると $e^{C_3}=A$

$$x = Ae^{at} \quad \text{の関係となる}$$

これが、t の関数としての x の形である。

たとえば、1分あたり $\frac{1}{10}$ の割合で増殖している細菌の一群がいる。
1時間後には何倍にふえているか

$a = 0.1/\text{分}$

$t = 60\text{分}$

$$Ae^{0.1/\text{分} \times 60\text{分}} = Ae^{6} = 403A$$

1時間後に403倍となる。

10日で1割の利上へ

365日でいくらか

$a = 0.1/10\text{日}$

$t = 365\text{日}$

$$Ae^{\cancel{0.1/10\text{日}}\;0.01 \times 365} = 38.47A$$

$$1.1^{\frac{365}{10}} = 32.42$$

PROGRAM MANUAL　微分 II　1

PROGRAM NAME
三次関数

PROGRAM NO.

PROGRAMMER
P.97

処理図

（売上高の動向を示す関数）

$$y = uv = f(x) \times g(x)$$

価格は $u = f(x)$

販売量は $v = g(x)$

∴（売上高の変化を表す導関数）

二つの積で表わされる関数との

導関数を求める

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

処理手順

$$y = (x^3 - 5x)(5x^2 - 4)$$

$$y' = (x^3 - 5x)'(5x^2 - 4) + (x^3 - 5x)(5x^2 - 4)'$$

$$= (3x^2 - 5)(5x^2 - 4) + (x^3 - 5x)(10x)$$

展開して整理する必要はない。

どう変化するかは傾きの変化の内容による。

処理条件

導関数 $y' = dy/dx$

$u' = du/dx = f(x)$

$v' = dv/dx = g'(x)$

$$\Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv$$

$$= u\Delta v + v\Delta u + \Delta u \Delta v$$

両辺を Δx で割って

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = u\frac{\Delta v}{\Delta x} + v\frac{\Delta u}{\Delta x} + \Delta u \times \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx}v$$

あるいは

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

2つの関数の積の導関数を求めるには、片方を微分して、残りはそのままで掛け算する

(1) 例えば $x = 0$ の時の関数の値は

$$y' = (-5)(-4) = 20$$

2019.11.04

DATE

PROGRAM NAME	PROGRAM NO.	PROGRAMMER
三次関数		(2)

処理図

(売上高の動向を示す関数)

$y = uv = f(x) \times g(x)$

価格は $u = f(x)$

消費量は $v = g(x)$

∴(売上高の変化を表す導関数)

二つの積で表わされる関数の導関数を求める

$y' = uv' + u'v$

$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$

処理手順

$f(x) = -x^2 + 10x + 75$

$g(x) = 2x^2 + 4x + 50$

(a) $f(x)$の導関数を求めよ

$f'(x) = -2x + 10$

(b) $g(x)$の導関数を求めよ

$g'(x) = 4x + 4$

処理条件

導関数 $y' = dy/dx$

$u' = du/dx = f(x)$

$v' = dv/dx = g'(x)$

$\Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v) - uv$

$= u\Delta v + v\Delta u + \Delta u \Delta v$

両辺をΔxで割って

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = u\frac{\Delta v}{\Delta x} + v\frac{\Delta u}{\Delta x} + \Delta u \times \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx}v$$

あるいは

$y' = uv' + u'v$

$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$

(c) 売れた金額を示す関数

$h(x) = f(x)g(x)$の導関数を求めよ

$h(x) = (f(x)g(x))' = (-2x+10)$

$(2x^2+4x+50) + (-x^2+10x+75)(4x+4)$

(d) $x=3$ の時点で、売れる金額は、1単位当り どのくらいの量が増えつつあるか

$h(3) = 4 \times 80 + 96 \times 16 = 1856$

二つの関数の積の導関数を求めるには、片方を微分して、残りはそのままで、掛け算する

DATE

PROGRAM MANUAL

PROGRAM NAME	PROGRAM NO.	PROGRAMMER
三次関数		微積分のはなし P.110

処理図

(売上高の動向を示す関数)

$$y = uv = f(x) \times g(x)$$

価格は $u = f(x)$

販売量は $v = g(x)$

∴(売上高の変化を表す導関数)

二つの積で表わされる関数の導関数を求める

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

処理手順

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} g(x+\Delta x)\{f(x+\Delta x) - f(x)\} + f(x)\{g(x+\Delta x) - g(x)\}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \to 0} g(x+\Delta x)$$

$$+ \lim_{\Delta x \to 0} f(x) \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

ここに

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x)$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} g(x+\Delta x) = g(x)$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} f(x) = f(x)$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = g'(x)$$

ゆえに 2つの関数の積の微分は、

$$= f'(x)g(x) + f(x) + g'(x)$$

3つの関数の積の微分

$$\frac{d}{dx}\{ABC\} = A'BC + AB'C + ABC'$$

処理条件

導関数 $y' = dy/dx$

$$u' = du/dx = f(x)$$

$$v' = dv/dx = g'(x)$$

$$\Delta y = (u+\Delta u)(v+\Delta v) - uv$$

$$= u\Delta v + v\Delta u + \Delta u\Delta v$$

両辺をΔxで割って

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = u\frac{\Delta v}{\Delta x} + v\frac{\Delta u}{\Delta x} + \Delta u \times \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + \frac{du}{dx}v$$

あるいは

$$y' = uv' + u'v$$

$$= f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

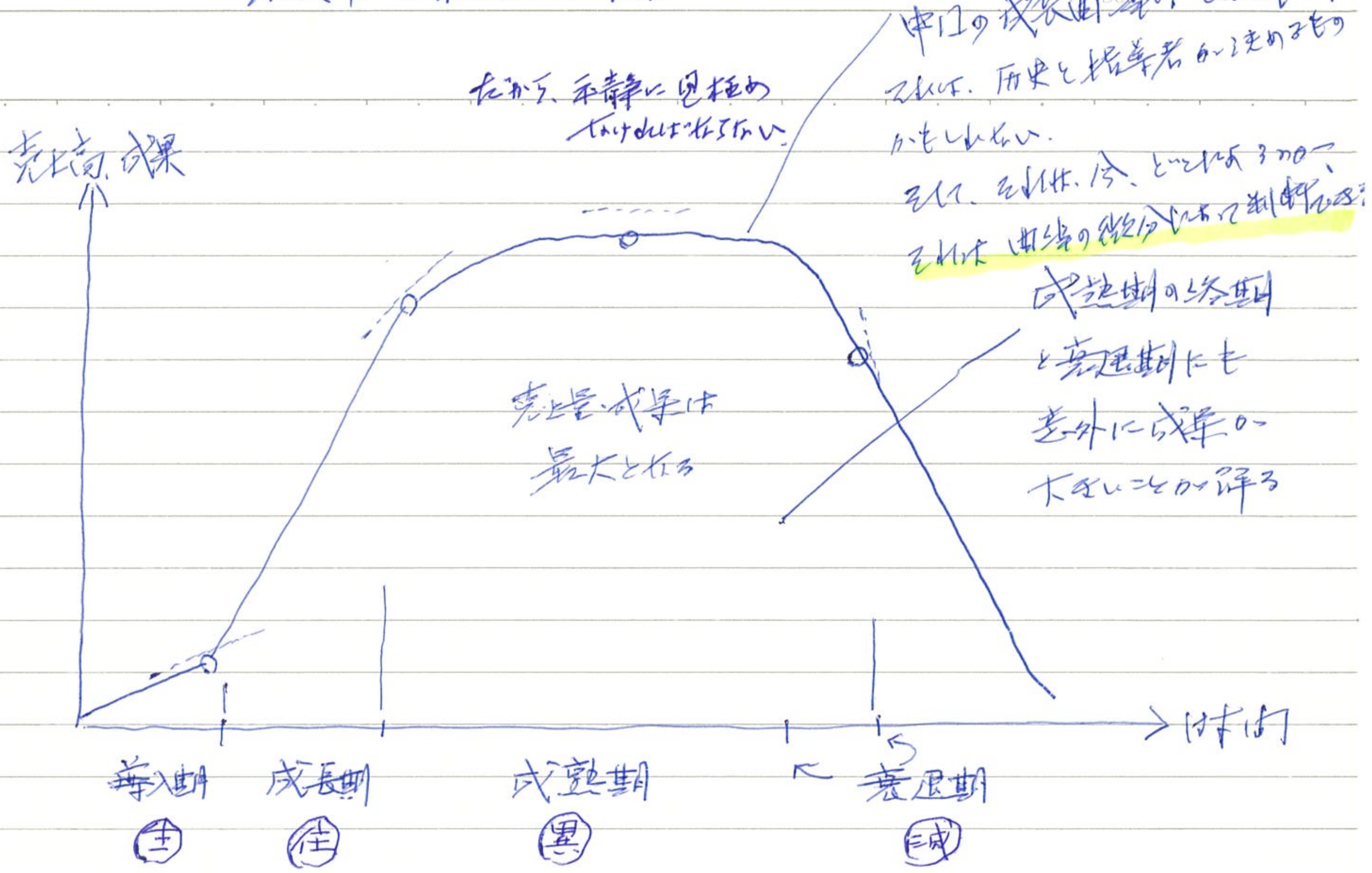
二つの関数の積の導関数を求めるには、片方を微分して、残りはそのままで掛け算する

DATE

(発生)(住)(異)(滅)　滅と非滅の差!

変化は、導入、成長、成熟、衰退のどの時期でも起こる　

微分と積分の関係



○ 微分は変化の節目を表わす、明日を読む方法である

/// 積分は、カーブに囲まれる面積を表わす

コペルニクス・デカルト・ニュートンなどの天才が、賢く明日を読む方法を明らかにしたもの。その方法は、
「昨日までを小さく切って(微分)、それを未来へとつなげていく(積分)」というものである。

数学の原点は、「いかに(複雑な現象を)単純化するか」ということ

微 — 小さく。　分 — 区分する。

アナログの音楽 — 微分すると — CDになる — CDを積分すると音楽になる

積分は、— 分かれているものを — つなぐ — (積)

changeの瞬間
とその動向

微分

2. ドラッカー

change　オバマ、但し定見のないことではない。
それは微分ではないか、always change , anytime change
変化する様子を把握して、そしてこれを全体に合理的につなげられるか。

変化、動きの動向をつかむ!!

The destion、 What does the customers value?
-what satisfies their needs, wants, and aspirations- is so complicated that is can only be answered by customers themselves.

(1) Scan the environment
(2) Revisit the mission
(3) Know your customers
(4) Customers are never static (fixed)　　変化する瞬間をとらえる

関数fとは、
f＜診療科目＞＝f(＜症状＞)のような感じ
＜内　　科＞　　(＜お腹がいたむ＞)

f(概念) = 内容、状況

一般的な記号
　変　　数：x、y、z...l、m、n
　座標位置：P、Q、R
　定　　数：a、b、c、d、...
　関　　数：f、g、h
　体　　積：v-volume
　半　　径：r-radius

経営資源とは
"生産要素"である.

企業活動は、ヒト、モノ、カネ、そして時間と情報を加えた５つの要素の動き、すなわち、**５つの経営資源の活用**であると言える。

①どれだけ変化したか、変化の量というより
②どれだけの間に、どれだけ変化したか、変化の割合を調べる方が、より変化のようすは情報としてよく解る
そして変化のようすは**傾き**で表わされる。(坂のように)

関数 ― 導関数 ― 接線

変化を調べる
関数を微分する

変化率（接線の傾き）→微分の計算 → $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

→変化率（極限の値）を求めると接線になる

微分とは

関数の曲線上のある一点での変化率（接線の傾き）を求めること ― 微分の計算

その微分係数を関数の定域全体で求めて、元の関数から新たな関数（導関数）

を求めることが、関数を微分することである。

$h=b-a$
$b=a+h$ とすると

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

変化率→比率

微分係数

関数 $y=f(x)$ の $x=a$ における平均変化率の極限値。

すなわち $x=a$ における変化率 $\{f(a+h)-f(a)\}/h$ において

h を 0 に近づけた場合の極限値が存在すれば、それを a における

$f(x)$ の微分係数といい、$f'(a)$ と表す。

なお、a を変数として考え、$f'(x)$ を導関数という。

関数の極限

変数 x が、a の値に限りなく近づくときに、

関数 $y=f(x)$ が b に限りなく近づくとき、

$$\lim_{x \to a} f(x) = b$$

$x \to a$ のとき、$y=f(x)$ は b に収束し、b を極限値と呼ぶ。

$h=a-b$ とすると

微分とは、→ 関数のある一点での変化率を求める → $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ → $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

→ $h \to 0$ の極限は微分係数 $f'(a)$ → $f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

No.

Date

○ $f(x) = x^3 - 4x + 2$ を微分すると

これを微分係数の式に代入して

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$= \lim_{h \to} \frac{(a+h)^3 - 4(a+h) + 2 - (a^3 - 4a - 2)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{h}(3a^2 + 3ah + h^2 - 4)}{\cancel{h}}$$

$$= \lim_{h \to} 3a^2 + 3ah + h^2 - 4$$ hは0に近くなって

$$= 3a^2 - 4$$

つまり $f'(a) = 3a^2 - 4$

○ 導関数

微分係数は、ある一点での接線の傾きである。

これは関数の増減の割合である。

この微分係数を定義域全体で求めると、

元の関数の増減の割合を表す、新たな関数になり、

この操作を導関数を求めると呼んで、

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$ となる

大体 $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

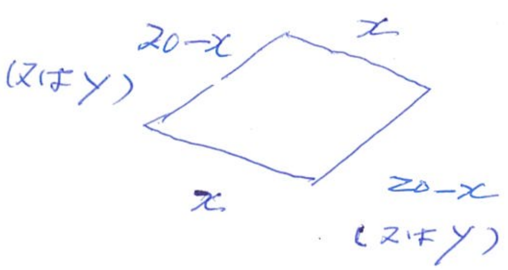
PLUS

大きな囲いをつくる

最大を求める　　　　3

40m ある鎖を使って四角形の囲いをつくり、囲いの中になるべくたくさんの人を入れたい。

ある一辺の長さを x とすると、反対側の辺も x であるから、別の辺の長さは$\frac{40-2x}{2}$＝20－x となる。
＜囲いの面積＞＝x（20－x）＝$20x-x^2$
ここで面積を y とすると、
y は x の 2 次関数 $y=20x-x^2$ となる。
y を微分すると、$y'=-2x+20$ となる。
頂点は傾きが 0 なので $y'=0$ とすると
$y'=0=-2x+20$ → $x=10$ となる。
その時 $y=20x-x^2=100$ となり
頂点は（10, 100）となる。
一辺の長さ x が 10m までは順調に面積が大きくなり、10m を越えると逆に下がってしまう。
すなわち、頂点、つまり一辺の長さが 10m のとき面積が 100 ㎡で最大となる。



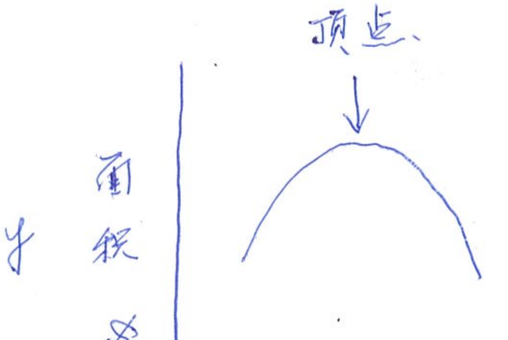
$40 = 2x + (40-2x)$
$= x + (20-x)$

面積yは上又は図から

$y = x(20-x) = 20x - x^2$

↓

微分すると、 $y' = -2x + 20$



頂点は傾きが0なので $y'=0$

$y'=0=-2x+20 \longrightarrow x=10$

$y=20x-x^2= \longrightarrow y=100$

頂点は (10, 100) となる

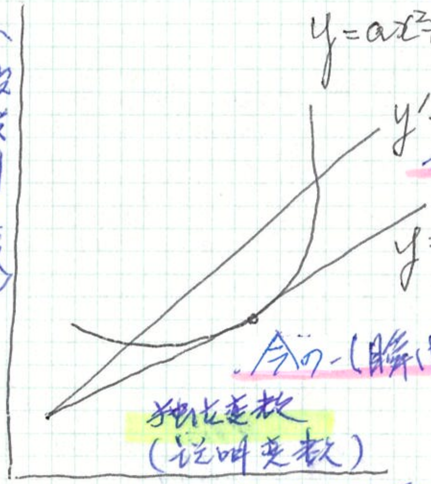
PROGRAM MANUAL　中国の将来は2次曲線か3次曲線か

PROGRAM NAME　PROGRAM NO.　PROGRAMMER

処理図

曲線、将来の動き

従属変数　知りたいもの（被説明変数）



$y=ax^2+bx+c$

$y'=2ax+b$　その傾向

$y=$　（2次は上か下）（3次は上、下）

今の一（瞬間）

独立変数（説明変数）

知る上で必要なもの

処理手順

将来的　　将来の曲線

~~平均的な~~動き　（~~平均~~速度）

（落下した時間と距離）— 将来を話す

速度の変化、速さ（距離の変化）

（各時点での落下の速さ）— 現在の動きの傾向

加速度

（瞬間的な動き）— 今、瞬間の状態 現在

鄧小平…中国を豊かで強い国に!! その方法をとおしたすは鄧と人

戦略的な方向性を示したから。国家を一つにまとめていく、強くて優秀なリーダーと

接線は中国の明日を示すものである、将来は2次曲線か3次曲線か 対数曲線

処理条件

関数　走行距離の状態を表わす関数　$y=f(t)$　流れ 将来

導関数 傾向　位置の変化、速度の変化、速さ　$y'=f'(t)$　変革点 傾向 上か下か、

接線 瞬間　加速度　$\underbrace{y=f(t)の}$ ある点での接線、$\underbrace{その接線をもう一度導関数}$ y' として $y''=f''(t)$　今の現在

1mの高さから、初速15km/秒でボールを真上に投げ上げたとき、

曲線　t秒後のボールの高さは、

$$y=-\frac{1}{2}9.8t^2+15t+1 \quad (m)$$ — 将来

導関数　このとき t秒後のボールの速さは、

$$y'=-9.8t+15 \quad (m/秒)$$ — 変曲点 傾向

接線　加速度は、

$$y''=-9.8 \quad (m/秒^2)$$ — 今 現在（瞬間）

DATE

コクヨ EX-9

4. 微分を使った積分の計算

①細長い長方形のたてf(x)と横△x(dx)を調べ面積を$\int f(x)\,dx$とする。

②微分するとf(x)となる関数 F(x)を探す。

$(F(x))' = f(x)$

③関数 F(x)にxの両端の値を代入した差が面積

$\int f(x)\,dx = F(x)$

（微分を使った積分計算）

① $f(x)\,dx$を面積の式と表す
細かい面積を足す

② 微分するとf(x)になる
関数F(x)を探す

③ あとは、F(a) − F(b)を計算して面積を求める

①の苦労を②③で解決できた!!

面積を求めようと苦労して、発見、解決!!探して、求める!

（高校で習う方法）

① F(x)の微分の公式を導く

② 積分$\int f(x)\,dx$の求め方を公式として学ぶ

③ 曲線y = f(x)で囲まれた面積が$\int_a^b f(x)\,dx$で表されることを学び、公式を用いてその面積を計算する

微分や積分の応用としての③面積を求める。

（4頁の続き） $y = ax^2 + bx + c$ の2次関数において

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f(x+h) = a(x+h)^2 + b(x+h) + c$$

$$ax^2 + 2xh + ah^2 + bx + bh + c \quad (1)$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad (2)$$

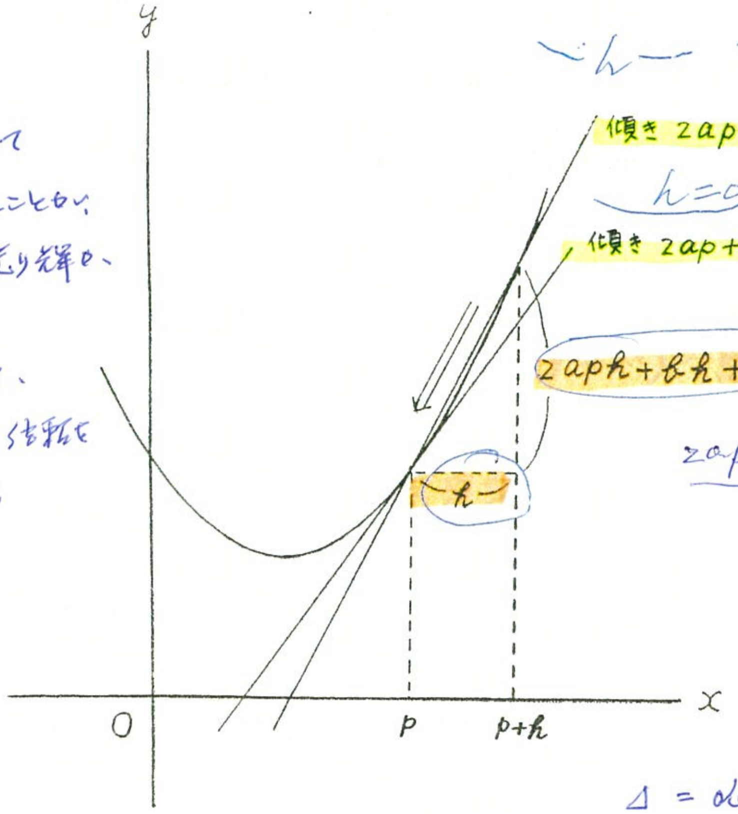
$$\frac{f(x+h) - f(x)}{\cancel{h}} = \frac{2xh + 2h^2 + bh}{\cancel{h}} \quad (1)-(2)$$

$$= 2x + b + 2h$$

$$= 2x + b \quad (\text{極限値})$$

極限の考え方

1931年 毛沢の頭として 攻撃され、処罰されたことが、長期的には、その経歴を光り輝か、せるものになった。
毛沢東はこの事件によって、共産主義の忠誠心に、生涯従事を尽させることになったからである。



〜h〜 であるとき

h=0 であるとき

$$\frac{2aph+bh+ah^2}{h} = \frac{h(2ap+b+ah)}{h} = 2ap+b+0$$

Δ = delta = 無限に小さくしていく 接線になる

道子さんが質問した.

「この結果は，きのうお茶の時間で求めた接線の傾きと同じ結果となっていますが，今日の求め方では，方程式のことや判別式のことなど何も知らなくても，すぐに $2ap+b$ という結果が出てしまうのに驚きました．ところで，きのうの接線の定義と今日の接線の定義は少し違うようです．直観的には同じことをいっているのはわかりますが，厳密にいえば，やはりそれぞれの定義で求めた傾きが一致して，$2ap+b$ になるということから，この 2 つの接線の定義が一致することが判明するのだと思います．私の感じでは，極限を使う今日の定義のほうがずっとスマートだし，使いやすいと思いますが，どうなのでしょうか.」

「道子さんのいうとおりで，一般の場合，接線の傾きの定義は極限を用いる今日の定義のほうを採用します．そのことは実は微分という考えにつながるのですが，それは来週の主題にしましょう．このように極限の考えを用いると，2 次関数でなくとも，グ