（第6回）　日米地位協定の質疑

2019.10.07
2019.09.29
2019.09.25

	質　問	回　答
問1.	日米地位協定は、在日米軍の特権を認めることを目的としたものですか。	「日本の公共の安全に十分注意を払う前提で、使用を許された施設・区域(提供施設)の運営や管理などの権利は、すべて米側が持っている」(第３条)
問2.	日米地位協定は日本にとって不利になっているというのは本当ですか。	日本の合意の下に、アメリカが占領期と同じように日本に軍隊(占領軍)を配備し続けるための取り決め(前泊) 占領はその米軍の権益が今も維持されている(前泊)
問3.	米軍には日本の法律が適用されないのですか。	
問4.	在日米軍の基地はアメリカの領土で治外法権なのですか。	
問5.	在日米軍は日本全土、どこでも好きなところを基地にできるのですか。	「公的な目的で運行される米軍の船舶や航空機・自動車は、日本側に通報すれば無料で米軍基地以外の日本の港や飛行場などを~~しよう~~使用することができる」(第４条)
問6.	米軍人やその家族は、パスポートを持たずに自由に日本に出入りできる特権を与えられているのですか。	「米軍人らの出入国については、日本の旅券・査証に関する法律は適用されない」(第９条)
問7.	米軍人やその家族は、アメリカの運転免許証だけで自由に日本国内で自動車を運転できる特権を与えられているのですか。	「日本の運転免許証は、必要ない」(第10条)

質　問	回　答
問8.　米軍人やその家族は、モノを輸入したり、日本国内でモノやサービスを購入する時に税を課されない特権を与えられているのですか。	「基本的に、関税や税金は課されない」(第 11、12、13 条)
問9.　米軍人が日本で犯罪を犯してもアメリカが日本にその米軍人の身柄を渡さないというのは不公平ではないですか。日本側に身柄がなければ、米軍人はアメリカに逃げ帰ったりできるのではないですか。	「米軍人が基地の外で起こした事件や事故であっても、公務中であれば裁判権は米軍にある。公務外の事件・事故であれば、裁判権は日本側にある。(平成 7 年の日米合同委員会合意によって、殺人又は強姦という凶悪な犯罪などについては、日本側の要求があれば、引渡しは可能になった)」。(第 17 条) 「米軍が、公務執行中に起こした事故などで損害を与えた場合は、損害賠償は日米両国で分担する」(第 18 条)
問10.　日米地位協定の規定が不十分だから米軍人の犯罪が減らないのではないですか。	米軍機が事故を起こした場所は、日本国内にもかかわらず、基本的に米軍の指揮下におかれ、日本国民は米軍の命令に従わなければならなくなる(前泊)
問11.　日米地位協定とは、	日本における、米軍の強大な権益についての取り決め(前泊)
問12.　ジョン・フォスター・ダレス国務長官の言	日本の独立(占領終結)に際して、「われわれが望む数の兵力を、日本国内の望む場所に、望む期間だけ駐留させる権利を確保すること」
問13.　サンフランシスコ講和条約第 6 条	連合軍のすべての占領軍は、この条約の効力発生の後、なるべくすみやかに、かつ、いかなる場合もその後 90 日以内に、日本国から撤退しなければならないと記述されている(前泊)

質　問	回　答
問14. 第6条(後半)	ただしこの規定は、一または二以上の連合軍を一方として、日本国を他方として締結された協定にもとづく、外国軍隊の駐屯を妨げるものではない(前泊)
問15. ポツダム宣言第12項	…責任ある政府が樹立されたときは、連合国の占領軍はただちに日本国より撤退する(前泊)
問16. 鳩山首相の退陣と孤立無援	外務省、防衛省、政治家、官僚、大手メディア、評論家、関係閣僚など…誰も鳩山首相を助けようとせず攻去にまわった。

日米地位協定

2019.09.29

日米安保条約第６条に基づく
合衆国軍隊の日本国における地位に関する協定

1960(S35).1.19　締結

1. 1945 年以降、日本は連合軍の占領下にあった

2. 1951　サンフランシスコ平和条約締結により占領は終了

3. 〃　(旧)日米安全保障条約締結
在日米軍の地位についての日米間での取り扱い

4. 1960　(新)日米安保条約６条に基づき定められる
日米安保条約第６条を補完するもの

5. 日米地位協定の内容
(1)基地提供について
(2)基地の維持と運営について
(3)米兵、軍属などに対する特権・特典

6. 日本の国内であるにかかわらず、在日米軍に対して日本の法令が適用されないなど治外法権、特権の保証などの日本側に不利、不平等な協定となっている

問題点

(1)基地提供について（第二条１項 a）
「合衆国は、安保条約の規定に基づき、日本国内の施設及び区域の使用を許される」が根拠である
① 施設及び区域に、何の具体的な基準も設けられず、どこを、どのように、いつから、いつまで、何の用途で、等の条件が一切不明である
② これらのことを審議する日米合同委員会は非公開である
③ 「施設及び区域」の返還規定が、抽象的であり、薄弱である
④ 返還の場合の原状回復義務が免除されている

(2) 基地の維持と運営について（第三条）

「合衆国は、施設及び区域において、それらの設定、運営、警護及び管理のために必要なすべての措置をとることができる」

① 基地内は、完全に合衆国、米軍の支配下に置かれている

② 日本側は、米軍の行動に制限を課すことができない

・キャンプハンセンでの実弾射撃訓練

・鳥島射爆撃場の劣化ウラン弾の誤射

・横田基地、嘉手納基地の夜間飛行差止めの却下

③ 沖縄県や周辺自治体の基地内への立入り調査の拒否

(3) 米兵・軍属などに対する特権・特典

日米地位協定には、米兵や米軍に対して、優先事項や特権・特典が数多く認められている

① 米兵による犯罪に関するもの

② 裁判権について（第 17 条その 1 項 a）

米軍法に服するすべての者に対して、裁判権を日本において行使する権利を持つ

③ 両国の裁判権が競合する場合（第 1 条 3 項）

「公務中」の事件に関しては、合衆国側に第一次裁判権を有する

④ 公務中であるか､否かの最終判断は、米軍側の説明書による

2005.12 の東京八王子市の小学生 3 人ひき逃げ事件の加害者は、減給処分ですまされた

⑤ 「公務外」の事件でも、日本側が第一次裁判権を放棄する旨の密約があった（1953.10.28 締結）

(4) 被害補償について

① 日本政府が、合衆国に肩代りして被害補償を行うことが規定されている（民事特別法）

② 公務外の場合は、合衆国・米軍・日本政府とも一切の責任をとらない

(5) その他（米兵・軍属・その家族）

① 出入国や移動

② 民間施設の使用（第 5、9 条）

③ 航空や通信体系の米軍の優先使用と協力(第 6～8 条､10 条､21～23 条)

④ 税金の免除･軽減などの経済特権(第 11～15 条､19～20 条)

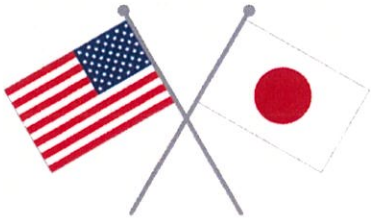
(6) **地位協定は**
不平等性のある協定である。
これでは、米軍の行きすぎた活動をコントロールすることはできず、基地周辺住民への人権侵害を防ぐことはできない。

7. **ドイツに駐留する NATO 軍**とドイツ連邦共和国における外国軍隊に関する地位協定（1993 最終改訂）
通称ボン協定があり、駐留する NATO 軍に対して、駐留軍の利益がドイツ側を上回る場合は施設の返還の請求ができる一定の規制をかけている

8. **不平等条項**
(1) 抽象的な規定　返還規定（第二条第 3 項）
(2) 基地内における完全米軍支配（第三条）
基地内における米軍の行動に制限を課すことができない
(3) 返還後の原状回復義務の免除（第四条）
(4) 夜間飛行差止め、基地内への立入り調査等が基地管理権を理由に拒否されている
(5) 米兵・軍属などに対する特権・特典
米兵の犯罪に関するもの
(6) 裁判権について
公務中は合衆国側に第一次裁判権
公務外は日本側に第一次裁判権
但し、公務中の最終判断は、米軍側の証明書による
日本側が第一次裁判権を放棄する旨の密約(1953.10.28 締結)
(7) 合衆国のグローバル戦争に歯止めはかけられない なかで
不平等条項は 米国に不利ではないか

9. 地位協定

第1条	(1) 合衆国軍隊の構成員とは、
	(2) 軍属とは、
第2条	日本国内の施設及び区域の使用許可
第3条	双方の領域についての取極め
第4条	米軍の原状回復の免除
第5条	入港料、着陸料の免除
第6条	航空交通、通信の情報提供
第7条	米軍の日本政府事業の利用可
第8条	米軍の気象観測情報の提供
第9条	米軍の構成員、軍属、家族の日本への入国
	これらは、旅券、査証の適用除外
第10条	合衆国運転免許証の有効性
第11条	米軍資材の輸入に関する関税等の免除
第12条	物品税等の免除
第13条	米軍資産の非課税
第14条	租税公課等の免除
第15条	PX、食堂等は日本の規制、免許の管理に服さない
第16条	
第17条	合衆国の刑事、裁判権は合衆国に属する
第18条	
第19条	
第20条	
第21条	
第22条	
第23条	
第24条	米軍維持の経費は日本国が負担する
第25条	合同委員会
第26条	
第27条	
第28条	末文



誰のために 何のために

(日米地位協定の不思議)

（10 月のごあいさつ）
2019 年 10 月 1 日（火）

2016 年 12 月に名護市安部沿岸に米海兵隊の MV22 **オスプレイが墜落**、大破した。墜落機の機体は米軍が回収し、中城海保が複数回にわたり、事故の調査と機長を含む乗組員への**聴取を米軍に要請した**が米軍は応じなかった。

結局、**航空危険行為処罰法違反の疑い**で、被疑者不詳のままで**書類送検**された。しかし、**米軍は加害者を特定**し、**事故の原因を把握**している筈であり、**その捜査と事実確認の格差**について、「墜落地が住宅地だったらということもあり、国内法も適用できるよう**日米地位協定を改定**すべきだ」といった真剣な議論が起きている中、**本事件は今年の 12 月に時効**となる。(2019.9.25 地元紙)

基地の外において、米兵や軍属が犯罪行為等を起こした場合、**公務中の事故の捜査**については、**米軍に優先的な裁判権・捜査権限**があるため**墜落**や**公務車両の事故**などについて、**警察や検察庁の事故現場への立入り制限**など、日本の司法の手を離れる。1960 年以来、様々な事件、事故、環境問題について**基地の排他的管理権や国内法の免除特権など、日米地位協定**は、規定と実際の運用に、大きな**不平等性**があり、**治外法権**といった観がある。

日米地位協定の**抜本的な見直しを実現するためには、国民全体の問題**として受け止め、問題に関する理解や議論を**全国的なものとする必要**を感じる。

2017 年度に沖縄県が行った**他国 (ドイツ、イタリア) 現地調査**によれば、日本には見られない改訂や新たな協定の実現が行われている。

ドイツでは、1993 年までに、NATO 同盟軍の権利が、ドイツ連邦軍の国内における地位を超えるものではないとし、**(1) 国内法の同盟軍の適用強化、(2) ドイツ主権の強化**が実現している。

イタリアでは、(1) 米軍への国内法適用、(2) 米軍基地はイタリア軍司令官の下に置かれることの明記、(3) 米軍機の飛行の大幅規制が行われている。

両国ともに、**米軍機の事故をきっかけ**にした**国民世論の高まりを背景**に交渉に臨み、改訂や新たな協定の締結を実現している。

米軍施設が集中している沖縄としては、事件や事故が単に沖縄地方の問題として扱われて終わるのではなく、**国民的、国際的なレベルで議論されること**が期待される。

今回、与世田兼稔弁護士が、**法廷ミステリー「疑惑の事故」**を出版されることになった。米国軍医の**事故を装った女性殺人事件**は読むほどに興味が引かれ、目を離すことができなくなる。彼にとっては、2015 年に出版された**「三人の殺意が交錯するとき」**に続く**法廷ミステリー第 2 弾**である。また、沖縄にとっては、**必須の日米地位協定の入門書**でもある。

疑惑の事故から。

琉球処分

明治政府の下でなされた、沖縄に対する
強制的な廃藩置県、処分…明治政府の表現
M5(1872) 琉球国を廃止し、琉球藩とする
M12(1879) 廃藩置県
M13(1880) 宮古、八重山の分島問題

琉球王国の三つの性格
(1) 薩摩藩を管理者とする幕藩体制の一環
(2) 中国との間の伝統的な外交関係
国王は皇帝の冊封を受け、定期的に皇帝に進貢(朝貢)
(3) 独自の王国体制を持ち 領内を直接的に統治

第一次裁判権

自国が紛争地へ派遣した軍人の人権保護が第一目的。
出征した軍人の保護、本国民である軍人の基本的人権の保護

公務外の事故

地元の警察が逮捕すれば通常の事件
米軍が先に身柄を拘束している場合は引き続き拘束
身柄の引渡しについて問題が発生している

米軍人、軍属らによる少女集団強姦
→ 超党派の県民総決起大会 → 普天間が移設条件付で返還合意
運用改善 → (本格的な改訂)

日本の刑事制度は
二流以下

(1) 捜査段階における弁護人立会権の保障がない
(2) 起訴後の保釈制度の欠陥
(3) 長期間の身柄拘束による自白の強要、自白偏重
(4) 人質司法の存在
(5) 現行刑事訴訟制度の[illegible]

経済

東京五輪後の日本経済

参考資料：(東京五輪後の日本経済 白井さゆり著 2017 小学館刊)
(非伝統的金融政策の経済分析 竹田陽介・矢嶋康次著 2018 日本経済新聞社

2019.10.07

1. 異次元緩和

(1) 高騰する都心の不動産価格

① 日本銀行の異次元緩和 (大量のマネー供給)

② 東京五輪開催決定 (将来への期待)

1986～1991のバブルの思い出 (全国的不動産高、日経38957円)

今回は局所的、東京中心

実需を伴わない不動産建設ブーム (需要が見込まれていないのに)

2006～2007のミニバブル →リーマンショック

今回 2017～ の

③ 不動産向け貸出

節税対策

個人のアパート等借家建設の増加

都心のオフィスビル建設

問題点

今後、アパートの居住者が大きく増えない見通しの中で

実需を伴わない住宅供給

将来の供給過剰

単独世帯を中心に増加傾向の世帯数も2020年頃から減少へ

家賃低下の罠 (家賃相場と連動)

空室率の増加

④タワーマンションは投機か

高い価格は、建設現場の人手不足と輸入建築資材の高騰

⑤ヨーロッパの住宅事情

大規模な金融緩和

住宅の不足 （移民や難民の大量流入）

実需があるから不動産価格が上昇

(2) 日経平均 2万円

高ったとは言え過去の50%程度

米国など世界は、最高値を更新中

① 株価収益率 PER

時価総額 ÷ 純利益

又は、株価 ÷ 1株当たり利益

② 株価は外国人主導で動いている

80年代は日本人主導

③アベノミクス

・大胆な金融政策

・機動的な財政政策

・民間投資を喚起する成長戦略

④円安と株高

「大規模な金融緩和政策」によって、今後円安になり、日本の輸出産業の株価が上がるに違いないと考える

—— 円を売り（円安）、日本株を買う（株高）

⑤ 持合株の解消と外国人株主の増加

長期的投資から短期的投資(3ヶ月)

将来の株価暴落の主因は外国人投資家

⑥ 円安

② ETP(株式の市場からの大量購入)は世界で初めての実験

円高 ― 輸入企業が儲かる

円安 ― 輸出企業が儲かる.

日本銀行のETF(指数連動型上場投資信託)の購入

数千億円 → 7兆円/2016

日本株では :2012

世界第3位の株主

年金積立金管理運用独立行政法人(GPIF)

2014.3 21兆円 → 2017.6 36兆円

日本株の最大株主

⑦ コーポレートガバナンスの後退 (利益)

法令の遵守と効率的な経営

巨大な発言を言わない株主

日銀 ETF, GPIF

15兆円 36兆円

(10兆→) (25%)

毎年6兆円増える

⑧ 日銀のETPを売るとき

? 永久に買えるか いつどのように売るのか

クジラと称される日銀のETP購入力(毎年6兆円)

リスク資産(ETF、REIT、いろいろ外国の株式…

日本銀行のリスク資産

② 日本銀行は 売る決断はならないか

③ 外国人投資家による一斉売り

⑨ 非伝統的金融政策

金利が0%に近く低くなると 金利による金融緩和はできなくなる

次に行えるのは、マネーの量に着目した「非伝統的金融政策」

各国の中央銀行は国債などの資産を市場から大量に買い入れる

FTPは大企業を利する政策（欧州中央銀行ECBは実施を見送り）

借入，社債発行など……

中小企業には恩恵が少ない

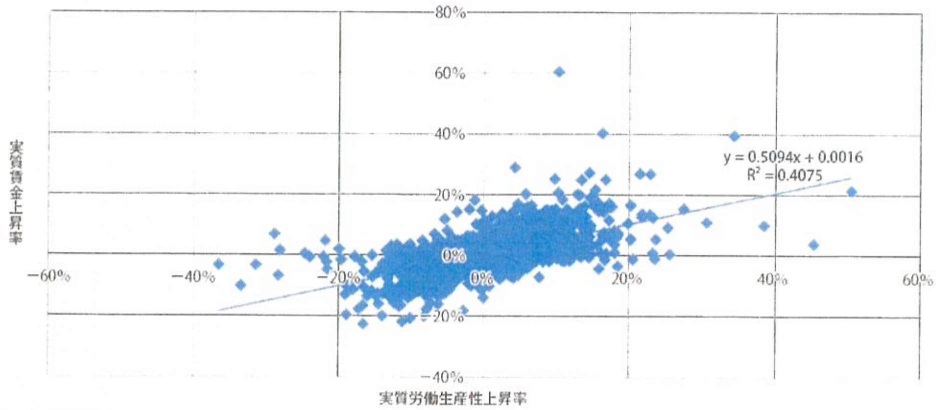
⑩ 株を買わない日本国民

10%程度の保有率（家計の全金融資産中）（売り株しかない世代）

中小企業白書(2019年版) 抜粋

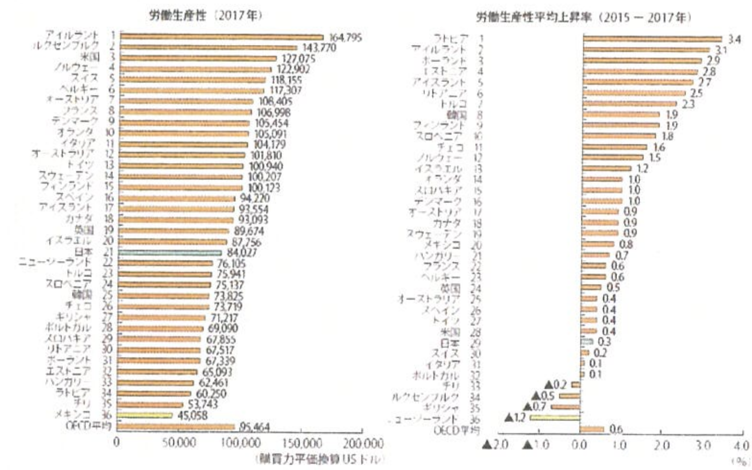
2019.09.02

第1-4-19図 実質労働生産性上昇率と実質賃金上昇率の関係（2007～2017年度）



y=0. 5094x+0. 0016 は、何を意味するか？

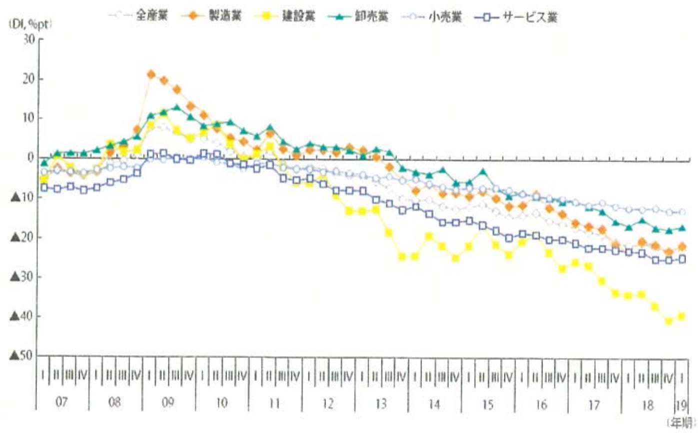
第1-4-16図 OECD加盟諸国の労働生産性



何故労働生産性が低いのか？

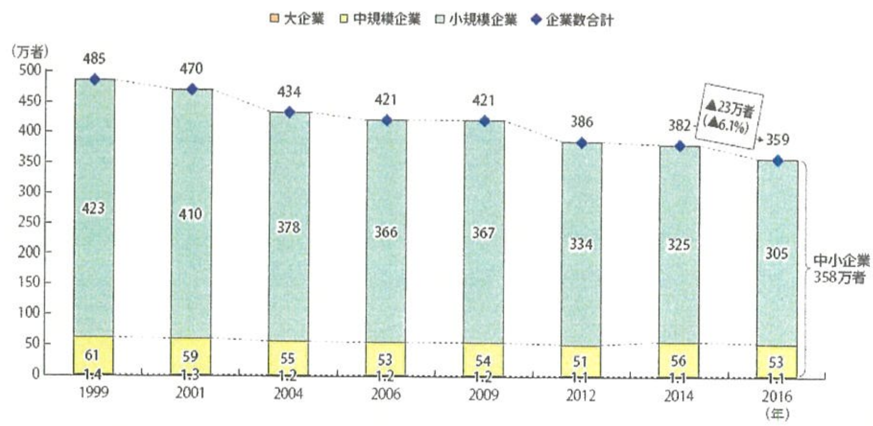
(海外と比較して)
(あるべき姿は何か)

第1-4-7図 業種別従業員数過不足DIの推移



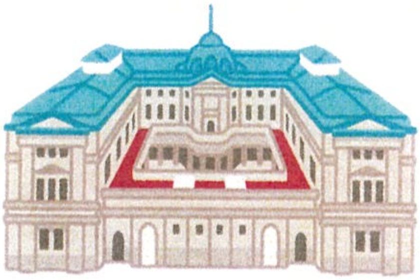
人手不足の原因は何か？

第1-2-1図 企業規模別企業数の推移



企業数の減少は
何を語っているか？

$$y = A(1-x)^n = Ae^{-xn}$$
$$359 = 485(1-0.0176)^{17}$$
$$= 485e^{-0.0176\times 17}$$



デフレ・FTPL・MMT
(デフレ脱却に向けて)

（8 月のごあいさつ）
2019 年 9 月 1 日（日）

アベノミクスは、デフレ脱却の**物価上昇目標 2%**を目指したが、未だ道半ばである。2%という物価の上昇を行おうとすれば、第一に必要なことは消費の拡大である。従って、**消費税の引き上げ**は、逆に消費にブレーキをかけ、**デフレ脱却の反対方向の施策**である。

1990 年代後半以降、日本において顕在化した**デフレーション**について考えるとき、1930 年代の大恐慌の教訓が想起される。そのとき救世主となったのはケインズの**有効需要の原理**であった。日本経済が、1990 年代後半以降、陥ってきた**「流動性の罠」**とは、利子率が下限にあることを誰もが知っており、この下においては、**金融政策の効果**は発揮されなかった。

FTPL(**物価水準の財政理論** Fiscal Theory of the Price Level)の基本は、名目国債残高を、現在の物価水準で割った値が、将来にわたる実質財政余剰の現在価値の期待値に等しいという式で表される。

名目国債残高／現在の物価水準＝実質財政余剰の現在価値

増税の延期によって、右辺の財政余剰が減少すると、左辺も減少しなければならない。ところで名目国債残高は所与なので、物価が上昇することになり、**デフレ解消へ向かう力**が生じる。このことがシムス教授などが話された、先ず、日本の 2%のインフレを達成後に消費増税を行うべきだという考えになるのではないか。

MMT(**現代貨幣論** Modern Monetary Theory)は、通貨発行権を持つ国家は、債務返済に充てる**貨幣を自在に発行**できるため、財政赤字で国は破綻しないと説く。完全雇用と物価安定を達成するには**金融政策**ではなく、**財政政策**への依存度を高める必要がある。インフラや教育、研究開発に**投資**して、**国の長期的な潜在成長率**を高めるべきであるとする。理論の構築や経済の多様性の配慮の違いはあるが、消費増税のマイナス効果や誤った**財政政策**という意味では、上記の FTPL と同じ面を感じる。

日本のデフレ解消の政策は的はずれで政策に根本的な誤りがあったのか？**デフレとは需要不足であり、その真因**は、将来の不安(経済不調、少子高齢化、天災…)に対し、国民の消費や設備投資に消極的な負の需要ショックに真因がある。経済の活性化、効率化へ向けた強力な政策とともに、国民の意識を変えるような**前向きの明るさ、意識の変革**が国、個人とも必要ではないか。これは、**沖縄経済における生産性**(アウトプットの貧弱とインプットの非効率さ)を前向きに改善すべき**活性化、効率化の必要性**にも似ている感じがする。

第 87 回勉強会
(2019 年 8 月 28 日)

金融と財政の曖昧な政策割当

講　師　上智大学経済学部経済学科　教授　竹田陽介氏
紹介者　元日銀那覇支店長　水口毅氏 (参加者 29 名)

「昨今もて囃される MMT（Modern Monetary Theory、現代貨幣理論）の流行に見られるように、伝統的な金融政策は無力化し、財政規律の箍は緩み解ける現状がある。財政当局と中央銀行が統合された政府の予算制約の下で、金融政策と財政政策の各政策に割り当てられる目標および手段が、曖昧になっている。両政策を繋ぎ、それらの整合性を図る国債管理の役割が、益々増大しつつある。

本講演では、財政金融政策に対する伝統的な経済学の考え方を振り返り、現在直面する問題点を指摘する。さらに、求められる新しい見方の萌芽について議論したい。具体的には、中央銀行の独立性、国債管理、マイナス金利政策、金融政策の正常化、財政赤字の政治経済学などについて触れる」、とのことで充実したレジュメを作成していただきご講演をしていただいた。

最初に、危機時において、「金融政策と気候変動の問題は似ている」との国際協調の必要性の話、アルゴアの気候変動の重要性に対し、人類共有の問題として協調が必要であるが、トランプの言動は驚くべきものがある。金融政策については、リーマン以後の金融危機時の国際通貨制度の安定性の回復は、各国の通貨切下げ競争など協調性を欠いている面もあり、加えてトランプのアメリカ第一主義が影を落としている。

現在の経済停滞について、「高圧経済？」が必要かもしれない点を、1970 年～2000 年代の Wage inflation の米国と日本のフィリップス曲線の対比で、日本の 2000 年代の金利がゼロのレベルではりついている状況に対し、中央銀行の非伝統的金融政策として、目的を、(a)インフレ期待に働きかける、(b)金融機関のリスクテイクを促す、また、手段としては(1)マイナス金利、(2)バランスシートの拡大、(3)長期国債の購入であった。ところが、これに対するデフレ脱却の効果は見られず、これはどういうことなのかの質問があった。これに対して先生のご意見は、MMT による財政支出の拡大は議論の余地があり、これらの手段等以外のイノベーション等による違った観点からの施策が必要でないか、それは 3 つの手段に加えて、向上、活性化に向けた、明るさ、前向きの改革への意識ではないかとのご指摘があった。これは意識の変化が具体的な施策に及ぼすプラスの効果の示唆とも感じた。

先生の著書、「非伝統的金融政策の経済分析」(2013 年日本経済新聞社、第 54 回エコノミスト賞受賞)は、1999 年 2 月の日本銀行によるゼロ金利政策の導入以来、世界の中央銀行は、従来行われてきた金融政策の枠を超えた非伝統的な金融政策の発動を余儀なくされている。この 10 年余の金融政策における効力について論ぜられたもので、タイミングの良い実証的な経済分析であった。この非伝統的金融政策を、人口減少や自然災害などのマクロショックに直面する現代の中央銀行の課題に対する壮大な社会実験との観点から論ぜられ、興味深いものがあった。更に先生は、この続編とも言うべき、更にこの 6 年間の分析書も計画しておられると聞いた。



金融政策
2019.07.22
2019.08.19
2019.08.26
2019.09.02
2019.09.2X
2019.09.30

非伝統的金融政策の経済分析

竹田陽介 矢嶋康次著 2013.11 日本経済新聞

1. 全般

現実的な、実用的な

(1) 1999年2月の日銀によるゼロ金利政策の導入以来
世界はプラグマティックな対応、非伝統的な金融政策の発動を余儀なくされてきた

(2) 非伝統的な手法が採用されて10年以上経過(1999-2012)
したが、金融政策上の効果はどれほどあったかの実証分析の必要性
(資産価格の上昇に効果は見られない)

(3) 2012年の政権交代
(デフレ脱却はまだ行われていない)

(4) 日本はじめ欧米諸国で実施されてきた非伝統的金融政策を見ると、貨幣という象徴的価値の適切な供給の中で、中央銀行という専門家集団による知性の結晶が、個人の結託の下で実行に移されてきたように映る。(しかし、日本のデフレ解消に効果はあるのか?)

(5) それはあたかも、重病患者の治療にあたる医師が、治療薬の投与の効果の確認を通じて、治療方針を漸次変えていくように、定見に頼らず、プラグマティックな政策判断に従って、漸進的に履行されてきた。
(この政策の変更が抜本的でない?)

効果が見られない
(6) 非伝統的金融政策は、リスク社会における壮大な社会実験ともいえる

高齢化や経済の縮小……
(7) デフレの真因は、将来の不安に対し、貯蓄を増加させ、消費や設備投資に消極的になる負のスパイラルに真因がある
これは、沖縄経済における生産性(アウトプット÷資源とインプットの稼動率)の低さにも似ている感じがする。

2、国破れて中銀あり、

(1) 中央銀行の近未来像について、経済学から俯瞰する

中央銀行の近未来像とは、どんなものか？

(2) 本書のコンセプト 「金融深化」Financial deepening

をキー・コンセプトとする

何を買うか、どれほど買うか、

(3) 中央銀行は、「最後の買い手」として

リスク資産市場を積極的に育成する必要がある。

(4) 金融政策と資産価格形成の問題

この点に関して
FTPL、MMTは
不適当か、

(5) 金融政策の伝統とは、何を意味するのか

"資産価格にもたらす短期的な効果ではないか"？

(6) 短期的な視点

非伝統的金融政策の類型とその効果

(7) 長期的な視点と中央銀行の近未来像

長期的な問題、マクロショック

少子高齢化

地震など自然災害

馬鹿らしいほど円の価値が
ないということは ——

(1) 円安であり

(2) 海外の物価上昇

(3) 円安と円の購入力が低い
とはどういう関係にあるか ——

デフレーション

1990年代後半以降、日本において顕在化したデフレーションについて考える際、
1930年代の大恐慌の教訓が想起される。

日本経済が1990年代後半以降、陥ってきた「流動性の罠」とは、利子率が下限に
あることを誰もが知っており ----

この下においては、金融政策の効果は発揮されない

7、非伝統的金融政策の類型

(1) 非伝統的金融政策は、伝統的な政策手段であった超短期の銀行間貸借市場における金利がゼロの下限制約に直面した下での金融政策である。

(2) 第一はゼロ金利政策である。（マイナス金利）
第二は、量的緩和政策である（バランスシートの拡大）
第三は、信用緩和政策である（長期国債の購入）

これで充分とは言えない

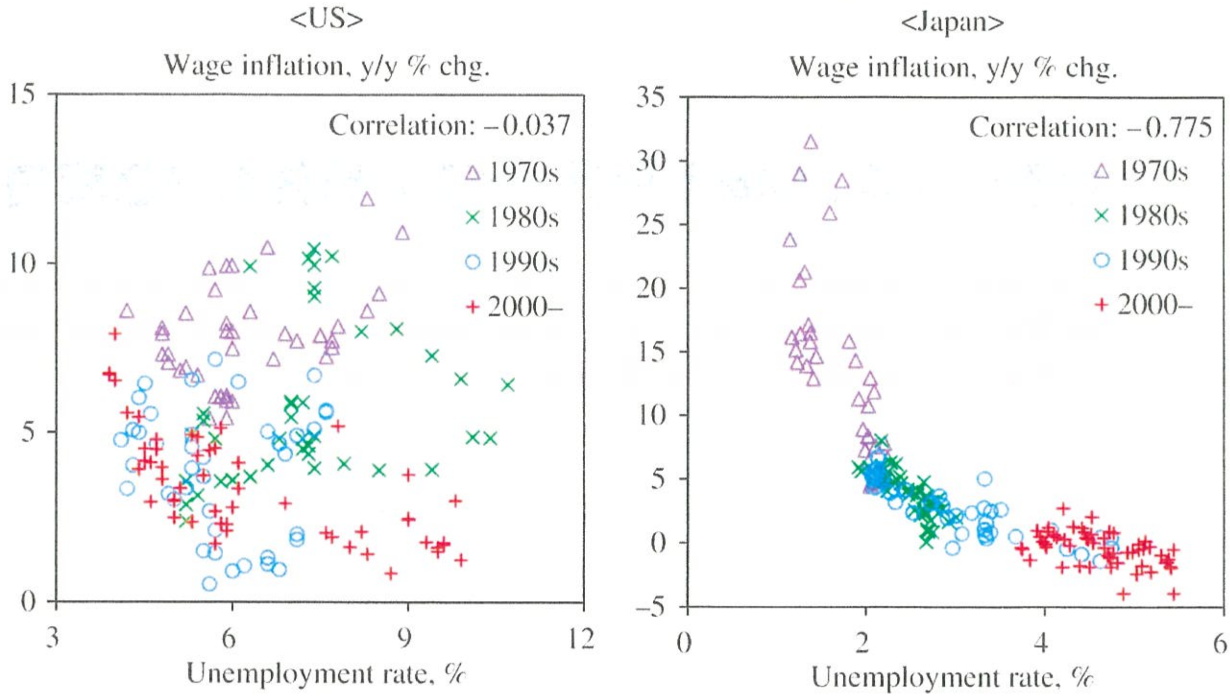
(3) こうした中では、中央銀行の機能は、金融機関の資金流動性を高める「最後の貸し手」ではなく、金融資産の市場流動性を高める「最後の買い手」と呼ばれる

中央銀行は何を買うべきか
非伝統的金融政策の効果

(1) 資産として満たす条件
安全性、流動性、中立性

(2) あるべき中央銀行の近未来像

「高圧経済」？



Muto and Shintani. "An Empirical Study on the New Keynesian Wage Phillips Curve: Japan and the US" *The B.E. Journal of Macroeconomics*, 2017.

中央銀行の非伝統的金融政策

目的

a. インフレ期待に働きかける

b. 金融機関のリスクテイクを促す

手段

1. マイナス金利

2. バランスシートの拡大

3. 長期国債の購入

上智大　経済学部　竹田陽介教授レジメから

2、異次元緩和とは、

第2次安倍内閣 2012末

大胆な金融政策

機動的な財政政策

民間投資を喚起する成長戦略

(1) 大胆な金融政策 2013、4

量的質的金融緩和 — 異次元緩和

＝非伝統的金融政策

量的緩和 — 世の中に出回る資金量を増やす

質的 〃 — 償還までの期間が長い長期国債、ETF

リスク資産の買入の積極化

非伝統的 — 国債などの債券を市場から買入れる

デフレからの脱却のために

(2) 失われた20年 1990〜2010年、デフレ脱却の失敗

経済成長 1%以下

有効求人倍率 1、0以下

2000、8 ゼロ金利政策を解除 (デフレ脱却の見通しがついたとし

時期尚早!!

2006、3 量的緩和を解除 (2001、3 量的緩和は効果切)

時期尚早!!

2008 リーマンショック

2010、10 包括的金融緩和

市場から国債、ETF、REITのリスク資産の購入

しかし、過度の円高を止められなかった

FRBが、大規模な金融緩和政策を2008年末に

発表して、積極的な資産購入を進めているのに対し

日銀が充分に金融緩和を行わないのが

過度の円高を止められない原因であるとして

国内外から日銀批判が高まる。

(3) 異次元緩和

① リスク資産の購入

長期国債	市場に残るリスクが減少	日銀にリスク蓄積
ETF	株式市場 〃	
REIT	不動産市場 〃	

(4) 異次元緩和の効果 プラス

① 極端な円高と株安を是正できた

② 2013から企業収益が急激に改善

③ 大幅な円安と税先送り、緩和により政府は税収増が上昇

④ 雇用状況の緩和

(5) 異次元緩和の実体経済への影響

異次元緩和によって効果がなかった点

①大した経済成長はなかった

2013～2016までの実質成長 4年平均で 1.2%

②物価上昇

2013～2016年平均 0.5%

③実質賃金の低下

2000～2017 △0.5

従って実質消費は盛り上がらなかった。この分企業は将来に備える蓄積投資を行ったのか—？

④輸出数量は増えなかった

(6) 物価上昇率2%の目標 ≒ デフレ脱却

日銀は、ここを誤ったのか。

○ 結局、物価が上昇するだけの成長ができなかったのか？

○ 賃金が上がり、暮らしが豊になり、明日の希望にはならなかったのか？

○ 異次元緩和のような「非伝統的政策」はパワフルなものではなかった？

○ 日銀がインフレ政策をとっても、国民は将来インフレになると考えなかった

デフレは、白川総裁の考えている"構造的な問題"なのか？

2019.08.26
2019.08.05
2019.06.24
2019.06.03
2019.04.15
2019.02.12
2018.09.18
2018.07.16
2018.05.14
2018.03.19
2018.01.15

積　分　の　定　石
（変化する量を集めて形にする）

会計と経営のブラッシュアップ
平成 29 年 9 月 25 日
山内公認会計士事務所

次の図書等を参考にさせていただきました。（微分と積分なるほどゼミナール　S58.1 岡部恒治著　日本実業出版社刊）
（微積分のはなし　1985.3 大村平著　日科技連刊）（Excel で学ぶ微分積分　H24.8 山本将史著オーム社）
（イラスト図解微分・積分　2009.6 深川和久著　日東書院刊）（微積分を知らずに経営を語るな PHP選書）
（Excel でやさしく学ぶ微分積分　室　淳子著 2006 東京図書）　内山力著
2019.10.07

Ⅰ　身近な積分

1．積分の歴史

(1) 古代エジプトで<u>積分の基礎</u>が築かれた。<u>（どうやって全体の面積を把握するか）</u>

↓

ギリシャのアルキメデスが更に発展

↓

17C のニュートンとライプニッツが微分・積分を発明

社会科学 ／ 自然科学 ｝ ⟶ グラフに描く ⟶ 機何学の問題になる

積分→結果どうなったか、小さな変化をどのように形とするか
小さなものから大きな形を得る、小さな変化を積み重ねるとどうなったかとその結果
曲線で囲まれた土地の面積を直線化して調べる
<u>小さな変化は大きくなるとどんな形になったか</u>　変化する量はどんな形になるのか
変化する様子、変化する量をどうやって集めるか
∫ →インテグラルが付くと積分することを表す（　〃　）

次のような技術は、すべて微分・積分がなければ発展しなかった。
コンピュータ、通信、光学機械、テレビ、ラジオ、CD、車、鉄道、飛行機、建築、経済学、物理学、化学、工学、農学…

4、私たちが住んでいるのは、微分した平らな世界です。
そして、積分にもとに戻せば、地球はいつでも丸くなる
つまり、私たちは、微分の世界に住んでいることになる。　?

積分では？

$$\begin{tikzcd} \text{曲線} \arrow[r, "\text{微分}"] & \text{直線} \arrow[l, bend left, "\text{積分}"] \end{tikzcd}$$

曲がりを持った
曲線から
面積

→

傾きを持った
直線へ

点として

地球上の土地が実際平らであるのと同じように、一般に
曲線は部分的に見れば直線である。

これは、曲線を直線で近似するというのではなくて、曲線をとことん
拡大して行くと、曲線を直線と考えてよいということです。

かくして、曲がりを持った線である曲線は、　点
微分という操作によって、傾きを持った直線へと分解され、
次数1つ分下の、単純なものに還元されます。

そして、この直線の傾きに関する情報を集めていくと、もとの曲線が
復元できるということになります。
積分する

5. 次元の陰影

現象の世界	3次元の空間	空中の竜	現実の姿、形
平面	2次元の空間	影に映った竜	影
曲線	2次元の空間		
直線	1次元の世界	影の部分の直線化	$\boxed{\text{影の分析}}$

微分とは、変化するものを、1つ低い次元に落として表わすものである。
従って 一つ低い次元の式となる。

ひょっとしたら、時空の中を動く現象を3次元の空間に映し出し、
空間の中を動く竜の動きを平面に映った影で分析できるかもしれない。

身のまわりのもの	分かりやすい	］→同じもの
それらを越えたもの	何か得体の知れないもの	

同じものの別の側面が、あるときは親しい身のまわりのものに見え、
あるときは、正体なき大いなる力に感じられたりする。

この何か、全体的なものを操作したり、記述したりできる道具が
あれば、その一端を捉えることが出来るのではないか。

微分積分というのは、そういう道具になる可能性がある……
身近なものとして現われたものを微分を使って記述できれば、
そのものの正体を知ることができるのではないか。

正

9　$v = f(t)$

横軸にtを 縦軸にvをとり.

tをある値に固定すれば vの値も決まるとする

このとき、vはtの関数であるといい

$v=f(t)$で表わす

$v = t^2 + t$, $v = \sin t$ ……

tの値を決めると vの値が決まる.

tが0からt_aの範囲で面積を求めるとすると

$\int_0^{t_a} f(t)\,dt$　　タテ(高さ)×ヨコ(幅)を表す

v　　t

高さv　　幅 dt

長さ、時間

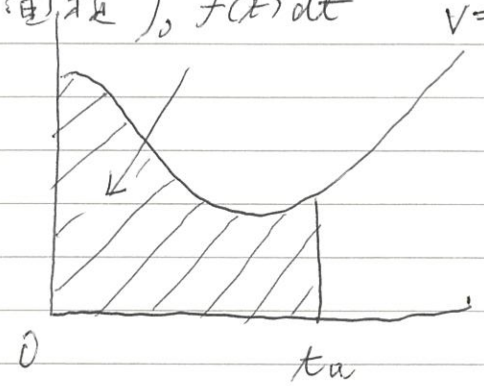
$d(t)$で微分したときのvの変化

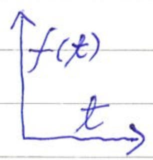
ヨコの変化　　タテの変化

論理・認識など

目視の検証

面積 $\int_0^{t_a} f(t)\,dt$　　$v=f(t)$





高さ　長さ

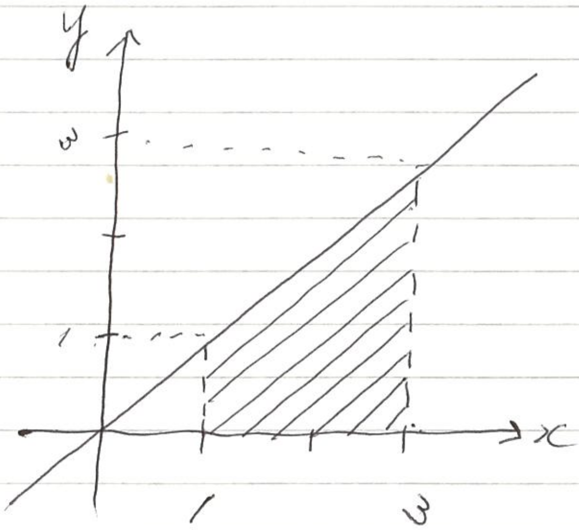
ふつうはこれを$F(t)$と書き、　$F(t) = \int_0^{t_a} f(t)\,dt$ とする

正

No.

定積分で面積を求める （グラフに囲まれた面積を求め

$y = x$ の定積分



1から3の範囲で定積分する

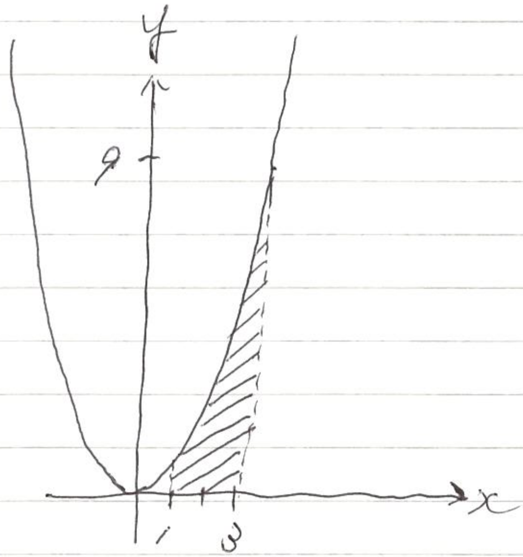
$y=x$ 高さ　微小のx 長さ

$$\int_1^3 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^3$$

$$= \frac{1}{2}(3)^2 - \frac{1}{2}(1)^2 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

$y = x^2$ の定積分

1から3の範囲で定積分する

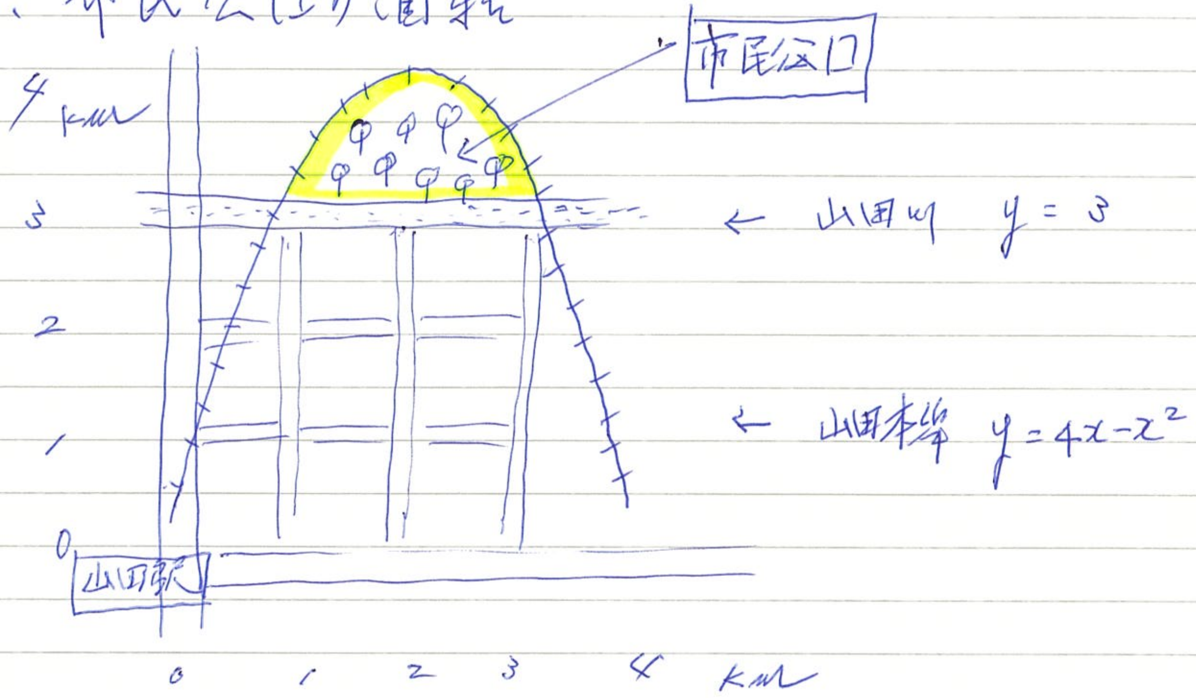


$$\int_1^3 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^3$$

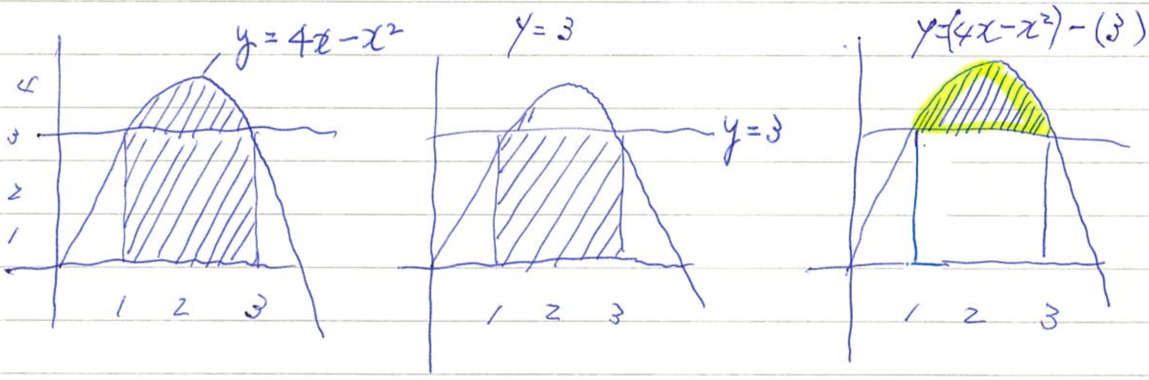
$$= \frac{1}{3}(3)^3 - \frac{1}{3}(1)^3 = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$$

下

5. 市民公園の面積



Ⓐ − Ⓑ = Ⓒ



$$\int_1^3 (4x-x^2)\,dx$$

$$= \left[\frac{4}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_1^3$$

$$= \frac{22}{3}$$

$$\int_1^3 3\,dx = \Big[3x\Big]_1^3$$

$$= (3\times3) - (3\times1)$$

$$= 6$$

2つに分けて
計算した後、
計算する。

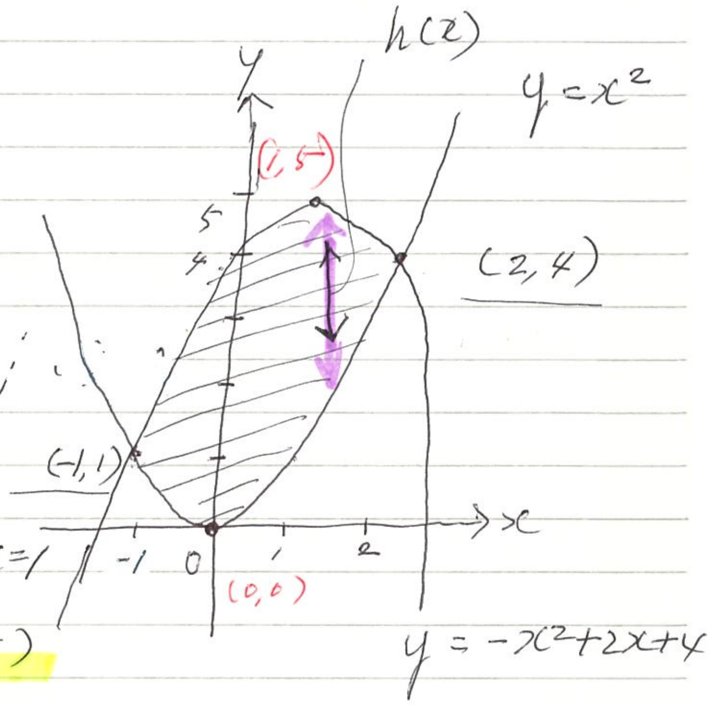
$$\frac{22}{3} - 6 = \frac{4}{3}\ (km^2)$$

F

2曲線で囲まれた面積の求め方

$f(x) = x^2$

$g(x) = -x^2 + 2x + 4$



(1) グラフとグラフの頂点

$f(x) = x^2$ より $f'(x) = 2x$

$f'(0) = 0$　$f(0) = 0$　頂点 $(0, 0)$

$g'(x) = -2x + 2$　$g'(0) = -2x + 2,\ x = 1$

$g(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 + 4 = 5$　頂点 $(1, 5)$

(2) 交点を求める

$f(x) = g(x)$ の二次方程式を解くと

$x^2 = -x^2 + 2x + 4 \longrightarrow -2(x^2 - x - 2) = 0$

$\longrightarrow (x+1)(x-2) = 0$ よって $x = -1,\ 2$ で交わる

$x = -1$　$y = x^2 = 1$ 故に $(-1, 1)$，$x = 2$　$y = 2^2 = 4$ 故に $(2, 4)$ で交わる

(3) y方向の長さを求める

y方向の長さを $h(x)$ とすると、グラフより、

$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $f(x) \leqq g(x)$ なので

$h(x) = g(x) - f(x) = -x^2 + 2x + 4 - x^2 = -2x^2 + 2x + 4$

(高さ，横は dx)

(4) 定積分

xの範囲とy方向の長さの関数により

$$\int_{-1}^{2} h(x)\,dx = \int_{-1}^{2} (-2x^2 + 2x + 4)\,dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x\right]_{-1}^{2} = \left(-\frac{16}{3} + 4 + 8\right) - \left(\frac{2}{3} + 1 - 4\right)$$

$$= 9$$

Ⅲ、面積と体積を求める F

1、関数に囲まれた面積

(1) ①と②に囲まれた面積Sは、

$f(x)=x^2$ —①　　$g(x)=-x^2+2x+4$ —②

$f(x)$の頂点は $\begin{cases} f'(x)=2x \\ x=0 \\ (0,0) \end{cases}$

②を微分すると $g'(x)=-2x+2$

頂点は、$g'(x)=0$ とおいて、$0=-2x+2$、$x=1$ である。

そこで、$g(x)$に $x=1$ を代入して $g(1)=-1+2+4=5$ で

$g(x)$の頂点は $(1, 5)$ となる。

グラフ①と②の交点は、$f(x)=g(x)$ を解くと、

$x^2=-x^2+2x+4 \longrightarrow 2x^2-2x-4=2(x^2-x-2)=2(x+1)(x-2)=0$

よって、①と②は -1, 2 で交わる

すなわち、x方向は、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲となる

y方向(タテ)の長さを $h(x)$とすると、

グラフより、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $f(x) \leqq g(x)$ なので

$h(x)=g(x)-f(x)=-x^2+2x+4-x^2=-2x^2+2x+4$

すなわち、y方向(タテ)の高さは、$-2x^2+2x+4$ となる。

これを定積分すると、

xの範囲(ヨコ)とyの方向の高さ(タテ)の関数がわかったので

$$S=\int_{-1}^{2} h(x)\,dx=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx=\left[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right]_{-1}^{2}$$

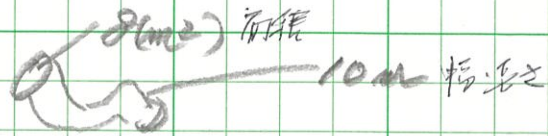
$$=\left(-\frac{2\times 2^3}{3}+2^2+4\times 2\right)-\left(\frac{-2\times(-1)^3}{3}+(-1)^2+(4\times -1)\right)$$

$$=\left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)=9$$

2. 関数に囲まれた体積

作成日 ・24
作成者

積分は面積を求めるばかりでは無く、
かけ算をして意味がある全体量ならば。
xの範囲がわかって、yが関数で表わされれば、定積分が使える。



(1) 例えば、曲がってはいるが、どこを切っても断面積が8になる（m²）
長さ10の管の体積 V_1 は、（m）　高さ・面積
長さの方向をx方向とし、断面積を積み重ねて体積を求めると、

$$V_1=\int_0^{10} 8\,dx = \Big[\,8x\,\Big]_0^{10} = 80\ (m^3)$$

$8(x)^{10}_{m^2} \times 10_{m} = \underline{80\ m^3}$

面積　長さ・幅

(2) 次に、形はわからない物体の体積 V_2 は、

方向の長さが5で、断面積Sは $3x^2+10$ とすると、

$$V_2=\int_0^{5}(3x^2+10)\,dx = \Big[\,x^3+10x\,\Big]_0^{5} = 175$$

幅と

$(3x^2+10)\ \underline{m^2} \times dx\ \underline{m}$

面積・高さ y

$\frac{3}{3}x^3+10x = (5)^3+10(5) = \underline{175\ m^3}$

面積に挑戦

41

H27. 8. 24
H27. 11. 24

ヘテロジェニアス

異種のフィーリングや価値感をもった人種

テレビを中心とする情報化

フィーリングや価値感が画一化される傾向

人生の瞬間、瞬間の幸福は、自分自身の絶対値ではなく、その微分値に関係する。それなら、微分値を一生にわたって積分した値を最大にするにはどうするかを考えるべきだ。

瞬間、瞬間

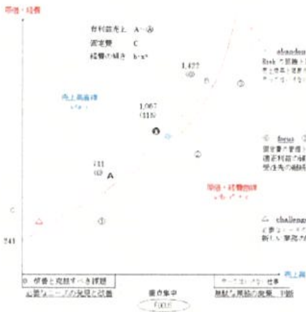
微分とは、グラフの傾きを求めること　　速度
どう変化しているかを調べること

積分とは、グラフの面積を求めること　　速度×時間
その結果、どうなるかを調べること
成果

自然現象や社会現象は、ひとたびグラフに表わしてしまえば、変化の有様を調べるにはグラフの傾きを、変化の結果を調べるには、グラフの面積を求めるという純粋に幾何学的な問題となる。

H29 4/24 M

2019.01.21
2018.10.15
2018.08.13
2018.06.10
2018.04.16
2018.01.07
2017.10.10
2017.07.10
2017.04.23



指数・対数

会計と経営のブラッシュアップ
2019.07.28
山内公認会計士事務所
2019.09.17
2019.09.24

次の図書を参考にさせていただきました。
（ゼロからわかる指数・対数　2007.12 深川和久著　ベレ出版刊）（関数のはなし上、下 2012.5 大村平著 日科技連刊）
（図解雑学指数・対数　2013.5 佐藤敏明著　ナツメ社刊）

2019.09.30
2019.10.07

I. 指　数

1. 指数とは、いくつかけ算されているかということ

つまり、大きな数、2×2×2×2×2 を 2^5 と書き、2 の 5 乗という累乗のこと。
大きな数を表すことに適している。

(1) 世の中は、かけ算的（指数的、曲線、複利）に従う傾向にあり、人はそれを足し算的（直線）に理解しようとする傾向がある。
現象は複雑であっても大づかみに理解したい

（例）かけ算、指数
国や経済の伸び　—　対前年比○%　……何倍くらいか
預金やローンの利息　—　金利の計算
指数とは　—　かけ算のくり返し

指数	対数
（複雑）	（単純）
かけ算	たし算
激しい	静か
細かい	大づかみ

AI、デジタル、将来
従って世の中は指数的に変化する傾向にある（激しい変化の世界）
しかし、人は足し算的にものを見ようとする（静かな変化の世界）
歴史、対数

世の中はかけ算的・指数的（変化・変動）であるのに、人は足し算的（静止的固定的）に勘違いしている。この面において世の中は複雑である。

（大量）
そして、この指数の逆が対数（単純化）である。
対数　　　　　　は複雑なものを単純にしようとする。
そして人の五感はことごとく対数的である。しかし、現実は指数的である。
人の記憶や歴史も対数と深く関係している。だから、過去は対数的
歴史上の出来事は、1 年を 1 とすると、10 年は 2、100 年は 3、1000 年は 4・・・という並び方になるかもしれない。（記憶の量）
過去は会計のようにコンパクトな報告が優れている。（内容も、要点も）　過去は大づかみになる。

導関数の定義式　$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - fx}{h}$

$8 = 2^3$　$x = a^y$　$y = \log_a x$　$y' = \frac{1}{x \log_a e} = \frac{1}{x \log_e e} = \frac{1}{x}$

$(\log_a x)' = \lim_{h \to 0} \frac{\log_a(x+h) - \log_a x}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\log_a (x+h) \div \log_a x}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \log_a \frac{(x+h)}{x}$　　$\frac{1}{h} = \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{h} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)$

$= \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{\frac{x}{h}}$

ここで　$\frac{h}{x} = k$ とおくと　　$\lim_{k \to 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = e$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \lim_{h \to 0} \log_a (1+k)^{\frac{1}{k}} = \frac{1}{x} \log_a e$

kが0に近づくと　$(1+k)^{\frac{1}{k}}$は一定の数 e に近づく

$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e$

$e = \lim_{k \to 0} (1+k)^{\frac{1}{k}} = 2.71828\cdots\cdots$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e$ となり、底を e にすれば、$(\log_e x)' = \frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$ となる

減衰量の計算

段階状の減衰量 $1-\alpha$

「ある期間」後に α の減衰が生じる 減衰後の残量

連続状の減衰量

「ある期間」を k 等分し、それぞれに

a/k の率で 減衰してゆくと考えると

ある期間後の残量は、 $\left(1-\frac{a}{k}\right)^k$

α と a の関係は、 $1-\alpha=\left(1-\frac{a}{k}\right)^k$

そして、k をどんどん大きくした極限は、 $\lim\left(1-\frac{a}{k}\right)^k=e^{-a}$

従って、α と a の関係は、 $1-\alpha=e^{-a}$

この関係を、x 期間後の減衰量の式、

に代入すると、 $y=A\left(e^{-a}\right)^x$

放射線物質、水温のように連続的に減衰する場合の式は、 $=Ae^{-ax}$

x 期間後の量を表わす関数の形となる。

y：x 期間後の状態

A：スタート時の量

e：指数関数 the exponential function

a：減衰率

x：期間 t 分とすると $=Ae^{-at}$

よく使う $\boxed{y=e^{kx}\text{の導関数}}$ y'は

$y=e^{z}$, $z=kx$とおくと $y'=(e^{z})'=e^{z}$

$y'=e^{z}=e^{kx}$ $z'=k$

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dz}\times\frac{dz}{dx}=e^{kx}\times k$$

$$\boxed{y'=(e^{kx})'=ke^{kx}}\text{となる}$$

たとえば、$(e^{5x})'=5e^{5x}$となる。

$$\boxed{y=3^{x}\text{の導関数}}$$

3はeを底にした対数で表わせた。$3=e^{\log_e 3}$だから。

これを使うと3^xはeをもとにした対数関数で表わせる。

$$y=3^{x}=\left(e^{\log_e 3}\right)^{x}=e^{(\log_e 3)x}$$

$\log_e 3$は定数 1.098…… なので、

$$\boxed{y'=(\log_e 3)e^{(\log_e 3)x}=(\log_e 3)\times 3^{x}}$$

同様に、$y=10^x$の導関数は
$y'=\log_e 10\times 10^{x}$

一般に、次の法則が成り立つ

$(a^x)'=(\log_e a)\times a^x$

たとえば $(5^x)'=(\log_e 5)\times 5^x$ となる。

炭素14の半減期

(1) 炭素14は放射性炭素ともいわれ、半減期は 5,730年 である。

(2) 大気中に含まれる炭素14の割合は一定であり、生きている生物も炭素14の割合は大気中の割合と同じである。

(3) 生物が死ぬと炭素14の供給がなくなり、崩壊だけが続くので、死んだ動植物の炭素14の割合を調べると死んでからの年数が推定できる。

(問1) ある木棺の炭素14の割合を調べたら、75%に減っていた。このとき、この木棺の年代は

r = 残存割合

炭素14が1年で r 倍に減少するとして、

この木棺が x 年前のものだとすると、

$$r^{x} = 0.75 \quad \text{また} \quad r^{5730} = 0.5 \qquad \log r = \frac{\log 0.5}{5730}$$

$$x \log r = \log 0.75 \quad \text{—①} \qquad 5730 \log r = \log 0.5 \quad \text{—②}$$

① ② より

$$x = \frac{\log 0.75}{\log r} = \frac{5730}{\log 0.5} \times \log 0.75$$

$$= \frac{5730 \times \log \frac{3}{4}}{\log \frac{1}{2}} = \frac{5730(\log 3 - 2\log 2)}{-\log 2} = 5730 \times 0.4150 = 2378$$ 年前

⑩ 5−2 ⑫

xを年線少率として $\left(1-\frac{x}{43年}\right)^{43}\times 100{,}000=26{,}100$ (千人)

$y=1-\frac{x}{43}$ とすると $100{,}000\,y^{43}=26{,}100$ $y^{43}=\frac{26{,}100}{100{,}000}$

指数関数、対数関数の微積分

$43=\log_y 0.26100=\frac{\log 0.26100}{\log y}$ $\log x=\frac{\log 26}{43}$

参考にさせていただいた書

回解雑存 指数・対数 2013.5 佐藤敏明著 ナツメ社刊

関数のはなし(下) 2012.5 大村平著 日科技連刊

$(\ y=$

$\left(1-\frac{x}{43}\right)^{43}\times 100=26$ H27.10.19

1. 増殖関数

$x^{43}\times 100=\frac{26}{100}$ $43=\log_x 26=\frac{\log 26}{\log x}$

$\log y=\log 0.26100\div 43$

(1) 複利計算

$10{,}000円\times\left(1+\frac{1}{k}\right)^k$ 年1回を日歩にして … 27,146円

$\frac{1}{k}$ … 利率、k 期間

↓

$10{,}000\times(1+h)^{1/h}$ ($\frac{1}{k}$をhと置いた場合)

↓

$10{,}000\times e\fallingdotseq 27{,}182$ 円

? 違う

増加率

$\left(1+\frac{1}{k}\right)^k$ ではなく $\left(1+\frac{a}{k}\right)^k$ の場合

$20\times(1+0.041)^{41}=103.9$

$\lim_{h\to 0}(1+ah)^{1/h}=e^a$

$20\times e^{0.41\times 41}=107.4$

$1+\alpha=\left(1+\frac{a}{k}\right)^k=e^a$

$\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{a}{k}\right)^k=e^a$

$ax=\log_{20e}105$

x

$=\frac{\log 105}{\log 20e}$ ÷ x

(2) 細菌の場合

x期間後の複利 $y=A(1+\alpha)^x$

$1+\alpha=e^a$ $\alpha=e^a-1$ を上式に代入

$y=A(1+e^a-1)^x=A(e^a)^x=Ae^{ax}$

$105=20e^{(41\times 0.04)}$

$105=20e^{ax}$

1-11

対数を微分する

作成日
作成者 ②

W-2

(1) $y = \log_k x$ を微分する

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\log_k x$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\overbrace{\log_k(x+\Delta x)}^{A} - \overbrace{\log_k x}^{B}}{\Delta x}$$

対数の法則

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\log_k \frac{x+\Delta x}{x}}{\Delta x} \quad \left(\text{公式 } \log A - \log B = \log\frac{A}{B} \text{ より}\right)$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\log_k\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)}{\Delta x} \quad ①$$

そのままだと $\begin{cases} \log_k\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right) \to \log_k 1 \to 0 \\ \Delta x \longrightarrow 0 \end{cases}$

分子も分母も ゼロに近づいてゆく.

そこで

$\frac{\Delta x}{x} = h$ と置く. そうすると

$\Delta x = hx$ $\quad \Delta x \to 0$ なら $h \to 0$ の関係がある

①を書き直すと.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \to 0} \frac{\log_k(1+h)}{hx} \to \frac{1}{h}\cdot\frac{1}{x}\cdot\log(1+h)$$

$$= \lim_{h \to 0} \left\{\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{h}\log(1+h)\right\}$$ となり

$\frac{1}{x}$は $h \to 0$の影響を受けないので前に出し

$$= \frac{1}{x}\lim_{h \to 0} \log_k(1+h)^{\frac{1}{h}}$$ とする

$\frac{1}{h}$は logの記号の右側へ入れる

$(1+h)^{\frac{1}{h}}$ は

( )の中はどんどん 1に近ずき

$\frac{1}{h}$は どんどん大きくなる

作成日 . .
作成者

続き—

(12) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x} \lim_{h \to 0} \boxed{\log_k (1+h)^{\frac{1}{h}}}$ という形は、

$= \dfrac{1}{x} \log_k e$ となる。

$\boxed{(1+h)^{\frac{1}{h}}}$ が $h \to 0$ の結果、下記の形になり

① ( )の中はどんどん1に近づいて行く。

② 右肩の $\frac{1}{h}$ はどんどん大きくなっていく。

ほとんど1に近い値①を何百回、何千回と限りなくかけ合わせたらどうなるか。①が1に近づく速さのほうが、$\frac{1}{h}$ が大きくなる速さより優勢なら、この答は1に落ちつきそうだし、反対に、$\frac{1}{h}$ の大きくなり方のほうが優勢なら、無限大の値になってしまいそうである。

そこで、h の値を小さくしながら計算してみると

h	$(1+h)^{\frac{1}{h}}$	
0.1	2.5937	1.1^{10}
0.01	2.7048	1.01^{100}
0.001	2.7169	1.001^{1000}
0.0001	2.7181	$1.0001^{10{,}000}$
……	……	
−0.1	2.8680	
−0.01	2.7320	
−0.001	2.7196	
−0.0001	2.7181	
……	……	

( )の中が1に近づくのと、( )のべき数が大きくなるのが、微妙にバランスして、e に落ちつく。

$(1+0.0001)^{1,000} = 2.7181\cdots\cdots$

精密に計算するとこの値は

2.71828,1828459 ……

この値を、"e"と呼ぶ

$\boxed{\lim_{h \to 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = e}$ と書く。

(3) すなわち 対数の微分は、

$$\boxed{\frac{d}{dx}\log_k x = \frac{1}{x}\log_k e}$$ となった

(適用使い方例)

底を2にする　$\log_2 x$　コンピュータ理論や情報処理理論

底を10にする　$\log_{10} x$　常用対数、複利計算等

底をeにする　$\log_e x$　自然対数、記号を使った数式の展等

そしてこの3種の表わし方は、

$$\log_e x = 2.30 \log_{10} x$$

$$\log_2 x = 3.32 \log_{10} x$$ となる

今後 $\log_e x$ は $\log x$ とする。

(4)　(2)の式

$$\frac{d}{dx}\log_k x = \frac{1}{x}\log_k e$$ において

kのかわりにeを使うと

$$\frac{d}{dx}\log_e x = \frac{1}{x}\log_e e$$ とすると

$\log_e e$ は1となり

$$\boxed{\frac{d}{dx}\log x = \frac{1}{x}}$$ となる

指数関数 $y=a^x$ の微分公式の証明

任意の $a>0$ に対して、$y=a^x$ の導関数は、$y'=a^x\log a$ である
又は $y'=\log a \times a^x$

（底は e）

一般の指数関数 a^x を、扱い易い指数関数 e^x に帰着させることが大切

(1) 定義に従って求める

a^x の導関数は $\lim_{h\to 0}\frac{a^{x+h}-a^x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^x(a^h-1)}{h}$

$=a^x\lim_{h\to 0}\frac{a^h-1}{h}$

ここで、$a^h=e^{\log a^h}$ となり、上式は

$a^x\lim_{h\to 0}\frac{e^{\log a^h}-1}{\log a^h}\cdot\frac{\log a^h}{h}=a^x\cdot 1\cdot\log a$

（上記は $\lim_{t\to}\frac{e^t-1}{t}=1$ により $\frac{e^{\log a^h}-1}{\log a^h}=1$,
$\log\frac{\log a^h}{h}=\frac{h\log a}{h}=\log a$）

(2) 対数微分法により求める

$y=a^x$ の対数を取ると：$\log y=x\log a$

両辺を微分：$\frac{y'}{y}=\log a\Rightarrow y'=y\log a$

よって、$y'=y\log a=a^x\log a=\log a\times a^x$

指数関数の導関数

指数関数 $y = a^x$ を微分する。

$y = a^x$ は、$x = \log_a y$ である

右辺 $\log_a y$ は、$\log_a(\ )$ と y の合成関数なので、

両辺を x で微分して

$$1 = \frac{1}{y \log a} \cdot y' \rightarrow y' = y \log a = a^x \log a$$

$$(a^x)' = a^x \log a \qquad (e^x)' = e^x$$

$$y = 2^x \rightarrow y' = 2^x \log 2$$

$y = 3^{2x+1} \rightarrow$ 右辺は $3^{(\ )}$ と $2x+1$ の合成関数なので

$$y' = 3^{(2x+1)} \cdot (2x+1)' = 2 \cdot 3^{2x+1}$$

$y = e^{x^2} \rightarrow$ 右辺は $e^{(\ )}$ と $-x^2$ の合成関数なので

$$y' = e^{(-x^2)} \cdot (-x^2)' = -2x \cdot e^{-x^2}$$

9. 濾過の回数

一定の倍率で増加、あるいは減少するときの回数を常用対数で求める

1回濾過するたびに、飲料水に含まれる有害物質の20%を除去することができるとして、有害物質を5%以下の量にするには、何回濾過を行えばよいか

1回目　$a - \cancel{0.2a}$ $0.2 \times a = 0.8a$

a…有害物質

2回目　$0.8a - 0.2 \times 0.8a =$
$= (1-0.2)0.8a = 0.8^2a$

3回目　$0.8^2a - 0.2 \times 0.8^2a = 0.8^3a$ …
$0.512a$
$= 0.8^2a - 0.2 \times 0.8^2a = (1-0.2)0.8^2a = 0.8^3a$
0.8

x回目　$0.8^x a$

これがaの5%以下、つまり、$0.05a$以下になればよいから、

$0.8^x a \leqq 0.05a$　両辺をaで割り、そこで$0.8^x \leqq 0.05$となるようなxを求めると、

両辺を対数で表わして、

$\log_{10} 0.8^x \leqq \log_{10} 0.05$

$x \log_{10}(8 \times 10^{-1}) \leqq \log_{10}(5 \times 10^{-2})$　$x(\log_{10}2^3 + \log_{10}10^{-1}) \leqq \log_{10}5 + \log_{10}10^{-2}$

$0.0970x = 1.3010$　$x \geqq 1.310 \div 0.097 = 13.41$…

∴ 14回繰り返せばよい

作成日 . .
作成者

半減期

ある放射性同位元素の崩壊速度を k (g/秒) とすれば、それが半分になるまでの時間 x (秒) が求める半減期である。

今、その放射性同位元素が y グラムあるとすれば、1秒間に ky (グラム) 減る。つまり、増える率 (y') は △ky (g/秒) だから、

$$y' = -ky$$

↓

$$\frac{y'}{y} = -k$$

$\log_e f(x) \longrightarrow f'(x)/f(x)$ から

↓

積分すると $\log_e y = -kx + C$ ①

① は x 秒後の放射性同位元素の量 (y) を決める式。

はじめ ($x=0$) 2グラムあったとすると、$x=0$, $y=2$ を ① に代入して、

$$\log_e 2 = -k \times 0 + C = C \longrightarrow C = \log_e 2$$

よって、半分になるとき ($y=1$) の時間 x (半減期) は、

$$\log_e 1 = -kx + \log_e 2 = 0 \quad (\log_e 1 = 0)$$

$$\therefore\ x = \frac{\log_e 2}{k}$$ (求める半減期)

また、① 式は対数で表わされているが、これを指数の形に直すと $y = C \cdot e^{-kx}$ とも書ける