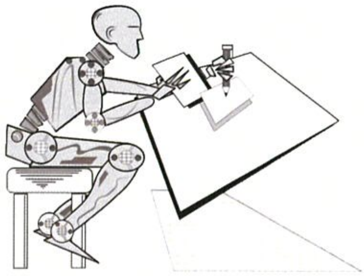


第~~9~~8回　AIと経済

2019. 04. 22
2019. 02. 25
2018. 12. 31
2018. 10. 29

会計と経営のブラッシュアップ
平成30年~~8~~月27日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、次の各書等を参考にさせていただいて作成した。(人工知能と経済の未来 2030年雇用大崩壊　井上智洋著　2016.7 文芸春秋)
(激流　国際商業出版　2017.4～18.7)(シンギュラリティは近い　カールワイル　エッセンス版　2016　NHK出版)
(人工知能 人類最悪にして最後の発明　バラット　水谷淳訳　2015ダイヤモンド社)(ロボットの脅威－人の仕事がなくなる日　マーティンフォード　2015日経　松本剛史訳)
(チャイナ・イノベーション　李智慧著 2018. 2 日経BP社刊) (会計が動かす世界の歴史 2019.2.1 ルーカ・パオリーノ著 KADOKAWA)

Ⅰ．省力化の行方

1.　第四次産業革命後の経済

①省力化、省人化　　　　　　　　　　　自動認識システム

③　　人手から非接触タグ等へ　　RFID－電子タグ、非接触データ認識
　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　バイオメトリックス－　〃

(事務所の合理化 人手→非接触)

→ 書込中、通常化

②人口減少社会

④　　　　　　　　　　　　　　　　　　　RFID－自動認識技術

(事務所ではExcel等freee活用)

→ 傾向の加速

①は②の結果から生まれたものか、そうではない、必要性から生まれたのだ!!
②の結果①が生まれたのか、そうではない、①は必要性から生まれたのだ!!
①は、AIの進歩によって生まれたのだ。
①は②と関係なく生まれたか、必要性とAIの発達が要因である!!
③事務(人手)の電子化が急速に進んでいる!!
④しかし、人口の減少は、人間の能力の低下でもある。

⑤ネット人口の急増とスマホの普及

キャッシュレス化の努力

→ キャッシュレス社会
あらゆる場面にデジタル化の波
モバイル決済の増加 世界で6億人

チャイナ・イノベーション　李智慧 著

Date 2018.12.23

データを制する者

2003.5　アリババがC2C淘宝事業をスタート
2004.12　〃　アリペイ(支付宝)第三者決済(エスクロー)サービスを導入
2005.5　アリペイは、インターフェイスを他のEC事業者に開放
2007.9　〃の利用者数 5000万人突破
2008.8　〃　〃　1億人〃
2011.1　テンセント、騰訊科技が創業
2012.3　微信の利用者数　1億人突破
6　嘀嘀出行が創業
7　ユニクロが微信にアカウントを開設
2013.6　アリペイが、余額宝(ユエバオ)を発売
2014.12　アリババとアントファイナンシャルがて店舗を対象に代金の半分をキャッシュバック　ダブル12を展開
2015.2　テンセントのウィーチャットペイが「紅包」作戦で利用者を2千万人から2億人に拡大
12　P2Pの大プラットフォーム e租宝が詐欺容疑で告発される
2016.12　ダブル12　未来誌ない　16件は1億人以上が参加。
2017.6　京東金融、中国商工銀行が口ボットアドバイザーサービスAI投資をリリース
2018.7　アリババ集団、中国人旅行者の送客でJR九州と提携

1、モバイル決済

スマホの普及
QRコード　]　―　デジタル経済圏の出現、キャッシュレス社会、生活のデジタル化

↓

無人スーパー
シェアリング・エコノミー
スマート シティ

ポイント

日本円の欠点

1、発行上限がないこと
2、送金が遅いこと
3、日銀(政府)によって価格が操作されていること

法定通貨の電子化 ⟶ キャッシュレス化

2. 流通業界と第 3 世代の AI

流通業界にも、第四次産業革命の波が押し寄せてきた。人工知能(AI)、ロボット、センサーなどの技術が業務の至る所になだれ込み、労働集約型産業の代表とされてきた流通業も急激に省力化が進む。急速に、深刻化する一方の人手不足を克服するためにも、技術の壁、コストの壁に挑戦しなければならない。

労働の省略をしたところが利益を上げ

これを克服することのキーワードは「AI」である。
(1) 第 2 世代までに出来たこと　―　情報検索とカーナビ
(2) 現在は第 3 世代の AI である。

「情報技術が人間の代わりを務めている」

第 3 世代の AI にできることは、
① 一般画像認識、ディープラーニング
② 顔から感情を推定、年齢、性別を推定
③ 超画像、小さな画像を拡大しディティールを想像により補うこと
④ 白黒→カラー変換
⑤ 衛星写真→地図変換
⑥ 昼間の風景→夜景変換
⑦ 輪郭→写真変換
⑧ 写真→言葉で説明
⑨ 説明文→写真を生成
⑩ ニューラル翻訳→一文から全体

労働分配率の低下

↓

RFID (radio frequency identifier)
ID 情報を埋め込んだ RF, IC タグから近距離の無線通信

同じ富を生み出すのに
必要な労働が節約される

(人件費の節約)

↓

AI時代の犯罪
個人情報の悪用
最新サービスと新手の詐欺事件

労働分配率の低い企業が
(省力化した) 富の大きな
シェアを占めるようになった

↓

コールセンターの職員を雇うより、
インターネット技術を使って
海外企業にそれを委託した
ほうが安上りである。
→
労働分配率の低い企業とは、
要するに、情報技術の利用が上手い企業!!

変わりゆくもの

既存のものが衰退し、新しいものが出てくる…
(それは知能という目に見えないものだ)　ある環境の中で機能を発揮する特定の仕組みであって、その見えない相互作用こそが知能である。
人工知能で引き起こされる変化は、「知能」という、環境から学習し、予測し、そして変化に追従するような仕組みが、人間やその組織から切り離されるということである。人工知能で引き起こされる変化、産業的な変化、そして個人にとっての変化……
(松尾豊「人工知能は人間を超えるか」より)

短期的(5 年以内)には、会計や法律といった業務の中にビッグデータや AI が急速に入り込み活用されるであろう。

中期的(5～15 年)に起こるものに「異常検知というタスク」がある。
これは、高次の特徴表現学習であり、「何がおかしい」ことを検知できる AI の能力が急速に上がってくる。
こうした仕事は、基本的には「センサー＋AI」に任かせ(例えば遠隔地にあるエレベータ、高速道路を運送中のトラック)、その「何かおかしい、発生した問題」に人間が対応するものである。

長期的(15 年以上先)には、人間の仕事として重要なものは大きく 2 つに分かれるであろう。
一つは「非常に大局的でサンプル数の少ない難しい判断を伴う業務」
これらは、経験や歴史に学んだりするしかない。
他は「人間に接するインターフェースは人間の方がよい」
これらは人間対人間の仕事である。(上記の書から要約)

2017.4.21　プライムニュースを見た
結局人工知能は人が作るというものであったが….

ビットコイン
人々の信用によらない（現在の貨幣は政府等の信用によっている）という点では、
“金”と同じく、仮想通貨は、現代的な貨幣（不換紙幣）というよりも、
昔ながらの本位貨幣に近いと言える。

事　業	新しい試み
建設は必要 但し、下請依存はダメ	平成建設 直接工事、顧客要望
新聞は必要 但し、販売店形式でやたら紙 を配るのはダメ 、紙の新聞は急速に縮小する。	ウェブ情報の開拓 アマゾン 、Net配信 グーグル
デパートは必要 但し、テナント依存はダメ	イオンモール
身体は必要 但し、古くなった衣類は交換	ユニクロ
建設は必要 但し、旧態は不要	
複雑、日本	簡素 エストニア
日本語の壁	英語の自由
囲い込み 日本の遊郭 ブラック企業	自由、但し成果主義 No残業 有給 但し成果主義

たとえば：ビットコインを法定通貨にしている「ビットランド」という国があったとして、その国の住人から見れば、昨今のビットコイン暴騰は、強烈なデフレだったと言える。

通貨 < 物 ……ビットコインの値上りする理由

3. 物流業界の改革

(1) 物流施設
ベルトコンベア、フォークリフトに代り、搬送、倉庫の出入、荷降し等の作業を自動化できるロボット…搬送ロボット　アマゾン、ニトリ

(2) ピッキング
ロボットが商品棚を運ぶ ― 作業員は動かなくともよい
アスクルの横浜センター ― ロボットによるピッキング
画像認識の技術により(人間の2倍の速度、夜間)

(3) ICタグ、RFタグ
アパレルのビームス ― 全商品にICタグを装着
店舗と自社物流センターの商品データにICタグ
複数タグの一括読取りにより端末をかざすだけで複数商品の会計や検品、在庫管理、棚卸なども瞬間に行うことが可能になる
人を増やさずに売上を拡大できる仕組み作り

(4) アマゾンGo ― センサー、カメラの活用
将来のレジの変化

(5) トラックドライバーの減少 ― 2006年全国90万人…毎年1万人ずつ減少

実世界のオブジェクトを、デジタルの仮想世界と結びつけて認識や操作ができるようになるという点が、社会的に様々な波及効果を与えると考えられている

ICタグ ― ICタグ自体は電源を持たない
商　品

ICリーダー ― 無線局 ― 帳票化
情報入手

4. 人材育成と省力化投資

(1) 手作りの方が早いパソコン／OSがない　(ソフトの見直し)
(2) 情報伝達にメモ／LINEを使っている　(仕事の生産性)
(3) 未だに手書き伝票を作っている　(道具の進化)
(4) 最新ツールの導入が遅い　(システムの最新化)
(5) ICタグの方向
(6) コスト問題の吸収

6. AIで公認会計士はいなくなるか

(H30.6.15　会計士会研修　神崎時男先生)

(1) 近い将来に起こること
(2) 最新の会計システム
SPA、富士通WORKS(大手パッケージ)、MFクラウド…
作業の省略化、領収証入力→記帳
(3) 分析能力の向上
ハードディスクを使わずに、メモリーだけで演算処理
(4) データベースにデータを蓄積せず、メモリーで処理
分析的手続きの自動化、監査調書化
(5) 不正対応（大手パッケージ）
不正対応、異常仕訳検出機能、不正パターン検出機能、利益相反取引対応、振込変更対応、与信先承認対応、CAATツール機能のパッケージ化
(6) IT統制
職務分掌処理、未利用のユーザIDの検出、各種機能の利用設定状況の確認
(7) 業務能力の向上のための機能
データセレクション、会社の処理結果との照合
(8) ディープラーニング
データの特徴を見出すことができる
①フレーム問題、シンボルクラウディング問題
(9) 統計的自然言論処理
人間の言語を把握して、分析する能力
① 彼は美しい庭園で望遠鏡で女性を見た→②
② 彼は望遠鏡で、美しい庭園にいる女性を見た
(10) 営業支援ツール
監査計画におけるリスクポイントの事前支援の可能性
① 膨大な情報 ― 必要な情報の収集、分析
② 〃 ― 必要な経営環境、計画
(11) 犯罪予測
① 発生場所を予測し、その場所へ警官の事前派遣による犯罪件数の減少(アメリカ)
② 不正を行う可能性の高い従業員の事前防止(シンガポール)
メール、取引履歴等20個以上の指標
③ データベース化、パターン認識
(12) 経済記事作成業務(アメリカ)
企業に関する経済記事をAI技術で作成、時間の短縮と記事の公平性
(13) 次世代監査
① 監査計画 ― リスクポイントの提示、ディスカッション
② 分析的手続 ― 事前の各種趨勢分析、異常データのAI判定
③ 内部統制監査 ― システム統制－IT統制の設定状況の把握
④ 実証手続 ― 自らのシステムの処理と会社のものの全件照合

Ⅴ. 人工知能
人類最悪にして最後の発明

ジェイムス・バラット　水谷淳訳　ダイヤモンド社 2015

1. 未来の姿

明	暗
カールツワイル(SF)	ジェームスハラット(ロボット)
ブルックス(発明家)	マーティンフォード
	(AI に打ち負かされる)
	ドキュメンタリーフィルム

> 未来、人々の生活を左右する重要な決定は、すべて機械か、機械によって知能を強化された人間の手で下されるようになる。

すでに、金融システム、エネルギー、水、輸送といった公共インフラは、コンピューターによって支えられている。

コンピューターが労働を節約し、娯楽をもたらしてくれると人々はコンピューターへ依存するようになる。

しかし、人口知能は、コンピューターに命を与え、別物へ変えてしまう。あまりにも不安定で謎めいており、自然が一度しか完成させなかったパワー、それが知能なのだ。

4.　2000年代の失われた10年

米国においては、年々100万の労働、10年間に1,000万の仕事が必要だったのに作り出されなかった。

↓

労働者と機械の関係が、根本的に変化する時代

コンピューター技術の絶えざる、急激な発展

ムーアの法則、コンピューターの性能は、18～24カ月でおよそ2倍になる幾何級数的なもの。
コンピューターの性能が絶えず倍増するということは、今後、数年から十数年後の労働市場及び経済全体をどのように変えるのだろうか。

竹中平蔵氏　2018、12

1、21世紀のオリンピックまでは景気は良くなり続けるという神話
　—— その神話は、2019年から大きな変化が起きてくる

2、私は、消費増税には反対である、　政府も、経済界も、主要メディアも誤っている
　—— 財政再建はやらねばならない。その順序は、(1)景気回復→(2)デフレ克服→
　(3)増税である、(4)増税を先にすると不況に陥り、経済全体が縮小して(了)
　増税の前に行うべきことは、改革減税である

3、軽減税率は、高額な住宅や車、などの耐久消費財購入時の割高感を与える
　—— 前回の消費増税で耐久消費財の落込みが大きく、景気の足をひっぱった

4、人手不足 —— 人材の獲得競争での遅れ、人手不足の原因
　—— 30年間の各国の人口動向

	中国	米国	英国	日本
1989	11.3億	2.5億	0.6億	1.2億
2016	13.8	3.2	0.7	1.2
増加率	22%	31%	15%	0.3%

外国人の受入れを要請するのは遅すぎた

5、AI、ロボットへの労働の置換
　—— 産業という分類の不適切さ　トヨタ、パナソニックのライバル →グーグルなど

6、米中摩擦、… 世界経済の成長率は0.5%下がる
　—— 米中対立の2つの原因　(1)トランプという人が大統領になった
　米国社会の分断
　(2)技術覇権をめぐる争い

7、2025年　後期高齢者に全ての団塊世代
　—— これに対する制度改革はできるか

⑧ 金融と国際機関　金融論等

1. 1929年の大恐慌

金融システムの安定性という国際公共財の安定維持

(1) IMFの設立

(2) 世界銀行の設立

2. IMFの金融危機への対応策への疑問

3. マイクロファイナンス、ミレニアム2000

ワシントンコンセンサスと呼ばれる市場メカニズムへの疑念

4. 金融危機

資産価格の暴落、企業倒産等の金融市場の機能不全

1929 The Great Depression
1980 メキシコラテンアメリカ Debt Crisis
1997 East Asian Crises

5. グローバリズムが失敗するのは、人間や人間が作り出す制度が、世界の統合によって生じる心理的・制度的変化に十分適用できないからだ ― グローバリゼーションの終焉 ハロルド・ジェームス

6、為替とは、

(1) 取引を行う主体同士が、国内外を問わず、

直接現金を受渡すことなく、資金を決済すること

内国為替、外国為替、振替によって決済

2つの通貨交換

7、為替レートの決定

⑧ 経済主体の意思決定

竹田陽介先生「経済学を勉強」

1. 制約条件のもとで subject to ⇒ s.t.

~~目的関数を最大化する~~ maximization ⇒ max

max	目的関数
s.t.	制約条件

(1) 家計による消費・労働供給の決定
(2) 家計による消費・貯蓄の決定
(3) ~~企業による~~労働需要の決定
(4) ~~企業による~~設備投資の決定

2. 関数とは何か

2変数 x と y の間において、x の1つの値に応じて (定義域)

y の値が1つ決まるとき (値域)

変数 y は変数 x の関数 (Function) F に従うといい、

$F: x \to y$, $y = F(x)$ と書く

3、微分の操作とは何か？

経済学では、「限界的に」という言葉がよく用いられる。

この「限界的に」という言葉は、「微分」（differentiation）という。

微分とは、xの変化分（Δx）を限りなくゼロに近づけていくとき、

それに応じてyがどれだけ変化（Δy）するのかを求める操作である。

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Δyがどれだけ変化するのか

→ Δxを限りなくゼロに近づけていくとき

この導関数 $F'(x)$ は、

$F'(x)$，y'，$\frac{dy}{dx}$ あるいは $\frac{d}{dx}F(x)$ と書く

「労働を限界的に1単位増やしたときの生産量の増加分」

生産関数 $y=F(x)$ とし

導関数 $\frac{dy}{dx}$ 又は $\frac{d}{dx}F(x)$ を示すことになる。

導関数 $F'(x)$ は、関数 $y=F(x)$ の各点における接線の傾きを、

変数xの関数としてみなしたものである。

導関数が、関数の各点における接線の傾きを示すことから、

導関数の符号によって、もとの関数を分類することができる。

導関数がいかなる定義域においても正の値をとる関数のことを「増加関数」、

負の値をとる関数を「減少関数」と呼ぶ。

4. 微分の公式

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x}$$

関数の積 $y = F(x)G(x)$

の導関数 $\frac{dy}{dx} = F'(x)G(x) + F(x)G'(x)$

$$= \left(\frac{d}{dx}F(x)\right)G(x) + F(x)\left(\frac{d}{dx}G(x)\right)$$

関数の商 $y = \frac{F(x)}{G(x)}$

の導関数 $\frac{dy}{dx} = \frac{F'(x)G(x) - F(x)G'(x)}{(G(x))^2}$

$$= \frac{\left(\frac{d}{dx}F(x)\right)G(x) - F(x)\left(\frac{d}{dx}G(x)\right)}{(G(x))^2}$$

関数の積・商を含む一般的な合成関数 $y = F(G(x))$

の導関数 $\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx}\frac{dy}{dz}$

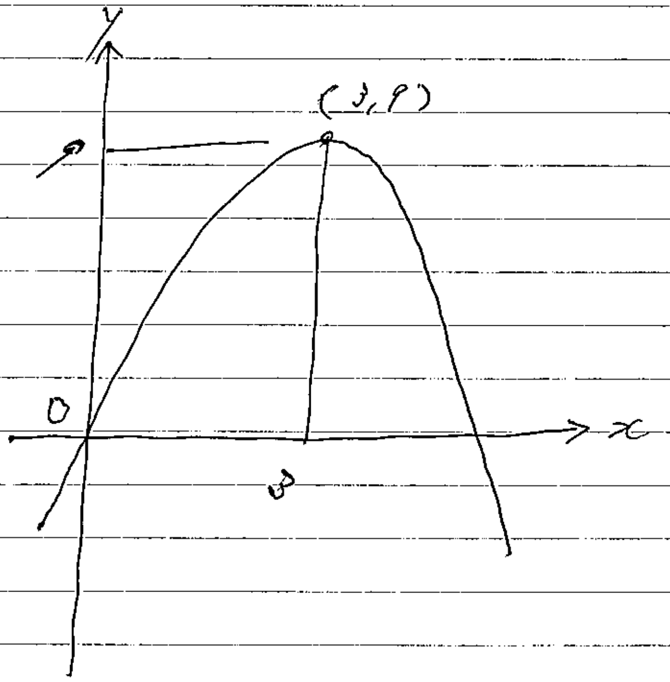
$$= \left(\frac{d}{dx}G(x)\right)\left(\frac{dy}{dz}F(z)\right) = G'(x)F'(x)$$

5 全微分と偏微分 (2変数以上の関数)

偏微分とは、変数x, yのうち、一方の変数を不変と考えたうえで、他方の変数が微小に変化したときに、変数zがどれだけ変化するかを測る操作である。

全微分とは、変数x, yが、それぞれ独立に微小に変化する効果を足し合せ、その変化に対応する変数zの変化を測る操作である。

6 最大化の条件



$$y = F(x) = -x^2+6x$$

関数 $y=F(x)$ を最大化する変数は

$$y = -(x-3)^2+9$$

により $x=3$ である。

$x=3$において $y=F(x)$は最大化し、$x=3$である。

制約条件とは、最大化を行う経済主体を取り巻く、物理的・経済的な制約を表し、

目的関数とは、経済主体の選択する最大化の手段となる変数の関数として最大化される指標を表したものである。

全微分とは？

すべての変数が同時に変化する場合に限界的に成立する式である。
その他の変数は一定と考え、ある変数のみが変化した場合に
限界的に値がどう変化するかをみる「偏微分」とは、区別される。

$z = f(x, y)$ のとき、

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \quad : 偏微分$$

$$dz = \underline{\frac{\partial z}{\partial x} dx} + \underline{\frac{\partial z}{\partial y} dy} \quad : 全微分$$

合成関数の微分

$y = f(g(x))$ のとき

$$\frac{dy}{dx} = f' \times g'$$

7. 最大化の問題1（家計の消費、労働供給の決定）

家計の目的関数は、消費と余暇の満足である。

$$\max \quad U = U(C, L) \qquad C = 消費 \quad L = 余暇$$

U効用（目的関数）

subject to 制約条件

$$\text{s.t.} \quad L = 24 - N$$

24時間をどう使うか。

$$WN = PC$$

賃金と労働　物価水準と消費

$$N = \frac{P}{W}C$$

$$L = 24 - \frac{P}{W}C$$

（制約条件）
N労働供給
W賃金　P物価水準
C消費

ここで、消費Cと余暇Lが家計の選択する変数である。

家計は時間の制約式 $L = 24 - N$ 1日24hを余暇Lと労働供給Nに分

最大化問題を解くと、

制約式 $L = 24 - \frac{P}{W}C$ を目的関数Uに代入して、

目的関数UをCに関して微分した導関数が0とする

合成関数の導関数の公式をあてはめると、

$$\frac{\partial U}{\partial C} - \frac{P}{W}\frac{\partial U}{\partial L} = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial C} = \frac{\partial U}{\partial L} \cdot \frac{P}{W}$$

従って

$$\underbrace{\frac{\frac{\partial U}{\partial L}}{\frac{\partial U}{\partial C}}}_{限界代替率} = \underbrace{\frac{W}{P}}_{相対価格}$$

が成立する。

左辺は、家計が余暇Lを限界的に1単位減少させるとき、
失われる限界効用を補うために必要な消費Cの増加分を表す。
これを、余暇の消費に対する限界代替率（MRS）と呼ぶ。

一方の右辺は、市場において余暇一単位と交換することのできる消費の量を表す。余暇の消費に対する「相対価格」に相当する。

よって、制約条件のもとで効用関数を最大化する消費 C^*、余暇 L^*、労働供給 $N^* = 24 - L^* = \frac{P}{W}C^*$ は、余暇の消費に対する限界代替率と相対価格が等しくなるように決定される。

このとき、限界代替率は、家計にとって所与となる効用関数によって与えられるため、消費 C^*、余暇 L^*、労働供給 N^* はすべて市場において決定される相対価格 $\frac{W}{P}$ を要因として決定されることになる。

この関数を表したものが、

$$C^* = C\left(\overset{\oplus}{\frac{W}{P}}\right)$$

$$L^* = L\left(\overset{\ominus}{\frac{W}{P}}\right)$$

$$N^* = N^S\left(\overset{\oplus}{\frac{W}{P}}\right)$$

C 消費
L、余暇
U 効用
N 労働供給
W 賃金
$\frac{W}{P}$ 相対価格
P 物価水準

8、最大化の問題 2　（家計の消費・貯蓄の決定）

$$\max U = U(C_1, C_2)$$

目的関数

s.t.

制約条件

$$Y = C_1 + S \qquad S = Y - C_1$$

$$C_2 = (1+r)S \qquad C_2 = (1+r)(Y - C_1)$$

家計の消費・貯蓄の決定においては、現在の所得を、現在の消費と将来の消費にどのように配分するかという異時点間の消費の配分に関わる。

この最大化の解法は、式 $C_2 = (1+r)(Y - C_1)$ を効用関数に代入して、現在の消費 C_1 に関して微分した導関数がゼロに等しいとおく。

よって $U_{C_1} - (1+r)U_{C_2} = 0$

$$\underbrace{\frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}}}_{\text{（限界代替率）}} = \underbrace{1+r}_{\text{（}C_1\text{の}C_2\text{に対する相対価格）}}$$

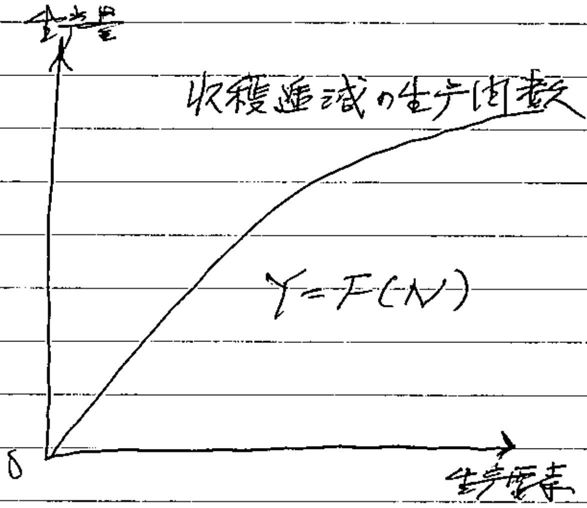
効用関数を最大化する現在の消費 C_1^*、将来の消費 C_2^*、貯蓄 S^* は、貯蓄する手段の利子率 r，所得 Y の関数として表される。

$$C_1^* = C_1(\overset{\ominus}{r}, \overset{\oplus}{Y}), \quad C_2^* = C_2(\overset{\oplus}{r}, \overset{\oplus}{Y}), \quad S^* = S(\overset{\oplus}{r}, \overset{\oplus}{Y})$$

9. 最大化の問題3　（企業の労働需要の決定）

企業は、生産関数を制約条件として、可変的生産要素である労働力あるいは固定的生産要素である資本ストックの量について、利潤関数を最大化するように決定している。

max 目的関数	$\pi = PY - WN$
s.t. 制約条件	$Y = F(N)$ 生産関数



P＝物価水準　Y＝所得　W＝賃金
N＝労働供給　PY＝売上
π＝利潤関数

生産関数 $Y=F(N)$ は、労働投入量 N に対して生産される量 Y がどのように物理的に制約されているかを表す。

この最大化問題を、生産関数 Y を利潤関数に代入し、労働投入量 N に関して微分した導関数がゼロに等しいと置くことにより解く。

$$\frac{\partial \pi}{\partial N} = PF'(N) - W = 0$$

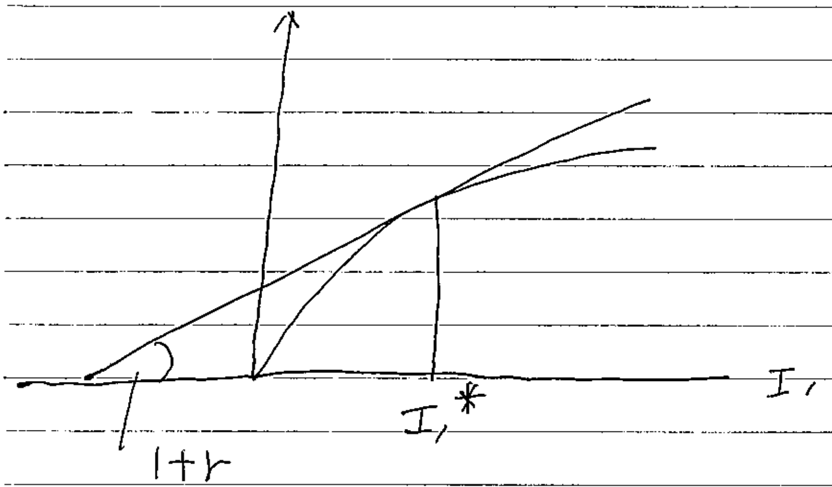
$$F'(N^*) = \frac{W}{P}$$

左辺は、限界的に1単位労働投入量を増加させるときに得られる生産量の増加分を表し「限界生産力」と呼ばれる。限界生産力は、生産関数の各点における接線の傾きを表わす。右辺は、市場において企業が労働力を1単位購入するために支払う「実質賃金」を表す。

$$N^* = N^D\left(\frac{W}{P}\right)$$

10. 最大化の問題 4 (企業の設備投資の決定)

設備投資の決定



現在の設備投資を I_1、将来の生産量を Q_2 とすると異時点間の生産関数は、

$$Q_2 = g(I_1)$$

現在の財価格 P_1、将来の財価格 P_2、名目利子率を i とすると売上から投資費用を引いた利潤関数 π は、

$$\pi = P_2 Q_2 - \underbrace{\overset{\text{名目}}{(1+i)}}_{\text{投資費用}} P_1 I_1$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \max & \pi = P_2 Q_2 - (1+i) P_1 I_1 \\ \text{s.t.} & Q_2 = g(I_1) \end{array}}$$

この最大化問題を解くと

$$P_2 g'(I_1^*) - (1+i) P_1 = 0$$

$$g'(I_1^*) = \underbrace{\frac{P_1}{P_2}}_{\frac{1}{1+\pi^e}} (1+i) = \frac{1+i}{1+\pi^e}$$

収穫逓減の性質をもつ異時点間の生産関数のもとで、利潤関数を最大化する設備投資 I_1^* は、実質利子率の減少関数となる。 $I_1^* = I_1(\overset{\ominus}{r})$

最大・最小

作成日 2019.01.14　H26・10・20
作成者 2019.02.18

参考図書　日東書院刊　微分・積分　深川和久著 2009.
日科技連出版刊　微積分の話　大村平著 1985.3

最大 最小を常に考えて!!

1、柵の面積を最大にするためには、

材料 100 m

縦 x m, 横 y m

$$2x + 2y = 100 \quad ①$$ （という制約）

$$x + y = 50 \quad ①'$$

面積 S

$$S = xy \quad ②$$ （面積Sを最大にする）

$$S = x(50 - x) \quad ②'$$

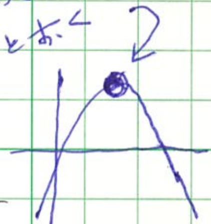
$$S = 50x - x^2 \quad ②''$$

②″を微分すると

$$S' = 50 - 2x \quad ③$$

頂点 $S' = 0$とおいて　$50 - 2x = 0$

最大、最小は 0とおく



$$x = 25 \qquad y = 25$$

元の $x + y = 50$ に　$y = 50 - x$　$y = 25$

従って
面積は、

$$S \overset{②}{=} x(50 - x) = \frac{50}{2}\left(\frac{50}{2}\right) = \frac{50^2}{4} = 625\ (m^2)$$

$$= 25(50 - x) = 625\ (m^2)$$

$$S' = \frac{d}{dx}S(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(50x + \Delta x) - (x + \Delta x)^2 - (50x - x^2)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{50\Delta x - 2x \cdot \Delta x - \Delta x^2}{\Delta x}$$

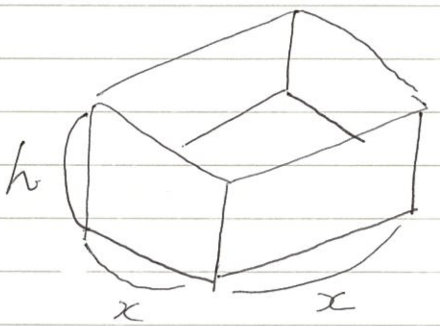
$$= \lim_{\Delta x \to 0} 50 - 2x - \Delta x = 50 - 2x$$

$$\frac{dS}{dx} = 0 \quad ③ \qquad 50 - 2x = 0 \qquad x = 25,\ y = 25$$

No.
Date

2、箱の体積は、

底の形は正方形、使用する板の面積は一定
底の辺の長さ x と箱の高さ h との比をいくらに
選んだら、箱の容積は最大となるか—



S … 箱の表面積

V … 箱の容積（体積）

箱の表面積は、横の板が4枚と底の板が1枚ある。

$$S = 4xh + x^2 \quad —①$$

そして、体積は、（縦）×（横）×（高さ）なので

$$V = x^2 h \quad —②$$

V を x だけ（x は h だけ）の関数として表わし、V を x で微分して、それが0となるような x を求めれば、V は極大となる。

①から $h = \frac{S - x^2}{4x}$ で　これを②に代入 $V = x^2 \frac{S - x^2}{4x}$

$$= \frac{S}{4}x - \frac{1}{4}x^3 \quad ③$$

x で微分すると

$$\frac{d}{dx}V(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{V(x+\Delta x) - V(x)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left\{\frac{S}{4}(x+\Delta x) - \frac{1}{4}(x+\Delta x)^3\right\} - \left\{\frac{S}{4}x - \frac{1}{4}x^3\right\}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \left\{\frac{S}{4} - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{4}x \cdot \Delta x - \frac{1}{4}\Delta x^2\right.$$

この式で $\Delta x \to 0$ として

$$\frac{dV}{dx} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4}x^2$$

又は③を微分すると

$$V' = \frac{5}{4} - \frac{3}{4}x^2$$

この式は、$V(x)$の傾きを表わしているので、この式をゼロとおいてxを求めると、

$$\frac{5}{4} - \frac{3}{4}x^2 = 0$$

従って

$$x = \pm\sqrt{\frac{5}{3}}$$

xは箱の底の寸法なので $x = \sqrt{\frac{5}{3}}$ —④

このとき、箱の体積Vが極大になる。

xが決まれば、hは

③より、$h = \frac{5 - x^2}{4x}$ —③ より

$$h = \frac{5 - \frac{5}{3}}{4\sqrt{\frac{5}{3}}} = \frac{\frac{2}{3}5}{4\sqrt{\frac{5}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \frac{2}{3}5}{4 \cdot \frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{\frac{5}{3}}}{2}$$ —⑤

⑤は④の半分となっているので

$x : h = 2 : 1 = ④ : ⑤$

にしたとき、箱の容積が最も大となる。

3 山と谷を見つける

$$V=\frac{5}{4}x-\frac{1}{4}x^3$$ —前の③の体積

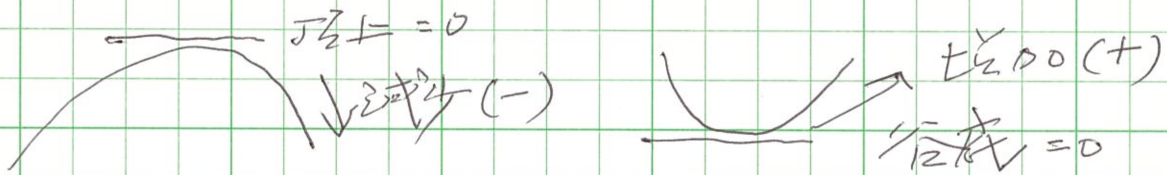
の関数の最大(山)を求めるとき、

微分して

$$V'=\frac{3}{4}-\frac{3}{4}x^2=0$$ とおいて

そのxを見つけると山の頂上(谷底)となる。

この時、山か谷を見分けるのは、



Vの傾きは V' その変化率は V''

$f(x)$ $f'(x)$ $f''(x)$

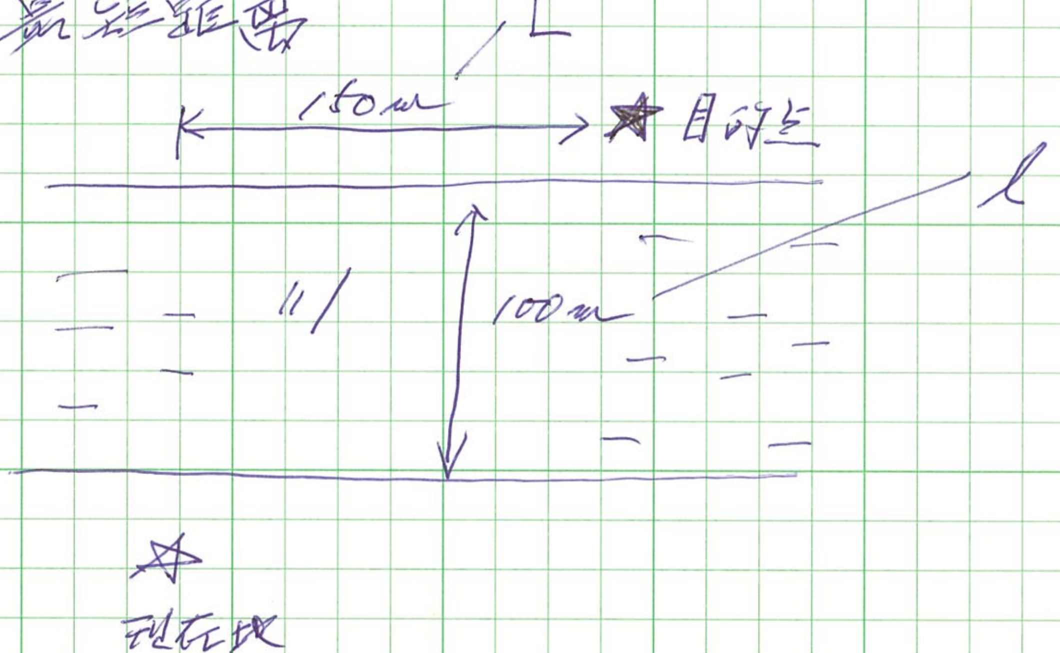
$V'=f'(x)=0$ 頂上

$V''=f''(x)<0$ で調べる

$V'=f'(x)=0$ 谷底

$V''=f''(x)>0$ で調べる

4. 最短距離

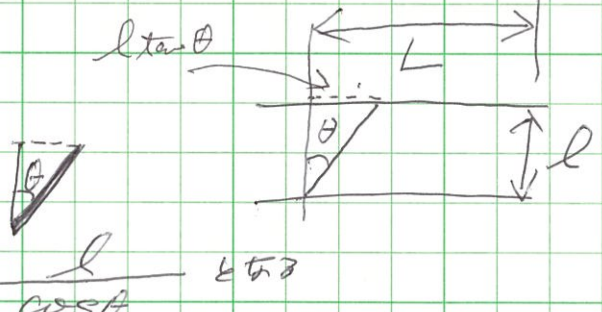


(速さ)

水中　2m/sec　v
地上　10m/sec　V

$L = 150m$　$v = 2m/sec$
$l = 100m$　$V = 10m/sec$

(1) 水中での距離
水の流れがあるので
θだけ傾いた進行



／の距離は $\dfrac{l}{\cos\theta}$ となる

対岸へ着く時間は $\dfrac{l}{v\cdot\cos\theta}$　(＞2m/sec)

(2) 対岸に着いた後　$L - l\tan\theta$ を進まなければならない
これをVの速度で地上を目的地に行く時間は $\dfrac{L - l\tan\theta}{V}$　(＜10m/sec)

(3) 従って、水中、地上を合せて

$$T = \frac{l}{v\cdot\cos\theta} + \frac{L - l\tan\theta}{V}$$

(水中で進む)

作成日 . .
作成者

$$T = \frac{l}{v \cdot \cos\theta} + \frac{L - \tan\theta}{V}$$

この時間Tはθの関数である。

Tがθの関数であり、Tを極小とするようなθの計算は

Tをθで微分して $\frac{dT}{d\theta} = 0$ とおいてθを求める

$$\frac{dT}{d\theta} = \lim_{\Delta\theta \to 0} \frac{T(\theta + \Delta\theta) - T\theta}{\Delta\theta}$$

$$= \lim_{\theta \to 0} \frac{\frac{l}{v \cdot \cos(\theta + \Delta\theta)} + \frac{L - l\tan(\theta + \Delta\theta)}{V} - \frac{l}{v\cos\theta} + \frac{L - l\tan\theta}{V}}{\Delta\theta}$$

$$= \lim_{\theta \to 0} \frac{\frac{l}{v}\left\{\frac{1}{\cos(\theta + \Delta\theta)} - \frac{1}{\cos\theta}\right\} - \frac{l}{V}\left\{\tan(\theta + \Delta\theta) - \tan\theta\right\}}{\Delta\theta}$$

5、微分を使って距離と速度の分析

小石を真上に投げたとき、x秒後の地上からの高さy mを

$y=-5x^2+30x$ とすると

(1) この小石が一番高く上がるのは何秒後か？

この式を微分すると、

$y'=-10x+30$ （$y'=0$として $x=3$ 3秒後）

y'は距離を時間で微分したものであるので速度となる。

$y'=0$のときの頂点を求めると、 $0=-10x+30$

$x=3$

3秒後

3秒後に最も高い位置

$y=-5(3)^2+30(3)=45$ (m) まで上がることになる。

すなわち上向きの速度が0のとき、一番高くまで上がる

(2) 小石の初速（はじめの速度）は？

$f'(0)=30$

(3) 小石の落下速度が、秒速20秒になるのは？

$y'=-20$ $-20=-10x+30$ $x=5$ となり

$f(5)=-5(5)^2+30(5)=25$ なので

5秒後に、地上から25mの高さで秒速20mとなる。

6. 底なしの井戸に小石を落したとき

空気抵抗を無視すれば、自由落下は重力という一定の加速度 g に従う。

距離を時間で微分すると速度になり、速度を時間で微分すると加速度となる。

(1) 小石の加速度 g を y'' と考えると、x 秒後の速度 y' は
$y''=g$ と考えて積分すると

$$y'=\int y''dx=\int g\,dx=gx+C$$ となる。

$$y'=gx+C$$

(2) 小石を手離した瞬間、つまり $x=0$ 秒後の初速は 0 であるので、
$C=0$ で $y'=gx$

この式から小石は一次関数に従ってスピードを上げて行く。

(3) 更に速度を時間で積分すると距離になるわけで、
距離 y は、x 秒後の移動

$$y=\int y'dx=\frac{1}{2}gx^2+C$$ と表わせる

これも手を離した瞬間は0なので、$C=0$ で $y=\frac{1}{2}gx^2$ となる。

S(移動距離)$=V_0t$〈初速〉$+\frac{1}{2}gt^2$ と同じ形となる。

作成日 9 . .
作成者

7 最大, 最小 — 利益最大, コスト最小

製品 I 材料A 3単位 材料B 1単位

〃 II 〃 1 〃 2 〃

9単位しかない 8単位しかない

製品I, IIの製造量の和を最大にするには.

I x個

II y個

$3x + y \leqq 9$ ①

$x + 2y \leqq 8$ ②

$x \geqq 0$ ③

$y \geqq 0$ ④

目的関数 $z = x + y$ を最大にする.

I 2個

II 3個

} 5個作る

作成日 .10.
作成者

8. 目的関数

$z=10(x-3.5)^2+20(y-4)^2$ を最小にする

条件は、

$x+y \leqq 6$ (6)

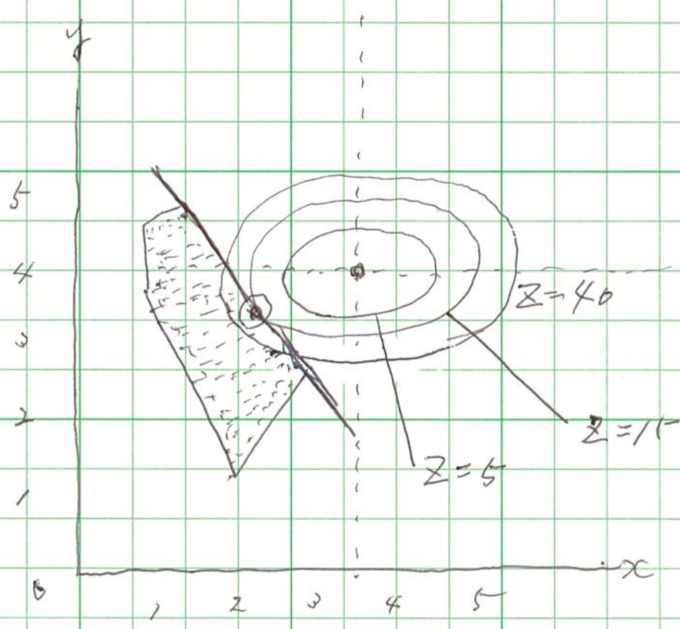
$x-y \leqq 1$ (7)

$2x+y \geqq 6$ (8)

$0.5x-y \geqq -4$ (9)

$x \geqq 1$ (10)

$y \geqq 0$ (11)



目的関数 z

・ (3.5, 4)

⊙ (2.5, 3.5)

(考え方)

条件(6)〜(11)を図示すると、図の多角形の内部に対応する。

目的関数 z は点 (3.5, 4) を中心とした長円である。

z の値をいろいろと動かしてみると、z=15 が最小であることがわかる。（長円に接する）

最小の z=15 を与える x と y の値は (2.5, 3.5) であることがわかる。

$10(x-3.5)^2+20(y-4)^2=15$

とこの長円に接している直線

$x+y=6$ の連立方程式を解くことにより求められる

9、解析的な取扱い

関数 $y=f(x)$ の極大値、極小値は微分係数 $f'(x)$ を求め次の①、②を応用して求めることができる。

① $y=f(x)$ が変数の動ける範囲の内部の点 $x=a$ で極大値、極小値をとれば $f'(a)=0$ となる。

すなわち、a は $f'(x)=0$ の根として求められる。

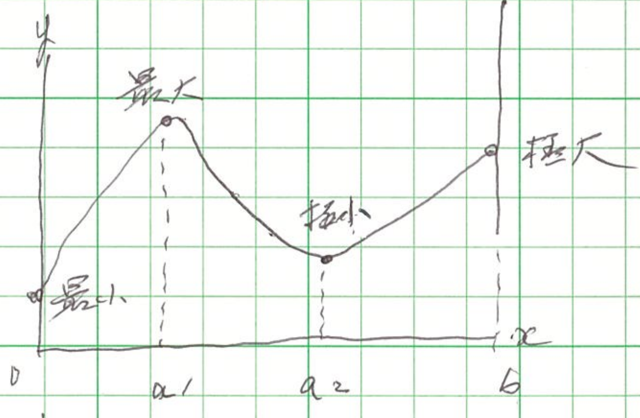
図に $f(x)$ が $0 \leqq x \leqq b$ で定義されている場合

$x=a_1$, a_2 は $f'(x)=0$ から求められるが、

端の点 $x=0$, b での様子は不明であるので、値を代入して、

$f(0)$, $f(b)$ を求め また $f'(0)$, $f'(b)$ の値により近傍の様子を

調べなければならない。



② $f'(a)=0$, $f''(a) \neq 0$ のとき、

$f'(a)<0$ のとき極大、$f(a)>0$ のとき極小となる。

極大値、極小値は、その点の2次の微分係数の値の正負で判定できる

最大か最小は、関数の値を計算して比較する必要がある。

図の最大値は、$x=a_1$ のとき $f(a_1)$ である。

最小値は $x=0$ のときの $f(0)$ である。

10、設備の年平均費用の最小値

設備の取得費　16万円

設備の年平均償却負担　使用年数に反比例

年平均の修理費負担　使用年数の2乗に比例し、その係数は $\frac{1}{10}$

（考え方）

(1) 使用年数を x 年とすると償却費負担は年 $16/x$

(2) 修理費負担は、$x^2/10$

総費用 y は　$y = \frac{16}{x} + \frac{x^2}{10}$　①

①を微分して0とおいて　$y' = 0$

$$y' = \left(\frac{16}{x} + \frac{x^2}{10}\right)' = \left(\frac{16}{x} \times -\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{10}x = \frac{16}{-x^2} + \frac{2}{5}x = 0$$

$$x^3 = 80 \quad \therefore \quad x = 2 \times \sqrt[3]{10} \fallingdotseq 4.3\text{(年)}$$

① $y = \frac{16}{4.3} + \frac{(4.3)^2}{10} = 5.6$(万円)

$$y'' = \left(\frac{16}{-x^2} + \frac{2}{5}x\right)' = \left(\frac{16}{-x^2} \times -\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0.6 > 0$$

正であるので最小値となる

作成日 . .
作成者

利益最大の

11 印刷すべき冊数を求めよ。

1冊につき 200円の利益を出すも、
売残り1冊につき 500円の損失をこうむる
y冊売れる割合は $f(y)$ という分布
y_0冊以上は売れない $f(y)=0$

(考え方)

印刷する冊数 x
売れる冊数 y
利益 z

$$z = 200x \qquad y \geq x$$

$$z = 200y - 500(x-y) = 700y - 500x \qquad y < x$$

利益の期待値 $E(z)$ は

$$E(z) = \int_0^x (700y - 500x)\cdot f(y)\,dy + \int_x^{y_0} 200x \cdot f(y)\,dy$$

12　最大の生産性

3つの構成部分からなる装置 X, Y, Z の相乗積
装置全体の生産性は各構成部分の生産性の積に比例
各構成部分の価格は、その生産性の2乗に比例
資金が一定量 T しかないとき
最大の生産性をあげるには各構成部分の生産性をいくらにすればよいのか

（考え方）

各構成部分の生産性を x, y, z とすると

制約

$ax^2+by^2+cz^2=T$ のもとで

$g(x,y,z)=d\cdot xyz$ を最大にせよという問題になる

$f(x,y,z)=ax^2+by^2+cz^2-T$ とおいて

x,y,z,λ ＝ $F(x,y,z,\lambda)=d\cdot xyz-\lambda(ax^2+by^2+cz^2-T)$

をつくり、各変数について偏微分すると

λはラグランジュ乗数と呼ばれる。

$$F_x=d\cdot yz-2\lambda ax=0$$
$$F_y=d\cdot xz-2\lambda by=0$$
$$F_z=d\cdot xy-2\lambda cz=0$$
$$F_\lambda=-(ax^2+by^2+cz^2-T)=0$$ となり

$x=\sqrt{\dfrac{T}{3a}}$, $y=\sqrt{\dfrac{T}{3b}}$, $z=\sqrt{\dfrac{T}{3c}}$ が最大値を与え、

その値は $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{9}\right)\cdot\sqrt{\dfrac{T^3}{abc}}\cdot d$ となる。

宋・元

⑧

2019.04.22
2018.12.24
2018.10.22
2018.08.20

宋遼金元（1） 960−1368

唐末の戦乱に終止符をうって、太祖趙匡胤は宋王朝を創建した。
宋時代の特色は、士大夫階級が成立して、官僚制度が確立されたことにある。
太祖趙匡胤は、唐、五代末の戦乱の原因は、節度使にあるとして、その権限剥奪を図り、中央集権化を図り、そのために膨大な官僚群を必要とした。

科挙は、宋代に画期的な改革があった。地方で行われる「郷試」、中央で行われる「会試」、皇帝がみずから臨席して行う「殿試」によって、皇帝の官僚、一身を顧りみず天下の政治に任じようとする者が輩出してきた。

節度使　唐五代時代に辺境の要地におかれた備兵の軍団の司令官。軍事、政治の権力を握り、要職、官僚に代り民政も掌握した。

趙匡胤　zhào kuāng yìn

No.
Date

宋辽金元 (2) 960-1368

太祖 趙匡胤の皇帝擁立

黎明军士環甲執兵、直叩寝门曰、「诸将无主。愿策太尉为天子。」

罗拜呼万岁。擁上马南行。拒之不可。恭帝遂禅位。故国号曰宋。

即位之初、頗为微行。微行愈数。曰、有天命者、任自为之。不汝禁也。

中外讋服。

1976年4月、毛は华国锋に全权を任せ、邓をすべての公職から追放した。4月30日ニュージーランドのマルドゥーン首相に会うために华にメッセージの紙切れを渡した。

慢慢来、不要着急。照过去方针办事。你办事、我放心。

10月6日夜 四人組が逮捕され大衆は歓喜し、安堵した。

华は自らの地位をさらに固めるため、邓小平批判を継続し、その復活を遅らせることを選んだ。……

力の継承を認めることを躊躇しない邓は、指導者として最も早期に华への支持を打ち出した。

その後の四人組裁判は大衆が急進的毛沢東思想を憎んでいることの証明であった。

それは、一つの時代の終焉であり 中国の改革開放の確たる支持であった。

宋・金・元 (3) 960-1368

太祖趙匡胤の創业と治世を補佐した二人の名臣、宰相の趙普、将軍の曹彬

鄧の下の息子鄧質方は、アメリカの知人に対し、父は、ゴルバチョフが間抜けだと思っているよと述べた。「ゴルバチョフは、まず政治制度の変革から手がけたが、それでは、彼が経済問題を解決する権力を持つことはできず、人々は、彼を辞任に追い込むであろう」と言ったという

鄧は、民衆がやる気を保つために不可欠なことは、

物質的刺激と進歩しているという実感なのだと確信していた。

彼はまた、たくましい経済は競争の下ですくすく育つのだと信じていた。

彼は、対外政策と軍事については、他の意見を求めたが、自分で問題を徹底的に考え抜き、最後は誰にも相談せずに戦略を編みだすことができた。

しかし経済に関しては、中国経済の戦略家として選択肢の中から可能な行動指針を提案してくれる存在が必要だった。この重要な役割のために、最初は陳雲を、そして後には趙紫陽を頼りにした。しかし鄧は、最終決定を下す権限だけは、決して手離さなかった。

エズラ・ヴォーゲル　鄧小平

宋辽金元（4）960-1368

太祖の治政

上、仁孝豁达、有大度。陈桥之变、迫於众心。洎入京师、市不易肆。晚节好读书。尝叹曰、尧舜之世、四凶之罪、止於投窜。何近代法网之密耶。削平诸国、必招之、不至而后用兵。及其既降、皆不加戮、礼而存之、终其世。

亲策别科举人、放进士榜、严覆试法、御殿亲试进士。

二代目太祖 赵匡义

分裂抗争していた天下の統一の端緒をもたらした後周の世宗は織田信長、世宗の後を継けて天下を統一した太祖は豊臣秀吉、その後を継いで宋王朝300年の礎石をすえたのは徳川家康にあたる太宗であった。

科挙　首席合格者 状元　二番 榜眼　三番 探花

宋遼金元 (8) 960-1368

第三の勢力　蒙古　ジンギスハンが帝に即位

中国本土　女真族の金 対立 漢族の宋　三つどもえの関係

金の世宗

宣懿后丹倫適生太祖。手握凝血。如赤石。神元異之。因以所獲鐵木真名之。志武功也。元年：大会諸王群臣。建九游白旗即位。群臣共上尊号。曰成吉思(汗)皇帝。

太祖深沈有大略。用兵如神。故能滅国四十。其勛績甚衆。史之紀載不備。惜哉。

太祖ジンギス・ハンは、(在位22年 66才) 沈着で、しかも雄図を持ち、その用兵は神技のようであった。

それゆえ、彼が滅ぼした国が40にもより、きわめて大きな治績を残したのである。

名宰相　耶律楚材
　　　　　　　　　　　政治顧問　　　宰相
　　　　遼
(1190〜1244年) 契丹人、金の官吏、
ジンギス・ハン(太祖)、オゴタイ・ハン(太宗)に仕える
蒙古の国家財務体系を確立

元以耶律楚材言、始定天下賦税。朝臣皆謂、太軽。
耶律楚材曰、将来必有以利進者。則已為重矣。

元太祖至東印度、有一獣、鹿形馬尾、緑色而一角。能作人言。
曰、宜早还。太祖以問耶律楚材。答曰、此獣名角端。能言四方語。
好生而悪殺。此天降符、以告陛下。願承天心、宥此数国人命。
太祖即日班师。

一利を興すは、一害を除くにしかず

楚材毎言、興一利不若除一害。生一事不若減一事。

宋 了 金元 (5)
960–1368

契丹・西夏の侵攻図