経済学数学（米[illegible]回）

参考図書
1963.3 岡村宗二著 経済学のための数学入門 同文舘 刊
2000.12 岡部恒治著 経済数学入門 新世社 刊
2010.12 竹之内脩著 経済・経営系 数学概論 新世社 刊

関数関係 $U = U(x, y)$

親の給料 x

子供の小遣い y

(1) 陰関数的表示 $f(x, y) = 0$

(2) 陽関数的表示 $y = f(x)$

$$x \xrightarrow{f} y$$

ある関係（f）を通して xとyの関係を見る

$$C = C(Y)$$

消費Cが国民所得Yに依存して決められる

このとき fのかわりに C を使っている

CがYと比例的に変化する

↓

$Y=0$のとき $C=b$とすると

$$C = aY + b \quad (a>0, b>0)$$

$U=U(x, y)$の効用関数は、

xとyを消費する（定める）とき、なんらかのルールを介して

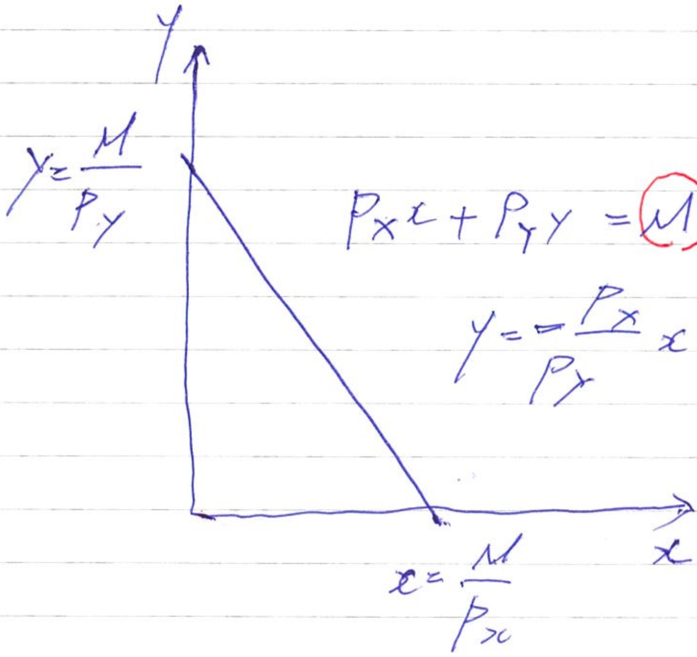
効用（満足）Uが得られる（定まる）という関係を示している。

$y = f(x)$　　xは独立変数
（$y = ax$ かもしれない）

$U = U(x, y)$　　独立変数が2個　多変数関数
$U = kx^a y^a$ かもしれない

↓

予算Mをすべて使って、
価格P_xのリンゴと価格P_yのバナナを買う
$P_x \cdot x + P_y \cdot y = M$ で示される



$$P_x x + P_y y = M$$

$$y = -\frac{P_x}{P_y} x + \frac{M}{P_x}$$

2、導関数

関数 $f(x)$ の x_0 における微分係数 $f'(x_0)$ は、$x=x_0$ という特定な値について求められている。

もし、$f(x)$ の x_i における微分係数ならば、$f'(x_i)$ である。

導関数は

$$y', f', f'(x), \frac{dy}{dx}, \frac{df(x)}{dx}, \frac{d}{dx}f(x)$$

のように表わされる

あ る関数から、その導関数を求めることを、「微分する」という。

導関数が存在するとき、$y=f(x)$ は、「微分可能 (differentiable)」という

(1) べき関数の微分

$$y = x^n$$

$$y' = \frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

$y = x^3 \qquad y' = 3x^{3-1} = 3x^2$

$y = x \qquad y' = 1x^{1-1} = x^0 = 1$

$y = \frac{1}{x} = x^{-1} \qquad y' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \qquad y' = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(3) 基本的な微分の公式

① 和と差の公式

$$[f(x) \pm g(x)]' = f'(x) \pm g'(x)$$

② 積の公式

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

③ 商の公式

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

④ 定数倍の公式

$$[kf(x)]' = kf'(x)$$

⑤ べき関数の公式

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

3. 合成関数の微分

(1) $\left.\begin{array}{l} y=f(u) \\ u=g(x) \end{array}\right\}$ から $\underline{y=f[g(x)]}$ とすれば、y は x の関数で表わされる。

$y=f[g(x)]$ は、2つの関数の合成関数 (composite function) と言われる。

例えば、国民所得 y は、投資 i の関数であり、
投資 i が時間 t の関数とすると
$y=f(i)$, $i=g(t)$ で、 y は t の関数となって、
結局、$y=f[g(t)]$ と表わされる

その導関数は、

$$y'=\frac{dy}{dx}=\lim_{h\to 0}\frac{f[g(x+h)]-f[g(x)]}{h}$$ となる

ここに $m=g(x+h)-g(x)$ とおくと

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{f(u+m)-f(u)}{m}\cdot\frac{m}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{f(u+m)-f(u)}{m}\cdot\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$ となる

$h\to 0$ であるから、$m\to 0$ である。故に

$$y'=\lim_{m\to 0}\frac{f(u+m)-f(u)}{m}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}$$

$$=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$ となる

4、逆関数の微分

国民所得 y は、しばしば、労働雇用量 x の関数であるとされる。

$y = f(x)$ が常であるから、　----- y が x の関数

ある状態では、逆に y が x を決める場合もある。

$$\left.\begin{aligned} x &= \phi(y) \\ x &= f^{-1}(y) \end{aligned}\right\}$$

------ x が y の関数

もとの関数の逆関数　$\phi(y) = f^{-1}(y)$

$$x = f^{-1}(y) = f^{-1}(f(x))$$

これを微分すると

$$\frac{dx}{dx} = \frac{d}{dx} f^{-1}[f(x)]$$

$$= \frac{d}{dy} f^{-1}(y) \cdot \frac{d}{dx} f(x) \quad (\because 合成関数の公式)$$

$$= \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 1$$

$$\therefore \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

10、偏微分係数と偏導関数

(1) ある領域で定義されている関数 $z = f(x, y)$ がある。

独立変数が2個あるが、2個のうち片方の変数を定数とみれば、

1変数のみの関数になる。

すなわち、偏微分係数 (partial differential coefficient) とは、

$f(x, y)$ の一点を (x_0, y_0) として、

$$f_x(x_0, y_0) \equiv \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}$$

$$f_y(x_0, y_0) \equiv \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0, y_0+k) - f(x_0, y_0)}{h}$$

$f_x(x_0, y_0)$ は点 (x_0, y_0) における $f(x, y)$ の x に関する偏微分係数

$f_y(x_0, y_0)$ は点 (x_0, y_0) における $f(x, y)$ の y に関する 〃 という。

(2) 経済量間の関係

① 効用関数は、 $u = f(x_1, \cdots, x_n)$

u: 効用, x_i 消費財の数量

② 生産関数は、 $Z = g(y_1, \cdots, y_m)$

Z: 生産量, y_i 生産要素の投入量

③ 効用関数の x_i に関する偏導関数

$$\frac{\partial u}{\partial x_i} \equiv \frac{\partial f}{\partial x_i} \equiv f_{x_i}$$ i財の限界効用

⑧ i財の限界効用は、

x_i以外の変数が変化せず(定数として)、x_iのみが

微小分だけ変化したときの効用uの変化分を示す。

このように、経済分析においては、偏導関数を求めることが

頻繁に行われる

(3) 1階の偏導関数

$$\frac{\partial z}{\partial x} \equiv \frac{\partial f}{\partial x} \equiv f_x(x,y) \equiv f_x$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} \equiv \frac{\partial f}{\partial y} \equiv f_y(x,y) \equiv f_y$$

(4) 更に偏微分可能ならば、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \equiv \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \equiv f_{xx}(x,y)$$

が得られる

(5) $z = 3x^2 + 2y + 1$ の偏導関数

$$\frac{dz}{\partial x} = 6x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2$$

13、経済への応用

(1) 微分・偏微分が、経済学の中でどのように使われているのか。

(2) 1種類の財を生産する企業

生産関数 $y = f(x)$ ……収穫逓減の法則

x …… 原料の量

y …… 生産物の量

原料価格　生産物価格

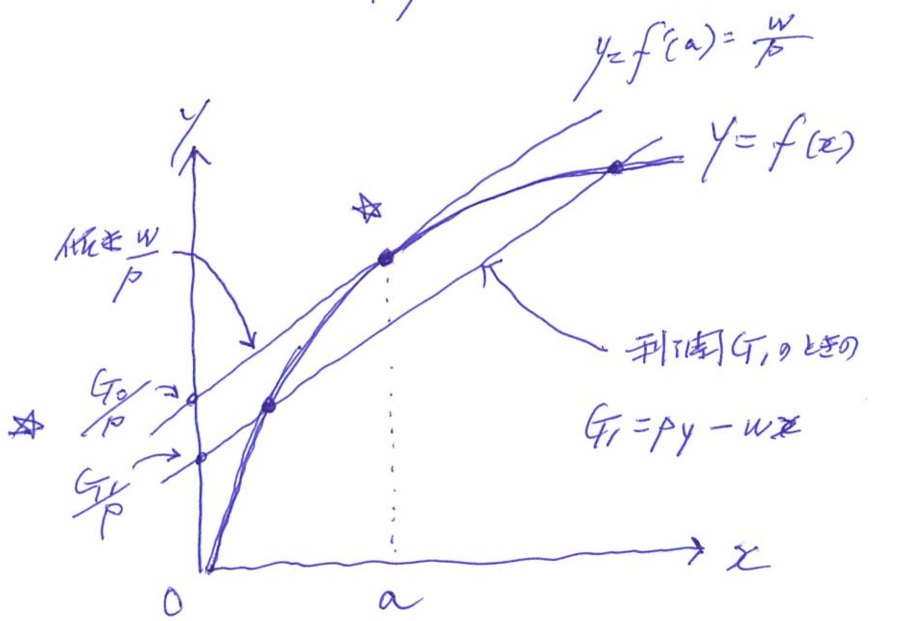
このとき、原料と生産物の価格がそれぞれ w と p とすると

企業の利潤 G は、

$$G = py - wx$$ ……すべてが売れたとしたら

このとき、利潤の最大値を与える原料の量が $x = a$ ならば、

$$pf'(a) = w$$



グラフは、G を変化させたとき、y切片が $\frac{G}{p}$ で傾き $\frac{w}{p}$ で一定の直線である

y切片が最大値の G_0 をとるのは、☆、$y = f(x)$ と接するときである。

接線の傾き ☆ より、$f'(a) = \frac{w}{p}$ が成立する式である。

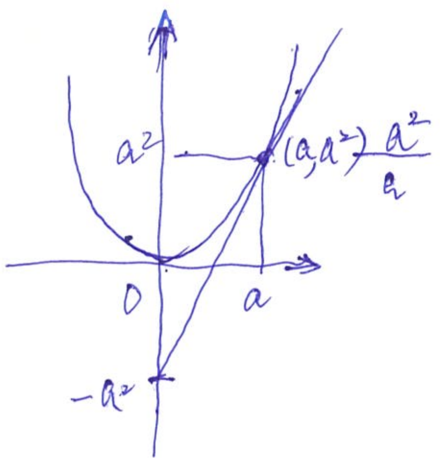
21 すべての2次関数のグラフは $y=x^2$ と相似である。

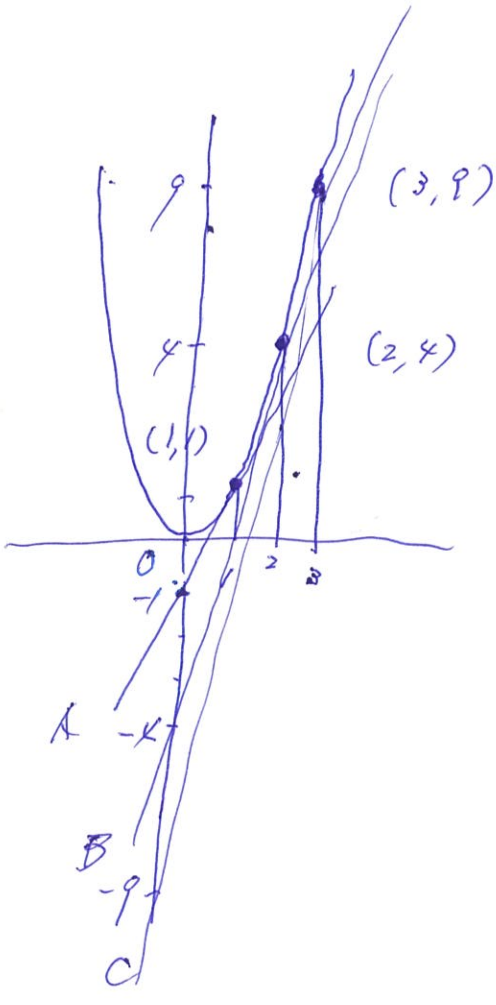
2次関数の微分は、

(1) $y=x^2$ の平行移動

(2) 相似の拡大、縮小 に分けて考え、

22 接線の傾き





接線の傾きは、

Aの線は傾き 2
($x\to1$ $y\to2$)

Bは傾き 4
($x\to2$ $y\to8$)

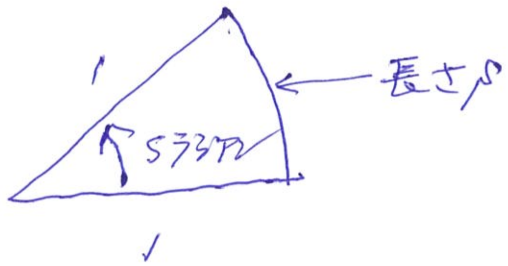
Cは傾き 6
($x\to3$ $y\to18$)

x座標	……	−3	−2	−1	0	1	2	3	……
接線の傾き	……	−6	−4	−2	0	2	4	6	……

3/ ラジアン

(1) 半径1の円を単位円という

この弧の長さがsのとき、「中心角はs(ラジアン)」という



(2) 単位円(半径)1の円周の長さは2πだから

1回転の角度(360°)は 2π(ラジアン)となる。

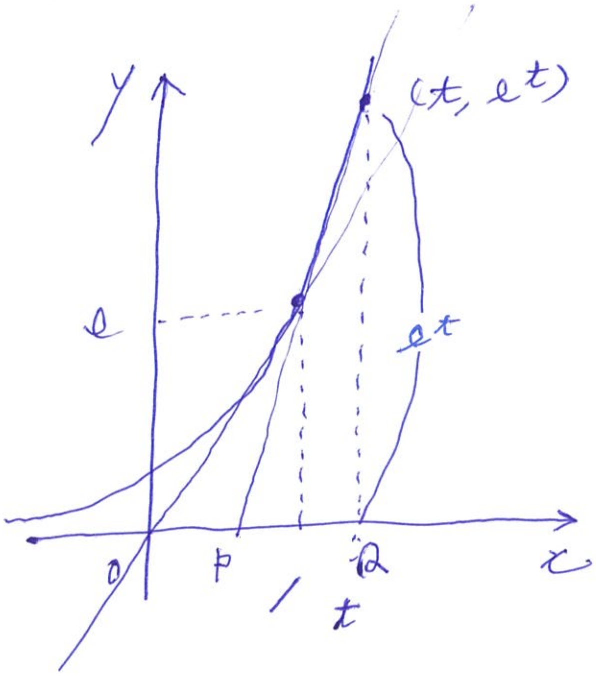
その半分の半円の角度180°は、1πラジアン、

更にその半分の垂直の角度90°は $\frac{\pi}{2}$ ラジアンとなる。

(3)

度数(°)	0	30	45	60	90	180	270	360
ラジアン	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

37 $y = e^x$の微分



この曲線上の点(t, e^t)での、接線の傾きは、

x軸方向に、1進む間に、上へ

$$0 \to e^t$$

と、e^tだけ上がっている。よって傾きは、

$$\frac{e^t}{1} = e^t \quad となる。$$

つまり、PQが1だというのは、接線の傾きが接点のy座標と等しいことを意味している。

$f(x) = e^x$のとき、$f'(x) = e^x$となる

これを$(e^x)' = e^x$と表す。

$f(x)$の導関数$f'(x) = f(x)$となる。つまり$f'(x) = f(x)$と定めると、$f(x) = e^x$になる。

④ 金融政策 （第7回）

No. 1
Date 2019.02.12

参加資料（竹田陽介著 2013.7.10 コアテキスト・金融論 新世社発行）　貨幣供給は物価水準を動かすだけ（実質所得には影響せん）

1. リカード（1772-1823）の貨幣の中立性

英国のナポレオン戦争期のインフレーションとその後の安定に際して
名目貨幣数量の変化が、「実質変数」とは独立に「名目変数」のみに
影響を与えるという貨幣の中立性を主張した。
貨幣供給量は、正貨である「金」と結びつけてコントロールすべきである。

$$Py = MV$$

$y = \frac{MV}{P}$ ↑（所得を上げる）　$P = \frac{MV}{y}$ ↑（物価を動かす）↓上げる

P：一般物価水準　y：実質所得

M：名目貨幣供給量　V：貨幣の流通速度

名目貨幣供給量Mの変化に対して、実質所得yは変化せず、一般物価水準Pの変化によって、名目所得Pyが一対一の割合で変化する。

2 フリードマンのマネタリズム

金本位制下にない現代に貨幣数量説を復活させたのがフリードマンらのマネタリズム（Monetarism）である。貨幣の中立性が主張される。

3. 現代の金融政策の目標

(1) 操作目標　超短期 コールレート、当座預金残高
(2) 中間目標　中長期 長期金利、貨幣供給量
} 運営目標
(3) 政策目標　完全雇用、物価の安定、国際収支の均衡

・信用乗数メカニズム

中央銀行は、バランスシートを操作することにより、
民間金融部門および民間非金融部門のバランスシートに影響を与えることができる。

4. 金融政策

(1) 中央銀行あるいは通貨当局が、国民経済の発展と安定を図る目的で行う政策
(景気調整と物価安定のための経済政策)

(2) 金融市場を通じて、資金量及びその流れを調整する

(3) 金融的な手段
金融引締め ---- 景気加熱の鎮静化
金融緩和 ---- 景気回復、上昇

(4) 実行機関
政府
中央銀行 ---- 金利政策、公開市場操作、支払準備率操作

(5) 通貨供給量
マネーストックのコントロール (マネーサプライ)
総需要の調整
資金の需給の調整及び配分は、金融市場における金利メカニズムで行う

(6) 金融政策は、財政政策とともに、総需要の調整を目指す需要管理政策である
①財政政策は、財政支出の規模や租税の増減を通じて、総需要の直接影響を及ぼす
②金融政策は、通貨・信用・金利を通じて総需要に間接的な影響を及ぼす
↓
景気停滞からの脱却

(7) ポール・サミュエルソン
成長政策と安定政策を両立させるための財政金融政策として、
金融政策によって民間資本形成に向けられる資源の割合を増大させる一方、
その結果生じるインフレ圧力に対して、増税によってこれを抑える。
租税構造は、公平の原則を配慮し、政府支出は、資源の有効配分から決められるべきとした。

5. 中央銀行のバランスシート

資産	負債
対外資産	現金通貨発行高
政府向け信用	
国債	中央銀行預金（準備）
銀行通貨	
銀行向け信用	
貸出	
その他	

現金通貨発行高と中央銀行預金（準備） ＝ ハイパワードマネー

＝ マネーサプライ

中央銀行の負債項目である現金通貨と準備の和として定義されるハイパワードマネーに対して、マネーサプライは、民間非金融部門の資産項目である現金通貨と預金通貨の和として定義される。

6 信用乗数理論

ハイパワードマネーのコントロールを通して、マネーサプライに影響を与えるメカニズムをいう

7 公定歩合

中央銀行貸出(B)の利子率

公定歩合の変更は、政策変更を世に知らせるアナウンス効果を持つ

中央銀行		民間金融部門		民間非金融	
貸出B	準備$\boxed{R}$	貸出L	中銀B	預金D	借入L
	通貨発行	準備$\boxed{R}$	預金D	その他	その他

中央銀行の負債である準備$\boxed{R}$は、民間金融部門の資産である。

$R = \beta D$　準備Rの利子率はゼロ、準備預金比率β

8. 信用乗数理論の概略

マネーサプライに影響を与えるメカニズム

中央銀行		民間金融部門		民間企業等部門	
③ B	② R	① $R=\beta D$	⑤ D	⑤ D	④ L
	通貨発行?	④ L	③ B		

(1) ハイパワードマネーは　準備 R
マネーサプライは　預金 D

(2) 中央銀行貸出 B の利子率は、公定歩合と呼ばれる
中央銀行による金融政策手段のひとつである公定歩合の変更は、
金融政策の変更を世に知らせるアナウンスメント効果がある。

(3) 準備 R の利子率はゼロ

(4) 準備預金比率を β とすると、民間金融部門の保有する準備 R は
$R = \beta D$ となる。

(5) なぜなら、民間金融部門が必要準備を超える超過準備を保有しても、ゼロの利子しか得られないので、貸出から得られる収益率の分だけ機会費用が発生する

ここで、中央銀行がハイパワード・マネーを増加させる政策、
具体的には、中央銀行貸出を ΔB だけ増加させる政策をとると

$B+\Delta B$	$R+\Delta R$	$R+\Delta R$	D	D	L
		L	$B+\Delta B$		

$\Delta B = \Delta R$

超過準備
$R+\Delta R > \beta D$

そこで、民間金融部門は、超過準備を解消するために、
民間企業等部門に対する貸出LをΔLだけ増加させる。
貸出は、民間企業等部門全体の中の預金となり、預金もΔLだけ増加する。

民間金融部門が、超過準備を解消するために、民間企業等部門にどれだけ貸出を増やせばよいかは、次の通りの式となる

$$R + \Delta B = \beta(D + \Delta L)$$

よって、追加貸出ΔLは、

$$\Delta L = \Delta B/\beta$$ となる。

$B+\Delta B$	$R+\Delta R$

$R+\Delta R$	$D=\Delta B/\beta$
$L+\Delta B/\beta$	$B+\Delta B$

$D+\Delta B/\beta$	$L+\Delta B/\beta$

中央銀行貸出 ΔB ⟶ 預金 $\Delta B/\beta$

$1/\beta$ = 信用乗数

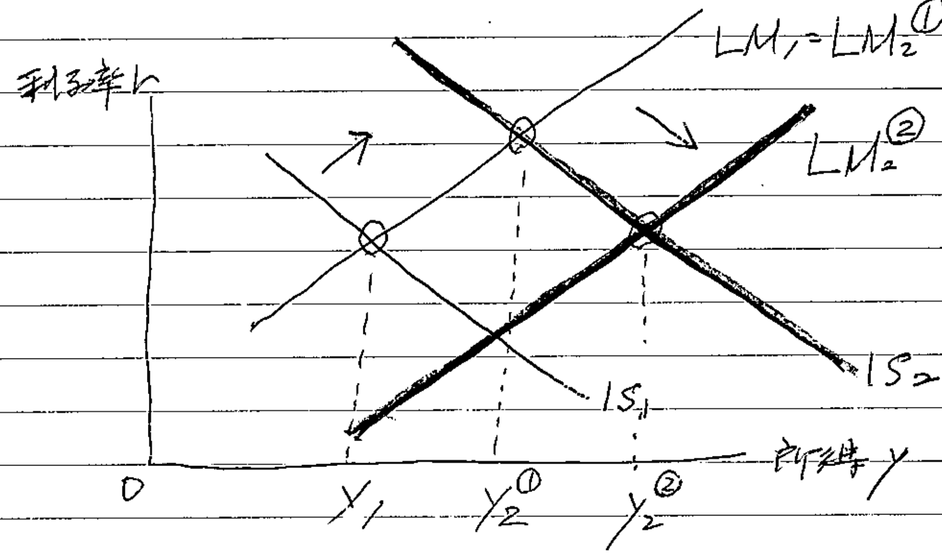
結局、~~中央銀行が~~中央銀行貸出をΔBだけ増やすハイパワードマネーの緩和を行うと、マネーサプライが$\Delta B/\beta$だけ増加することになる。
ハイパワードマネーの変化分に対するマネーサプライの変化分の比率を、信用乗数と呼び、この場合、$1/\beta$に等しくなる。
こうして、信用乗数メカニズムを通して、操作目標であるハイパワードマネーの変化から中間目標であるマネーサプライの変化へと金融政策が伝播してゆく。

5、運営目標の選択

(1) マネー・サプライの量をコントロールする政策

(2) コールレートなど利子率をコントロールする政策

政策目標を、所得水準の安定化にあるとすると、



(ISショックの場合)

右下がりの IS_1 曲線は、財市場の均衡をもたらす (Y, r) の組合せを示す。

右上がりの LM_1 曲線は、貨幣市場の均衡をもたらす (Y, r) の組合せを示す。

IS_1 曲線と LM_1 曲線の交点では、財市場・貨幣市場の両方においても均衡がもたらされている。

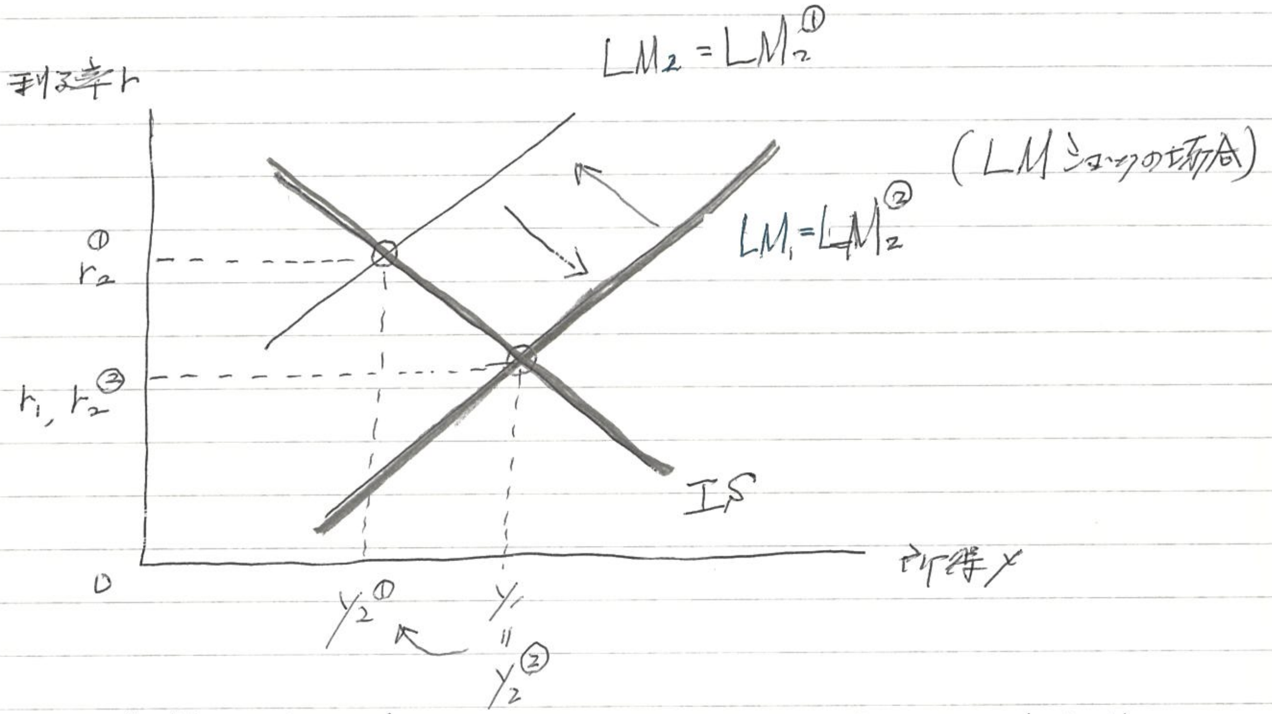
利子率を上げる

(3) 第一のケース ― 財市場の変化による場合 (ISショックの場合)
正のショックの場合 IS_1 曲線は、IS_1 から IS_2 へとシフトする。
実質所得は、Y_1 から $Y_2^{①}$ へと変動する

(4) もし運営目標が、利子率のコントロールの場合、IS曲線のシフトに伴う利子率rの上昇を平準化するために、中央銀行はマネーサプライを追加的に供給するので LM 曲線は $LM_2^{②}$ とシフトし、実質所得は Y_1 から $Y_2^{②}$ へと変動する。

貨幣供給を増やす

(5) 第二のケース ― 貨幣市場に変化がある場合　（LMショックの場合）



貨幣需要を増大させるショックが生じた場合、LM_1曲線は、LM_2へとシフトする。（利子率を上げる）~~（貨幣量を増やす）~~

もし、中央銀行がマネーサプライをコントロールする場合、（マネーは動かさない） 動かさない
LM曲線は、$LM_2^{①}$にシフトとしたままになり、
実質所得は、y_1から$y_2^{①}$へと変動する。（減少）

もし利子率をコントロールする場合は、中央銀行はLM_2曲線をもとに戻すようにマネーサプライを増加させ、（貨幣量を増やす） LM_2曲線は$LM_2^{②}$へ戻る。

その場合、実質所得は、まったく変動しないことになる。（元に戻る）

つまり、実質所得の変動を最小化する金融政策には、貨幣市場の変動に対して、利子率をコントロールする運営がもとめられる。

10. グッドハートの法則

数量方程式 $Py = MV(i)$ を対数変換したものを時間で微分して、

$$\frac{\dot{V}(i)}{V(i)} = \frac{\dot{P}}{P} + \frac{\dot{y}}{y} - \frac{\dot{M}}{M}$$

が得られる。

一般物価水準 (P) あるいは実質 GDP (y) に関する
ショックが生じた場合、

(1) マネーサプライ (M) のコントロールを運営目標とする金融政策は、
すべての変動は、貨幣の流通速度 (V)、ひいては名目利子率 (i) の
変動が吸収してしまう。
ボルカーの行った政策はこの場合に該当する。

(2) 一方、名目利子率 (i) のコントロールを運営目標とする場合、
貨幣の流通速度 (V) が安定化され、すべての変動は、
マネーサプライ (M) が吸収する。

11、資産効果

(1) 物価水準の変化

① 実質貨幣残高を通じた効果
上昇は実質貨幣残高の減少を意味するので、LM曲線を左にシフトさせる

② 実質の資産が実質の消費に正の影響をもたらす消費の資産効果

$$C = C\left(Y, \frac{W}{P}\right), \quad W \equiv M + B$$

貨幣M、債券B、富B

実質の富(資産) W/P が増えると、実質の消費Cが増えるのが消費の資産効果である

一般物価水準Pの上昇が実質資産の低下を通じて、マクロ経済全体の実質消費を低下させるか否かについては2つの考え方がある

第一 マンデル効果

$$P\uparrow \Rightarrow \frac{W}{P}\downarrow \Rightarrow C\left(Y, \frac{W}{P}\right)\downarrow$$

物価水準の上昇は、実質消費へ負の影響がある

第二 フィッシャー効果

一般物価水準の上昇の効果は、

債権者(正の方、消費性向小): $P\uparrow \rightarrow \frac{B}{P}\downarrow \rightarrow$ 消費減↓

債務者(負の方、消費性向大): $P\uparrow \rightarrow \frac{B}{P}\uparrow \rightarrow$ 消費増↑

全体では $C\left(Y, \frac{W}{P}\right)$

債権者、債務者は資産の増加によって消費を増やす点は同じ

しかし、債権者にとっては、実質資産の低下 → 消費減

〃 債務者にとっては、実質借入の低下 → 消費増

統計グラフ

（視角による理解）

H30.12.02
H30.10.01
H30.07.30
H30.04.02

会計と経営のブラッシュアップ
平成29年11月20日
山内公認会計士事務所
2019.05.20

次の本を参考にさせていただきました。
(実務数学講座　実務教育研究所)(統計グラフのウラ・オモテ　上田尚一著　2005.10 講談社)
（予測のはなし　大村平著　2010.7 日科技連刊）（手作り数学シミュレーション　田沼晴彦著　2004.1 講談社）
（グラフ統計のはなし　石村貞夫著　97.東京図書）
（Excel時系列　石村貞夫著　02 東京図書）
（Excelグラフ　基本&便利技　AYURA　2012.5 技術評論社）

I.　グラフの活用

1. グラフに語らせる（それは気持であり、感覚である）

座標のタテに体重をとり、ヨコの身長をとると、この点一つで人の大きさを読み取ることが出来る。
平均寿命の長短が、幼児死亡率の大小によることの影響もよくわかる。
グラフはいくつかの量の関係を求めたり、それから何かの規則性を発見するのに便利なものである。

2. 片対数目盛りのグラフ

一方の座標が非常に広い範囲に変化するとき、例えばスピーカーの周波数に対する音響特性を示すとき、

周波数（ヘルツ）	50	100	400	800	1000	1550	5000
音　圧（デジベル）	−10	−5	+2	0	0	+4	−2

この場合、最小値の原点を10ヘルツにとる。従って100ヘルツは原点より1単位のところ、100ヘルツは2単位、1000ヘルツは3単位と目盛をとる。

3. 円グラフ

4. 関数が与えられたときのグラフ

(1)　グラフ用紙のヨコ軸に独立変数（x）、タテ軸に従属変数（y）をとる。

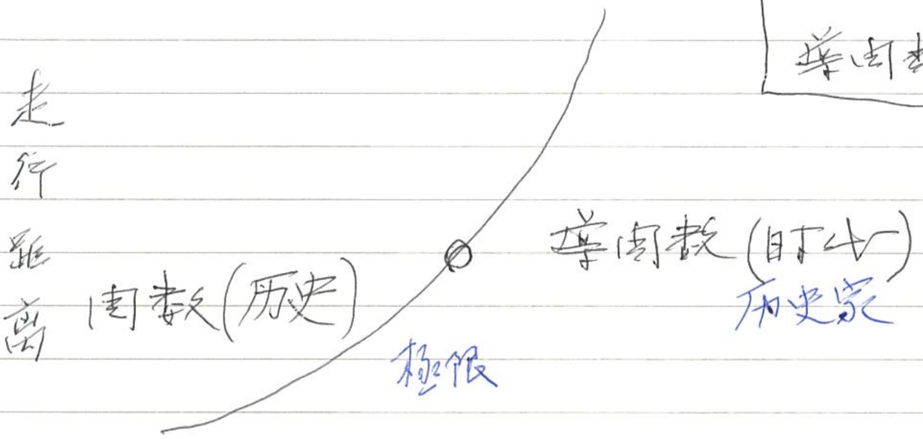
グラフの接線

接近する

接線を求める → 近づくという考え方

中国は歴史の中で
司馬遷は、秦や漢の時代の
導関数を割り出して記録した。

ような感じがする



接線とは その時代の変化か

微分 $f'(x)$ は変化の比である。
この変化の比の(変化の比の)
変化を求める

時間　　　　時速

tを時間 yを走行距離として $y=f(t)$ を走行距離を表わす関数とすると $f'(t)$は速度計の針を求めることになる。

接線の傾きを求めることは、

実は走行時間と走行距離との関係から、(関数)

時々刻々と変る速度計の針の目盛を割り出したことになる(導関数)

即ち、関数から 導関数 を割り出したことになる。

ーブレーキやアクセルを踏む複雑な動きは、速度計の針の動きに連動し、それは座標平面上では、運行グラフの接線の傾きの変化として表わされていくことになる

加速度とは速度の変化の割合である、速度が一定のときは加速度はゼロである。
アクセルを踏むと加速度は ⊕ ブレーキを踏むと加速度は ⊖ となる

状況のわかりやすい説明

作成日 7. .
作成者

一枚の図でありながら、多種類の特徴が同時に読み取れることがグラフの効用である。

人間の生活、会社の経営内容、社会の動き、国際関係など、すべての現象は、地域や時間や情報量とともに変化して行く。どのような原因が、どのような変化をもたらしたのかを見るために、たった1枚のグラフが、数万言に代わって現象をわかりやすく説明してくれる。

文章中にグラフを使うとその使い方によって文章がわかりやすくなる。統計的な手法を適用した上で、その結果を示すグラフを入れることは最良の説明手段である。

多くの情報が玉石混淆の状態で流通しているため、適正な情報を選び、適正なグラフを書くことが難しくなっている中で、正しくグラフを書くことは大切なことである。

グラフは、ある問題意識を持って、情報の数値部分を表現する。さらに、その情報からどんなことが読み取れるかを説明する……こうした位置づけで使う。

グラフを書いて終わりにするのではなく、グラフでどんなことが読み取れるかを説明してみる。説明のロジックを目で見ることができる、これがグラフの効用である。

— 現象を適切に説明する方法 —
直感的にわかる（大きさの差）と論理的にわかる（グラフの差）

3. 2乗3乗の法則

ある鳥が相似形のまま長さが大きくなると、
浮力を発生させる翼の面積は長さの2乗に比例して
増大するのに対して、体重は長さの3倍に比例して
増大する。 ……だから大きな鳥は飛び難い!!

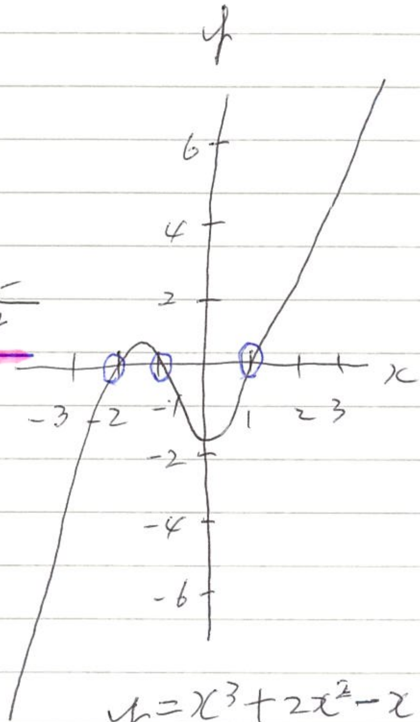
体重の大きい人の靴はいたみやすい。
これは大きさが面積で2倍に効き、
（靴の底）　乗
体積では3倍に効くからである。
（体重）　乗

二乗三乗の原則

4. 3次曲線（山と谷）

yがxの3次関数であるときの一般的な形

$$y=ax^3+bx^2+cx+d$$



$y=x^3+2x^2-x-2$

3次関数の曲線は

図のように、一つの山と一つの谷を持っている。

その理由は、因数分解すると、

$$y=x^3+2x^2-x-2$$

→ $y=(x+2)^{①}(x+1)^{②}(x-1)^{③}$ となる。

yがゼロは

すなわち、（　）の中がゼロになるには、

① $x=-2$、または ② $x=-1$ または、③ $x=1$

のとき $y=0$ となる

曲線が3ヶ所でx軸を横切ることになり、一つの山と一つの谷ができる

VI 分数関数

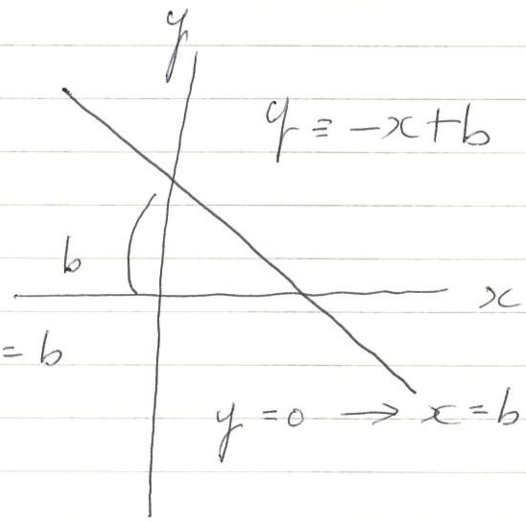
1. あちら立てれば、こちらが立たぬ

両方立てれば、この身が立たぬ

一方の富をx、他方の富をy、両者の富の合計をb

とすれば、

$$\boxed{\begin{aligned} x + y &= b \\ y &= -x + b \end{aligned}}$$



yを大きくするには、

xを小さくする

xを大きくするには

yを小さくする....

$x=0 \rightarrow y=b$

$y=0 \rightarrow x=b$

$$\boxed{y = \frac{a}{x}}$$

一方が 2倍に なると 他方は $\frac{1}{2}$ に

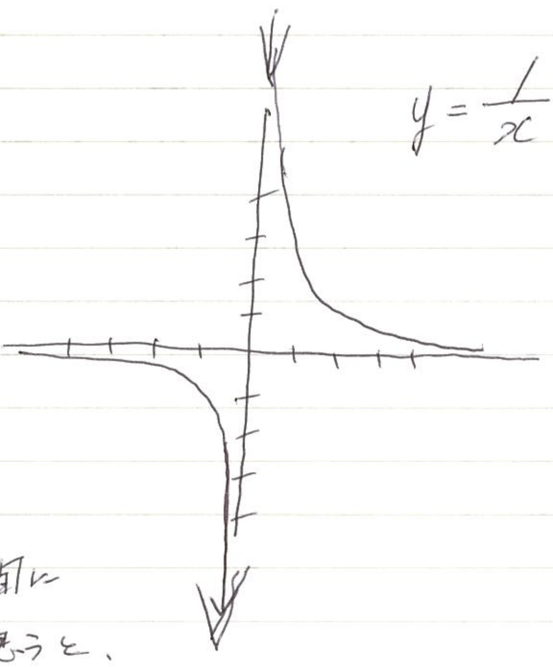
一方が 3倍 〃 〃 $\frac{1}{3}$

〃 5倍 〃 〃 $\frac{1}{5}$

2 反比例の関係　（二つの世界）

物の売買の場合、物の価格をxとすると
一定の所持金で買取れる量yは、

$y=\dfrac{a}{x}$　と反比例の関係となる



xがマイナスの大きな値ならば
yは小さなマイナスの値、

xがマイナスのままゼロに近づくと
yはだんだん大きくなり、
ゼロの近くで極端に大きくなる。

そして、xがゼロを通過する瞬間に
yはマイナス無限大になったかと思うと、
こんどはプラス無限大の方から、忽然と現われてくる。

西の地平線に沈んだ太陽が、瞬間！東から昇りはじめた感じがする。

―― 不連続な曲線 ――

Ⅴ 無理関数

1. 1対1の対応

$$y = ax + b$$ ① xからyを見たスタイル

yはxの関数

書き直して

$$x = \frac{1}{a}(y-b)$$ ② yからxを見たスタイル

xはyの関数

②のxとyを入れかえて

$$y = \frac{1}{a}(x-b)$$ ③ ③は、①の逆関数という

逆関数は45°の鏡に己の姿を映すがごとし

2次関数の場合も

$y = x^2$ (但し、$x \geqq 0$) とすると

$x = \pm\sqrt{y}$ は $x = +\sqrt{y}$ となる。

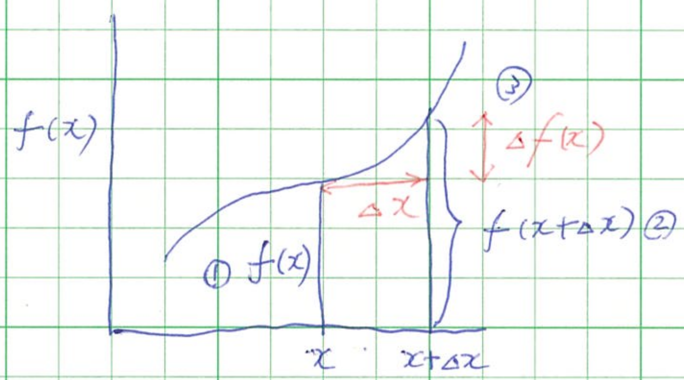
$$y = x^3$$

$$x = \sqrt[3]{y}$$

$$\frac{d}{dx}(ax^n) = anx^{n-1}$$

微分の物理的な意味あい

$$\frac{d}{dx}f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\overbrace{f(x+\Delta x) - f(x)}^{\Delta f(x)}}{\Delta x}$$ で表現される



① $f(x)$に x を代入した値

② $f(x)$に $x+\Delta x$ を代入した値

③ x を x から $x+\Delta x$ に増加させたときの $f(x)$ の増加分 — $\Delta f(x)$

(1) ある物体の位置 x が時間 t の関数であり

$x = t^2 + t$ で表わされるとき、

$x(t)$ を t で微分すると

$\frac{dx}{dt} = 2t + 1$ となる ← これは時間とともに変化する速度を表している

(2) 全周の長さ $2L$ である長方形の面積 S は、一辺の長さ x の関数であり

$S = x(L-x)$ で表わされるので、

この極大値を求めるためには、x で微分し、

$= xL - x^2$

$\frac{dS}{dx} = L - 2x$ とすると最大値が求まる

(3) 箱の体積を最大にするためには、$V(x) = \frac{S}{4}x - \frac{1}{4}x^3$ という体積を微分して

$\frac{dV}{dx} = \frac{S}{4} - \frac{3}{4}x^2$ を求める。

作成日 . .
作成者

三角関数の微分

考し

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\sin(x+\Delta x) - \sin x}{\Delta x} \quad ①$$

(三角関数の差を積に直す公式

$$\sin A - \sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\ \sin\frac{A-B}{2}$$) を使う

微分の式を $\overbrace{\sin(x+\Delta x)}^{A} - \overset{B}{\sin x}$ と考えて

$\sin(x+\Delta x) - \sin x = 2\cos\frac{2x+\Delta x}{2}\cdot\sin\frac{\Delta x}{2}$ となる。

①式は $\frac{d}{dx}(\sin x) = \lim_{\Delta x \to 0}\frac{2\cos\frac{2x+\Delta x}{2}\sin\frac{\Delta x}{2}}{\Delta x}$ となり 2で割ると

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$$ となる

$$\left(\frac{\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} \to \cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}\right)$$

そして、

$\lim_{\Delta x \to 0}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)$ は、$\frac{\Delta x}{2}$ が0に近付いて $=\cos x$ となり

$\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}$ は、Δx が0に近付いて、$=\frac{0}{0}$ となる。これは $\lim_{\theta \to 0}\frac{\sin\theta}{\theta} = 1$

となることが知られているので $=1$ となる。

従って、$\lim_{\Delta x \to 0}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}} = \cos x$ … すなわち $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$ となる。

三角関数の微分

作成日
作成者

(1) 無限は数ではない

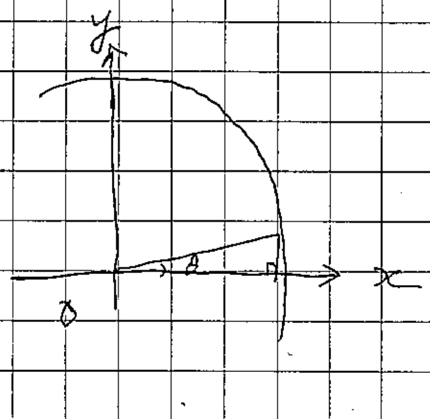
1+1は2であるが、無限+無限は無限となる。

ヒルベルトのホテル

無限に部屋数があるホテルに、
無限の客が泊まっていた。
そこへ、無限の客を乗せたバスがやって来た。

最初から泊まっていた客を、無限にある偶数の部屋に泊め
バスでやってきた客を、無限にある奇数の部屋に泊めた
ので全員泊まることができた
つまり 無限+無限もまた=無限である。

(2) θが0に限りなく近ずくと sinに等しくなる



角度が0に限りなく近づいたとき、
sinθとθは限りなく近づく。

$$\lim_{\theta \to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$$ となる。

(3) 微分とは、無限に短かい時間の変化である

の時間に対する割合

電車の急ブレーキと速度の落ちた度合
無限に短かい時間の変化の割合を数学的に考える

(4) 平均変化率

イベントの各回ごとの人数の変化

平均変化率を図形的に考えると、直線の傾きとなる。

傾きとは、xの値を大きくすると、yの値がいくら大きくなるかを表わした数である。

$$\text{傾きの公式} = \frac{by - ay}{bx - ax}$$

(5) 接線とは 曲線と一点で交わる線

微分する = 接線の傾きを求める

$f(x) = x^2$ 　　　fは関数を意味する function の略

$f(x)$を用いると、( )の中のxは変数xを表わし、

$f(2)$とすれば、x^2のxに2を代入することになる。

微分で求める無限に短かい時間の変化の割合は、この接線の傾きである。

$f(x)$は yと同じこと　$y = ax$ 同じ $f(x) = ax$

(6) 導関数

接線の傾きを求める

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x}$$

1 項羽と劉邦

(1) 豪侠の世界

陳勝・呉广の反乱により、秦の圧政に反抗する民衆を背景に各地に蜂起する集団が出現する。

項羽と劉邦もその中にあった。

项羽小时候，学书认字写字，没有学成。放弃了学字，改学击剑，又没有学成。项梁很生气他的气。项羽说："字只不过用来能写姓名而已。剑也只能抵敌一人，不值得学，要学能抵抗万人的。"于是项梁就教项羽兵法，项羽非常高兴，粗略地知道了兵法大意，但又不肯认真学完。

…… 秦始皇巡游会稽，渡过浙江，项梁和项羽一同去观看。项羽说，"那个皇帝，我可以取而代之。"…… 项梁因此觉得项羽不同于一般人。项羽身高八尺有余，力能举鼎，才气过人，吴中子弟都已经敬畏他了。

価值	粗略	剑	丧葬	捂	当心	户籍	杀戮	矣
jià jí	cū lüè	jiàn	sāngzàng	wǔ	dāng xīn	hùjí	shā lù	yǐ
监狱	逮捕	欣喜	妄言	渎	尺	惮		
jiān yù	dài bǔ	xīn xǐ	wàng yán	dú	chǐ	dàn		

PLUS

（范增）

居鄛人范增，七十岁了，一向住在家里，喜欢奇策妙计。他去游说对项梁说："陈胜失败本来是应该的。秦灭六国，楚国最没有过错。所以楚南公说，楚虽三户，亡秦必楚。如今陈胜首先起事，没有立楚国的后裔而自立为王，他的局面不会长久。"项梁认为他说的对，项梁立楚怀王的孙子心为楚怀王，顺从人民的愿望。

高祖曾经到咸阳徭役，有一次秦始皇车驾出巡，纵任人们观看，他看到了秦始皇，喟然长叹说："啊，大丈夫应当像这个样子！"

士卒 shì zú　打垮 dǎ kuǎ　形势 xíng shì　幕府 mù fǔ　阴谋 yīn móu　章邯 zhāng hán　陶 táo　统率 tǒng shuài

狱掾 yù　群众 qún zhòng　屠戮 tú lù　杀 shā　占卜 zhān bǔ　谦让 qiān ràng　吝惜 lìn xī　裹 guǒ

将军 jiāng jūn　当心 dāng xīn　郡县 jùn xiàn　郡守 jùn shǒu　亡匿 wáng nì　反抗 fǎn kàng　爵 jué　诺 nuò　印绶 yìn shòu

婴 yīng

汉（1）

高祖置酒洛阳南宫。

高祖曰、列侯诸将无敢隐朕，皆言其情。吾所以有天下者何。
项氏之所以失天下者何。
高起・王陵对曰、陛下慢而侮人、项羽仁而爱人。然陛下使人攻城
略地、所降者因以予之、与天下同利也。....
高祖曰、公知其一、未知其二。夫运筹策帷帐之中、决胜於
千里外、吾不如子房。镇国家、抚百姓、不绝粮道、吾不如萧何。
连百万之军、战必胜、吾不如韩信。此三者皆人杰也。
吾能用之。

No. 汉7

(法三章)

召集(zhàojí)各县的父老、豪杰(háojié)说："父老们苦于秦朝的严刑峻法(yánxíng jùnfǎ)已经很久了，诽谤(fěibàng)朝政的要灭族，相聚议论的要在街市上处斩。我和诸侯们约定，先入关的在关中称王，我应当称王关中。同父老们约定，法律只有三章：杀人的处死，伤人和抢劫(qiǎngjié)的处以与所犯罪相当的刑罚(xíngfá)。其余的秦朝法律全部废除(fèichú)。官吏和百姓都要安居如故。我所以到这里来，是为父老们除害，不会有欺凌暴虐(qīlíng bàonüè)的行为，不要害怕。我所以回军霸上，是等待诸侯们到来制定共同遵守的纪律。"沛公派人与秦朝的官吏巡行县城乡间，告谕百姓。秦地的百姓大为高兴，争先恐后地拿出牛羊酒食款待士兵。沛公又谦让不肯接受，说："仓库的谷子很多，不缺乏，不愿破费百姓。"百姓们更加高兴，唯恐沛公不做秦王。

1992年に政界から身を引いたとき、邓小平は、中国の指導者が150年間果せないでいた使命を達成していた。彼とその仲間たちは、中国の人々を豊かにし、祖国を強くする方法を見つけたのだ。

この目標を達成する課程で、世界との関係、統治構造、そしてその社会の在り方といった中国そのものの根本的変容を導いたのは邓その人だった。

実のところ、邓が導いた構造的変容は、2000年以前の漢の時代に中華帝国が出現して以来の最も根本的な変化であった。

エズラ・F・ヴォーゲル　邓小平

汉(4)

張良進曰、(張良＝留侯)

九江王黥布、楚梟将与项王有郤，彭越与齐王田荣反梁地。

而汉王之将独韓信可属大事，当一面。即欲捐之，捐之此三人、

则楚可破也。然卒破楚者、此三人力也。

劉敬说高帝曰、都関中。上疑之。左右大臣皆洛阳。

留侯曰、洛阳虽有此固、其中小、不过数百里。田地薄、四面受敌。

此非用武之国也。夫関中左殽函、右陇蜀。沃野千里、南有巴・

蜀之饒、北有胡苑之利。此所谓金城千里、天府之国也。

劉敬说是也，於是高帝即日駕、西都関中。

汉(3)

高帝曰、夫猟、

追殺兽兔者狗也。而发从指示兽处者人也。今诸君徒能得走兽耳。功狗也。至如萧何、发从指示。功人也。

且诸君独以身随我、多者两三人。今萧何举宗数十人皆随我。功不忘也。群臣皆敢言

何素与曹参相能。及何病、孝惠自临视相国病。因问曰、君既百岁后、谁可代君者。对曰、知臣莫如主。孝惠曰、曹参何如。何顿首曰、帝得之矣。臣死不恨矣。

（鸿门会一）

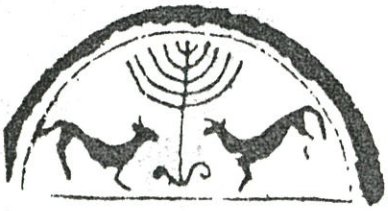
当时，沛公的军队驻扎在霸上，没能跟项羽相见。沛公的左司马曹无伤派人告诉项羽说："沛公想在关中王，让秦王子婴为相，珍奇宝物都占为己有了。"项羽大为愤怒，说："明天准备酒食，好好犒劳士卒，给我把沛公的部队打垮！"这时候，项羽有兵卒四十万，驻扎在新丰鸿门；沛公有兵卒十万，驻扎在霸上。范增劝项羽说："沛公住在山东的时候，贪图财货，宠爱美女。现在进了关，财物什么都不取，美女也没亲近一个，看这势头他的志气可不小啊。我让人瞭望他那边的云气，都呈现为龙虎之状，五色斑斓，这是天子的瑞气呀。希望您赶快进攻，不要错失良机！"

楚国的左尹项伯，是项羽的叔父，一向跟留侯张良要好。张良于是进入军帐，把项伯的话全部告诉了沛公。沛公大为吃惊，"该怎么办呢？"张良说："请让我前去告诉项伯，就说沛公是不敢背叛项王的。"……

短暂 duǎnzàn

暴虐 bàonüè

官僚 guānliáo



概　　述

辈出 bèichū

qìzhǐ

秦汉时期始于前221年秦统一六国，迄止184年黄巾起义失败，前后共405年。其中秦（前221—前206年）存世16年，西汉（前206年—25年）231年，东汉（25年—184年）160年。

秦汉时期在我国古代历史发展过程中占有重要地位。秦王朝虽然历时短暂，却是我国历史上第一个统一全国的封建王朝。秦始皇创设的一系列政治制度、行政机构和官僚体制，对后世有重大影响。秦王朝的大兴土木和暴虐统治，加速了它的覆亡。秦朝百姓所建造的万里长城、灵渠、秦始皇陵兵马俑坑等伟大工程，永远是中华民族的骄傲。jiāo ào

汉王朝吸取秦朝速亡的历史教训，既着力加强中央集权统治，又注重统治思想和政策的调整。在广大人民辛勤劳动的基础上，汉朝的政治、经济、科技、文化各方面都有长足发展，出现了我国古代史上统一后的第一个盛世。尤其是汉武帝统治的半个世纪，我国成为当时世界上最强盛的国家。汉朝人才辈出，有探险家张骞，史学家司马迁、班固，思想家董仲舒、王充，科学家张衡、蔡伦、张仲景等。他们的成就，不仅对中国历史而且对世界文明，都是巨大的贡献。

（太子赵政继立为王）

庄襄王即位三年之后死去，太子赵政继立为王，尊吕不韦

jì wèi

为相国，称他为"仲父"。

在那时，魏国有信陵君，楚国有春申君，赵国有平原君，

líng

齐国有孟尝君，他们都礼贤下士，结交宾客。

吕不韦认为秦国如此强大，把不如他们当成一件

令人羞愧的事，所以他也招来了文人学士，给他们优厚的

xiū kuì

待遇，门下食客多达三千人。那时吕不韦就命他的

dài yù

食客各自将所见所闻记下，综合在一起成为八览，

六论，十二纪，共二十多万言。自己认为其中包括了天地

万物古往今来的事理，所以号称《吕氏春秋》。

嬴 yíng　游说 yóu shuì

昭王 — 安国君（华阳夫人）— 子楚、异人 — 嬴政　薨 hōng

孝文王　庄襄王　始皇

毋 wú　姬 jī　姬妾 jī qiè　贾 gǔ（商人）　阳翟 yáng dí　奈何 nài

私处 sīchu 灾祸 zāi huò 淫乱 yín luàn (61)
阴部、秘密的场所
阴
败露 bài lù
始皇 5 1/8/16

秦始皇帝越来越大了，但太后一直淫乱不止。吕不韦唯恐事情败露，灾祸降临在自己头上，就暗地寻求了一个私处特别大的人嫪毐（lào'ǎi，烙矮）作为门客，不时让演员歌舞取乐，命嫪毐用他的阴茎穿在桐木车轮上，使之转动而行，并想法让太后知道此事，以此事引诱她。太后听说之后，真的想在暗中占有他。吕不韦就进献嫪毐，假装让人告发他犯下了该受宫刑的罪。吕不韦又暗中对太后说："你可以让嫪毐假装受了宫刑，就可以在供职宫中的人员中得到他。"太后就偷偷地送给主持宫刑的官吏许多东西，假装处罚嫪毐，拔掉了他的胡须假充宦官，这就得以侍奉太后。太后暗和他通奸，特别喜爱他。后来太后怀孕在身，恐怕别人知道，假称算卦不吉，需要换一个环境来躲避一下，就迁移到雍地的宫殿中来居住。嫪毐总是随从左右，所受的赏赐非常优厚，事事都由嫪毐决定。嫪毐家中有奴仆几千人。那些为求得官职来当嫪毐家门客的多达一千余人。

诱 yòu

tōng jiān

占卜 zhānbǔ

宦官 huàn guān 怀孕 huái yùn 奴仆 nú pú

由 xx ~
~ 决定 xx 决定

觅得 他 讨厌 见世面

这件事由我决定

李斯说，这是万世难逢的一个最好时机。倘若现在懈怠而不抓紧此事的话，等到诸侯再强盛起来，又订立合纵盟约，虽然有黄帝一样的贤明，也不能吞并它们了。"秦始皇就任命李斯为长史，听从了他的计谋，暗中派遣谋士带着金玉珍宝去各国游说。对各国著名人物收买的，就多送礼物加以收买；不能收买的，就用利剑把他们除掉。这些都是离间诸侯君臣的计策，接着，秦王就派良将随后攻打。秦王任命李斯为客卿

继承 jì chéng 函谷关 hángǔguān 灰尘 huīchén 倘若 tǎngruò
灶 zào かまど 懈怠 xièdài 著名 zhùmíng 客卿 kèqīng
渠 qú 间谍 jiàndié 派遣 pàiqiǎn 吞并 tūnbìng
逢 féng

No. 汉 5

Date

(钜鹿)

项羽援救钜鹿。战事稍有胜利，陈余向项羽请求~~救兵~~。

yuán jiù

yuán

项羽就率领全军渡河，凿沉船只，砸破炊具，烧毁营舍，携带三天口粮，用以表示士卒拼死决战，没有一个存活着回来的打算。军队一到就围困了王离，与秦军遭遇，打了九仗，截断了秦军的甬道，大破秦军。杀了苏角，俘虏了王离。涉间不向楚军投降，自焚而死。

záo chén　zá pò　chuī jù　shāo huǐ　zāo yù　fú lǔ

诸侯将领都在营垒上观战。楚军战士无不以一当十，楚兵喊声震天，诸侯军人胆战心惊。已经打垮了秦军，项羽召见各诸侯将领，他们进入辕门，无不膝行向前，不敢抬头仰视。项羽从此成为诸侯军的将军，各路诸侯隶属于他。

驻扎 zhù zhā　黥布 qíng bù　彭城 péng chéng　邳 pī　逃跑 táo pǎo　鸡 jī　薛 xuē　孕 yùn　媪 ǎo　须髯 xū rán

役徒 yì tú　郦山 lì　释放 shì fàng　沼泽 zhǎo zé　押送 yā sòng　斩 zhǎn　赤 chì　哭泣 kū qì　醉醺醺 zuì xūn xūn

计策 jì cè　狡猾 jiǎo huá　群众 qún zhòng