



第7回 企業組織再編

(適格合併)

会計と経営のブラッシュアップ

平成28年5月16日

山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業組織再編の会計と税務 山田淳一郎監修 H22.10 税務経理協会刊)
(企業買収・グループ内再編の税務 佐藤信祐外著 2010.11 中央経済社刊)(事業再生の法務と税務 太田達也著 H25.6 税務研究会刊)
(組織再編の法律、会計税務 山田 BC H27.2 法令刊)

I. 事業再生の諸手法、譲渡(分離)側と取得側からの検討

区 分	内 容	メリットとデメリット
(1)事業譲渡	① 営業(財産)の一部又は全部の譲渡 ② 契約による取引行為 ③ 個々の財産の譲渡 ④ 株式の譲渡の方法 ⑤ 営業権の計上(要説明資料) ⑥ 十分な再建計画の必要性	① 設計がしやすい ② 簿外債務リスクが少ない ③ 許認可の引継ぎの困難 ④ 事業譲渡価額の決定 ⑤ 消費税の課税 ⑥ 資産譲渡益の処理
(2)合 併	① 適格合併 ② 非適格合併 ③ 無対価合併	
(3)分 割	① 個別の取引でなく、包括的な 資産負債の移転(包括承継) ② 第2会社方式の活用 ③ 適格、不適格の区分 ④ 営業権(資産調整勘定等) ⑤ 対価の柔軟化 ⑥ 移転資産の範囲 ⑦ 十分な再建計画の必要性	① 個別の同意は不要 ② 許認可手続の容易化 ③ 重畳的債務引受を行う方法 ④ 簿外債務の承継リスク ⑤ 消費税、不動産取得税、 登録免許税 ⑥ 資産譲渡益の処理
(4)その他の方法	① 債権放棄 ② 増減資 ③ DES ④ DDS ⑤ 株式交換、株式移転 ⑥ 株式の譲渡 ⑦ 個人不動産の譲渡	

本レジュメはブラッシュアップ日迄にホームページに up してあります

<http://yamauchi-cpa.net/index.html>

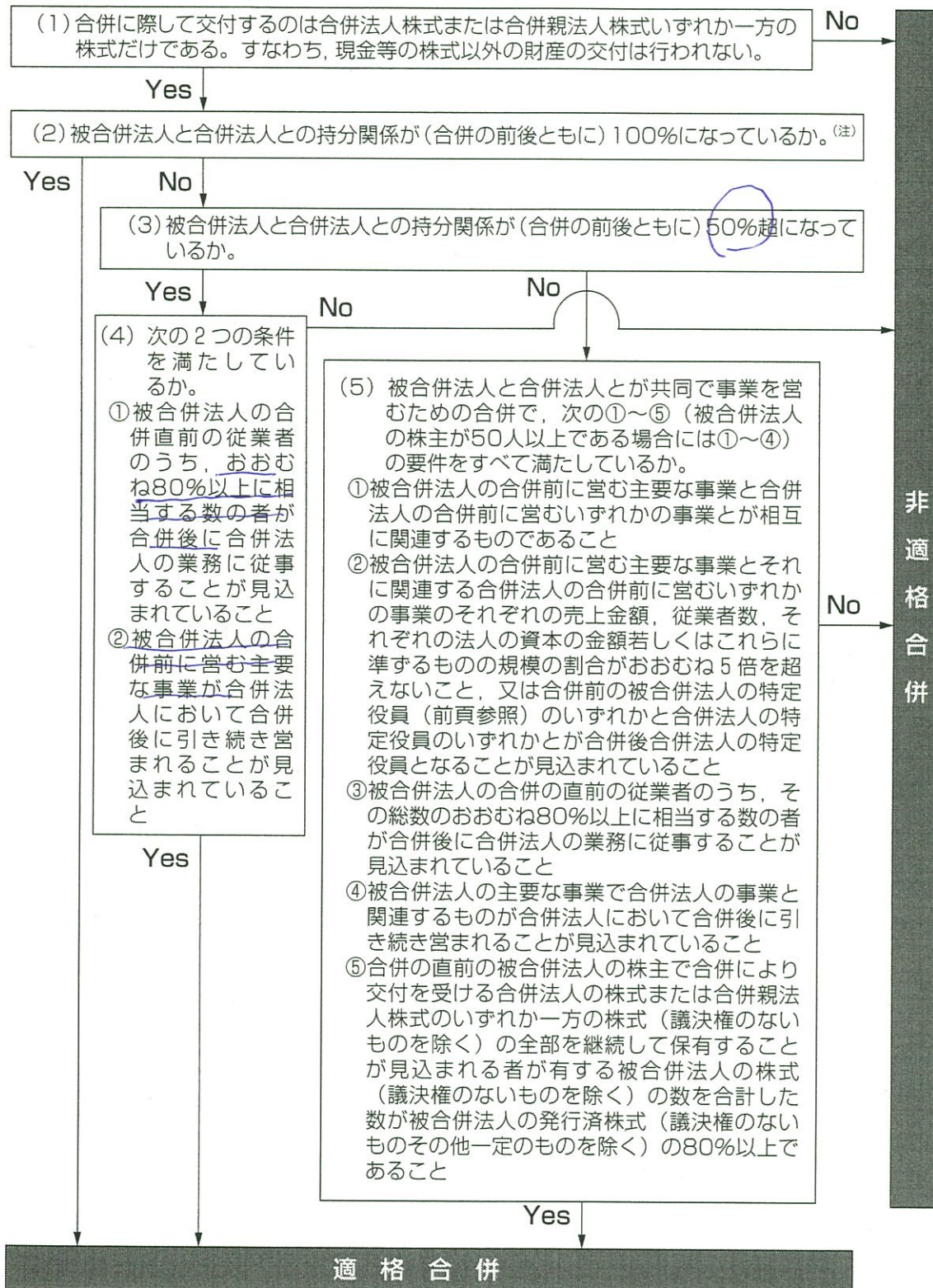


山内公認会計士事務所
yamauchi@cosmos.ne.jp

1. 適格合併（税務処理）

- (1) 被合併法人から合併法人への資産等の移転は簿価による。
- (2) 被合併法人において、譲渡損益は発生しない。
- (3) 被合併法人の利益積立金は、合併法人に引き継がれる。
- (4) 被合併法人の旧株の譲渡損益は発生せず、みなし配当も生じない。
- (5) 平成 22 年度税制改正
 - ① 合併法人において増加する資本金等の額の計算方法
 - ② 合併法人において増加する利益積立金額の計算方法
- (6) 支配関係等の定義(H22 改正)
 - ① 完全支配関係
「一の者」が法人の発行済株式等の全部を直接若しくは間接に保有する関係。100%兄弟会社間、100%グループ内の三角合併を含む。
 - ② 支配関係
50%超の関係
- (7) 無対価合併は原則として非適格合併となるが、企業グループ内の合併で、単に対価の交付を省略しただけと考えられる場合は適格合併として扱われる。
- (8) 増加する資本金等の額
適格合併により、合併法人において増加する資本金等の額は、被合併法人の合併の日の前日の属する事業年度終了時の資本金等の額から、合併による増加資本金額等及び抱合株式の帳簿価額の合計を減算した額となる。
- (9) 利益積立金額
純資産の額－増加した資本金等－抱合株式の帳簿価額
- (10) 抱合株式
 - ① 合併法人が合併前から保有している被合併法人の株式をいう。
 - ② 抱合株式については、合併交付株式等の割当てを行わない場合にも、税法上は新株割当が行われたものと合併法人においてみなし配当の計算を行う。
 - ③ 適格合併の場合は、抱合株式の帳簿価額を資本金等の額から減算する。
 - ④ 譲渡損益の計算は行わない。

〈適格合併判別フローチャート〉



(注) 従業員持株会及びストックオプションにより取得した株式が5%未満である場合は、持分算定上これらの株式を分母から除きます。また、上記の持分関係には親子関係の他、合併当事会社が兄弟関係で、かつ、合併後に株式の継続保有が見込まれるものが含まれます。

2. 適格合併と事業譲渡

2016.01.21

1. 適格合併（株式交付）の税務処理

A 社(合併側)				B 社(被合併)				A 社(合併後)			
資産	185	負債	80	資産	100	負債	70	資産	270	負債	150
B社株	15	資本	120	(含み益	10)	利益積立金	10		285	資本	150
						資本金等	20			自社株	△30
											△15

※被合併法人の資産には含み益 10 がある。

※合併法人に株式を割当交付

※B 社株は抱合株式となる

(1) B 社の資産等移転時の仕訳

(借) 負債	70	(借) 資産	100
利益積立金	10		
新株式	20		

(2) B 社の資産等移転後の B/S

新株式	20	資本金等	20
-----	----	------	----

(3) 次に B 社が移転資産等の対価として取得した A 社の株式は、直ちに B 社の株 B 主に交付したものと取り扱われる。

(4) B 社から株主への株式交付時の仕訳

(借) 資本金等	20	(借) 新株式	20
----------	----	---------	----

(5) A 社が B 社から資産等を受入れたときの A 社の税務処理

(借) 資産	100	(借) 負債	70
		資本金等	20 ※
		利益積立金	10

※資本金、資本準備金の割り振りは合併契約書で決める。

※無対価の場合は合併差益(資本準備金)となる。

(6) 抱合株式の処理

(借) 資本金等	15	(借) B 社株式	15
----------	----	-----------	----

2. 欠損金のある場合

(被合併欠損)					
資 産	170	負債	80	資 産	50
B社株	30	資本	120	負債	70
				資本	$\Delta 20$
				資 産	220
				負債	150
				資本	120
				合併差損	$\Delta 20$
				自社株	$\Delta 30$

3. 無対価合併（無対価合併）

資 産	170	負債	80	資 産	100	負債	70	資 産	270	負債	150
B社株	30	資本	120			資本	30			資本	120

※B社株の表現は？

資 産	170	負債	80	資 産	50	負債	70	資 産	270	負債	150
B社株	30	資本	120			資本	$\Delta 20$			資本	120
										未処理欠損	$\Delta 20$
										合併差損	$\Delta 30$

※B社株の表現？

3. 事業譲渡

A 社(譲受側)				B 社(譲渡側)				A 社(譲受後)			
資産	200	負債	80	資産	100	負債	70	資産	300	負債	150
		資本	120			資本	30			未払金	30
										資本	120
↓											
				未収金	30	資本	30				

4. A 社の B 社株

A 社				譲受財産				A 社(譲受後)			
資産	170	負債	80	資産	100	負債	70	資産	270	負債	150
B 社株	30	資本	120					B 社株	30	未払金	30
										資本	120
↑											

※B 社株は、譲渡又は償却できるか

5. B 社欠損の場合

A 社				B 社				A 社			
資産	170	負債	80	資産	100	負債	120	資産	270	負債	200
B 社株	30	資本	120			資本	△20	B 社株	30	資本	120
								営業権	20		
↓											
				B 社							
				資産	0	負債	0				
						資本	△20				

(適格) 吸収合併の手続

2016.01.18

1. 合併契約の締結（会 748、749）

- (1) 存続会社および消滅会社の商号および住所
- (2) 消滅会社の株主等に交付する対価に関する事項
- (3) 吸収合併の効力発生日

2. 合併契約に関する書面等の事前開示（会 782、794 施規 182, 191） 以下のいずれか最も早い日から、効力発生後 6 ヶ月を経過する日まで

- (1) 株主総会の 2 週間前の日
- (2) 株主に対する通知、公告のいずれか早い日
- (3) 債権者に対する通知、公告のいずれか早い日

3. 株主総会決議による合併契約の承認（会 783、795）

- (1) 効力発生の前日までに行う
- (2) 特別決議による
- (3) 簡易合併等では、株主総会決議は不要となる

4. 株券提出の手続（会 219）

消滅会社が株式を発行している場合
(通知、公告が必要)

5. 株式買取請求のための株主に対する通知・公告（会 785、797）

6. 債権者に対する催告および公告（会 789、799）

存続会社および消滅会社は、一か月以上の期間を定めて、官報による公告および知れたる債権者に対する個別催告を行わなければならない。

7. 合併に関する書類の備え置き（会 801）

効力発生日から 6 ヶ月間

8. 合併登記（会 921）

(1) 存続会社 変更の登記

(2) 消滅会社 解散の登記

吸収合併スケジュール（例）

2016.05.16

2016.01.19

	6/5			6/10		8/5	8/10	9/1		
(存続会社)	取締役会	合併契約締結	事前開示書類の備え置き	株主総会収集通知発送	債権者に対する公告・催告	株主に対する通知等	株主総会	合併期日	事後開示書類の備え置き	合併による変更登記
(消滅会社)	取締役会		事前開示書類の備え置き	株主総会収集通知発送	債権者に対する公告・催告	株券提出公告・通知	株主総会			解散登記

(その他)

3社の資本金変更
 3社の株式不発行
 TKの定款目的変更

9/16/15 R2-4

Q46: 対価の柔軟化

A46: 合併、分割等において株式の代わりに金銭のみの交付が出来るようになりました。

(但し、非違格とある)

現行商法では合併、分割、株式交換、株式移転に際して、消滅会社の株主、分割会社の株主、完全子会社の株主に交付される財産は存続会社、分割承継会社、完全親会社の株式に限定されています。

しかし、昨今企業再編の必要が高まり、国内に留まらず、外国企業との企業再編も取り沙汰されていますが、企業再編の対価が株式に限定されていることから、株式以外の金銭その他の財産も対価として交付することを認めるよう要望がありました。

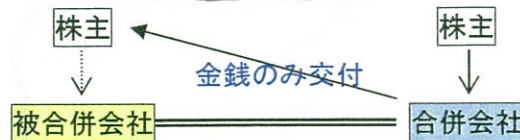
新会社法では吸収合併、吸収分割、又は株主交換の場合に消滅会社等の株主に対して存続会社等の株式を交付せずに、金銭その他の財産の交付することができるようになりました。

これに従い、株式に代えて交付される財産の評価によって、消滅会社の株主や債権者に影響を与えることとなりますので、その算定方法などを知らしめるために「消滅会社の株主に対する株式の割当てに関する事項についてその理由を記載した書面」「対価の内容を相当とする理由を記載した書面」の開示が定められました。

この対価の柔軟化により、次のような組織再編が可能となってきます。

○ 金銭のみによる合併(キャッシュ・アウト・マージャー)

消滅会社の株主に対して、金銭のみを交付する合併をいいます。この場合には存続会社は合併によっても合併前の株主構成が変わらずに再編を行うことが可能です。



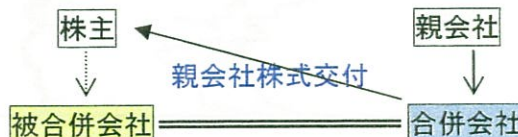
(被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、金銭を見返りにもらう)

現金渡し
売却と同様

○ 親会社株式による合併

消滅会社の株主に親会社の株式を交付する合併(三角合併)が可能です。

この方法で外国企業が日本に子会社を設立し、その子会社が他の日本企業を吸収合併する際、親会社である外国企業の株式を交付することにより、金銭を用いずに外国企業が国内企業を合併することが可能です。



(被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、合併会社の親会社の株式を見返りにもらう)

Ⅱ 営業権（のれん）の評価

1. 資産調整勘定と負債調整勘定

従来、事業譲渡における取扱いと基本的に同じと考えられていた**非適格組織再編**における**営業権**の取扱いは、平成18年改正の事業結合と分離等の会計基準とそれに応じた法人税法の改正により従来の営業権の取扱いとの違いを明確にした。

それは企業会計基準における**パーチェス法**の考え方であり、税法上も次のような点が具体化された。

法人税法	会 計
資産調整勘定	のれん（営業権）
差額負債調整勘定	負ののれん
退職給与負債調整勘定	退職給付引当金
短期重要負債調整勘定	特定勘定

従来の営業権に対応する資産調整勘定は、会計上の費用処理に関係なく、税務上は別表の加算減算を通じて、5年間の均等償却（法法62の8③～⑧）が強制される。

2. 営業権（負の営業権）

税務上、非適格組織再編等により交付した対価の金額（新株、金銭等の合計金額）が移転を受けた資産及び負債の時価純資産価額を超えるときは、その超える部分の金額について、資産調整勘定として取扱われる。逆の場合は差額負債調整勘定となる。（法法 62 の 8）

B/S			
資 産	1,000	負 債	1,200
資産調整勘定	200		

非適格組織再編により移転を受けた財産の時価が純資産額を超える場合には、営業権（資産調整勘定）を認識する。

但し、非適格組織再編により交付した対価の金額のうち一部に、仮に次のような寄附金に該当するものがある場合には、その部分については、資産等超過差額となり、資産負債調整勘定として取扱うことはできない。

① 営業譲渡の対価	1,000			
② 税務上の個別純資産	800			
③ 資産等超過差額	50	…	寄附金	… 注意が必要
④ 資産調整勘定 ①－②－③	150	…	営業権	(納得が)

(1) 営業権の償却（調整勘定の強制償却）

税務上、資産調整勘定を認識した場合には、5 年間の均等償却を行い、各事業年度の損金の額に算入しなければならない。（法法 62 の 8④、⑤）

差額負債調整勘定を認識した場合には、5 年間の均等償却を行うことで各事業年度の益金の額に算入する必要がある。

(2) 第 2 次組織再編における営業権の取崩しと引継ぎ

第 2 次組織再編が非適格合併に該当する場合には、資産調整勘定、差額負債調整勘定を全て取崩して、損金又は益金の額に算入する必要がある。（法法 62 の 8④、⑦）

第 2 次組織再編が適格合併に該当する場合には、それらは引継がれる。

しかし、非適格分割等の非適格組織再編については取扱いが規定されていないため、均等償却を継続していくことになると思われる。

3. 寄附金

非適格組織再編等による対価の額には、寄附金部分は除かれる。

(1) 適正時価での取引 (適正譲渡)

イ. 簿価純資産	70	
ロ. 個別資産の時価	80	(B/S の時価純資産)
ハ. あるべき事業対価の額	100	(営業権相当額 20 が含まれる)
ニ. 取引対価	100	(ハ－ロで寄附金はない)

受入法人	時価純資産	80	現金	100
	資産調整勘定	20		

払出法人	現金	100	簿価純資産	70
			譲渡益	30

(2) 払出法人から受入法人に対する寄附 (低額譲渡)

イ. 簿価純資産	70	
ロ. 個別資産の時価	80	(B/S の時価純資産)
ハ. 取引対価	80	(ニ－ロ、20 の寄附金の認識)
ニ. あるべき事業譲渡の対価	100	(営業権を含む対価)

受入法人	時価純資産	80	現金	80
	資産調整勘定	20	受贈益	20

払出法人	現金	80	簿価純資産	70
	寄附金	20	譲渡益	30

(3) 受入法人から払出法人への寄附 (高額譲渡)

イ. 簿価純資産	70	
ロ. 個別資産の時価	80	(B/S の時価純資産)
ハ. 取引対価	120	(ハ－ロ、20 の寄附金の認識)
ニ. あるべき事業譲渡の対価	100	

受入法人	時価純資産	80	現金	120
	資産調整勘定	20		
	寄附金	20		(償却の損金算入不可)

払出法人	現金	120	簿価純資産	70
			譲渡益	30
			受贈益	20

◎寄附金と資産等超過差額の区分 (前頁参照)

4. 資産等超過差額(損金処理が出来ない差額…寄附金)

制度の概要

資産調整勘定の金額のうち、「資産等超過差額」に相当する部分の金額については、資産調整勘定として認められないため、将来の事業年度において損金処理を行うことができない。

具体的な資産等超過差額の算定方法は以下の通りである。(法規 27 の 16)

- ①非適格分割の場合において、資産調整勘定が分割により移転を受ける事業により見込まれる収益の額の状況その他の事情からみて実質的に当該分割に係る分割法人の欠損金額に相当する部分からなると認められる場合のその金額
- ②分割法人 A 社における処理（資産調整勘定の認識）
これに対し、分割法人 A 社における受入仕訳は以下の通りである。

【会計上の仕訳】

諸資産	1,000	諸負債	100
		資本準備金	900

※：営業権に対する税効果は認識しない（適用指針 72）。

【税務上の仕訳】

諸資産	1,000	諸負債	100
資産調整勘定	100	資本積立金	1,200
資産等超過差額	200	(寄附金)	

※：前提条件に記載の通り、営業権の金額 300 のうち、200 について資産等超過差額として取り扱われ、残りの 100 については資産調整勘定として取り扱われる。

このように、会計上は営業権が計上されていないが、税務上、資産調整勘定が設定されていることから、この部分について加算調整が必要になる。

◎従って営業権の評価が重要である。

5. 資産負債調整勘定(差額負債調整勘定)

(1) 非適格分割において、旧会社の概ねすべての資産と負債が新会社へ分割される。

- ① 新会社が、時価で受入れた資産負債の差額(時価純資産)
- ② 新会社が交付した株式等の時価(資本金等)
- ③ ①と②の差を、資産調整勘定(差額負債調整勘定)という。

(2) 資産調整勘定(法法 62 の 8①)

時価純資産 < 資本金等(発行株式等分割対価)

新会社の受入れた 時価純資産額	800	資本金等 1,000	⊗5年間にわたり、月額 で減額(償却)し、損金算 入する
資産負債調整勘定 (分割の対価) ⊗	200		

この差額は受入時価純資産 < 事業価値(分割の対価)ということであり、営業権とも言うべきものである。

(3) 差額負債調整勘定

(2) とは逆に時価純資産 > 資本金等(分割対価)の場合は、差額負債調整勘定として5年間にわたり、月割で減額して、益金に算入する。

(4) 旧会社(分割法人)の税務処理

① 会計上の仕訳

新会社株式	×××	諸資産	×××
諸負債	×××	譲渡益	×××

② 税務上の仕訳(時価評価)も①と同じ

(5) 新会社(分割承継法人)の税務処理

① 会計上の仕訳

諸資産	×××	諸負債	×××
のれん	×××	剰余金	×××

② 税務上の仕訳(時価評価)も同様に資産調整勘定=のれん

(6) 償却性資産等の引継と償却

非適格分割により償却資産を引継いだ場合は、分割の日の前日までの償却費を計上することはできない。何故なら、分割時点の時価引継であるからである。

Ⅲ. 繰越欠損金の利用制限

1. 適格合併

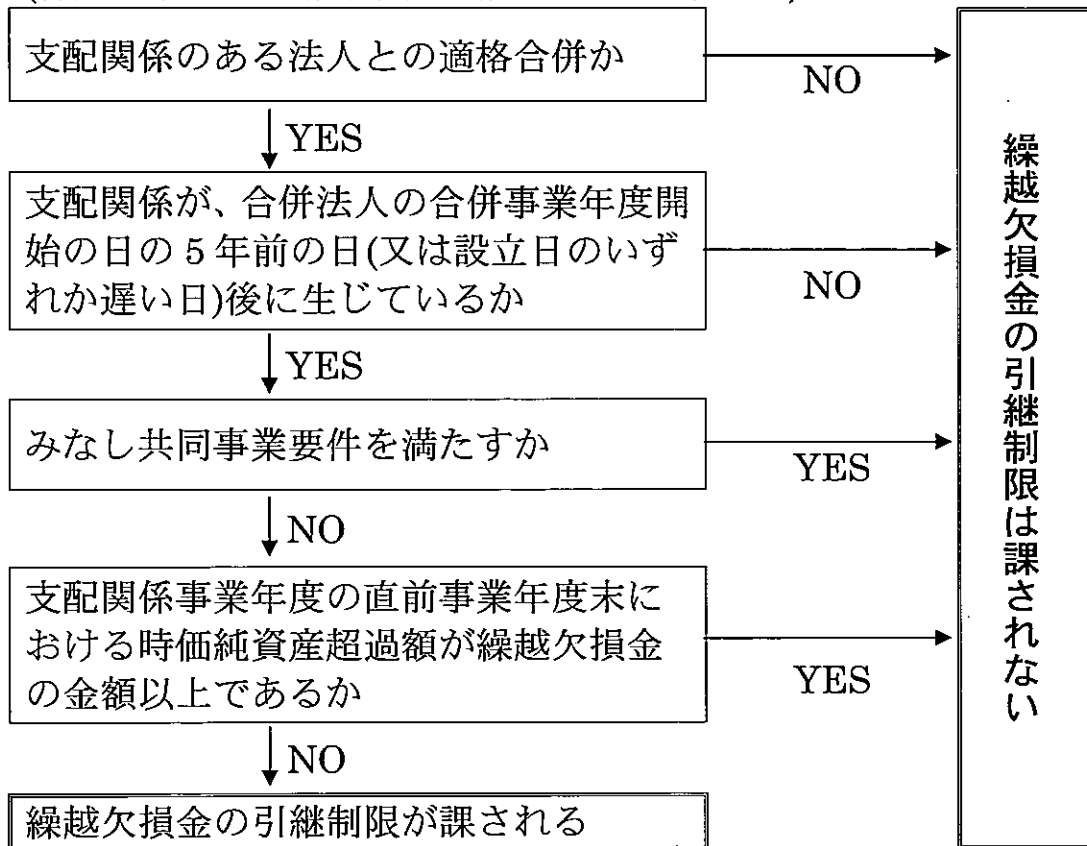
合併法人は、被合併法人の繰越欠損金を引き継ぐことができる。

2. 租税回避行為の禁止

多額の繰越欠損金を法人買収などにより不当に利用すること。

3. 5年以内のしほり

(繰越欠損金の引継制限の判定フローチャート)



(問) A親会社は、5年前に別の所有者からB欠損会社(青色欠損金△45百万円)の全株式を取得して、B社を100%子会社としました。

(答) 5年超50%超の支配関係ですね。5年の期間計算に注意して下さい。

5年超の支配関係があったか否かの判定は、適格合併を例に条文どおりに説明すれば、次の日のいずれか最も遅い日から継続して支配関係があったかどうかで判定する(法法57③)。

- 1 適格合併の日の属する事業年度開始の日の5年前の日
- 2 合併消滅会社の設立の日
- 3 合併存続会社の設立の日

特に、1については、支配関係発生の日から合併の日までの期間で判定するのではなく、合併があった事業年度開始の日までの期間で判定することに注意が必要だ。なぜなら、承継する被合併会社の青色欠損金は、それぞれ合併会社の直近の事業年度の青色欠損金として位置付けられるからだ。だから、事業年度開始の日から遡って5年の事業年度が判定要素となる。

(問) その後B子会社の利益は年1百万円程度で、現在△40百万円の青色欠損金が残っています。

(問) 今回A親会社は、B子会社を吸収合併することになりました。B子会社の青色欠損金は、今後のA親会社の利益から差引(損金算入)くことはできるでしょうか。子会社化する前の青色欠損金ということで少しひっかかります。欠損金を利用した過度の節税にならないでしょうか。

(答) 問題ありません。

(答) ではなぜ、要求される期間は5年なのか。組織再編成税制が創設された平成13年当時、青色欠損金の繰越期間が5年だったことが、その理由だと考えている人達が多いと思うが、それは違う。

会計法は、国の債権は5年を経過すれば援用を要せず時効消滅し、国の債務も5年を超えれば援用を要せず時効消滅としている（会計法30、31）。つまり、国は、5年を超えた過去の債権債務関係は問えないのだ。

そのため、その後の税制改正によって、青色欠損金の繰越期間が、7年、9年、10年と延長されたが、支配関係の継続が要求される期間は5年のままなのだ。

合併から5年を遡った時点で支配関係があれば、その時点における青色欠損金、あるいは含み損が、支配関係が成立する前に発生したのか否かを問えない。仮に、青色欠損金が7年前に成立した会社を6年前に買収して子会社にしたのであれば、それは含み損を外部から手に入れたことになり、理屈では合併によって引き継ぐことはできないはずだ。しかし、5年よりさらに昔に生じた欠損金と支配関係発生の前後関係を、国は問うことが出来ない。

7年前には発生した含み損が、支配関係が成立した後に実現したとしても、5年を遡って含み損の発生原因を解明することは出来ない。5年を遡って君の過去は問わない。それが会計法の思想だ。

(マネジメント・エッセンシャル版 73~75、113~114、124~125、128~137頁)

仕事は、成果を中心に考える。 *成果のないものは排除する。(ハックマン)*

○リーダー的地位にあるものは、プロフェッショナルの倫理を要求されている。マネジャーは、成功を約束することはできない、最善をつくすことしかできない。2500年前ギリシアの名医ヒポクラテスは、「知りながら害をなすな」と言った。それはマネジャーや専門家の最低限の心構えである。

○プロたる者は、顧客によって、支配、監督、指揮されてはならない。

理由もなく、他に支配されないことがプロの条件である。

責任の認識は仕事のピリオッドである。そこに踏み止まって自らの仕事に立向かうことができる。そして、自らのアウトプットを他の者のインプットにするには、他の者の気持が解らなければならない。

○マネジャーとは、「組織の成果に責任を持つ者」である。マネジャーを見分ける基準は、命令する権限ではない。貢献する責任である。責任がマネジャーを見分ける基準である。

○専門家にはマネジャーが必要である。彼らは理解してもらってこそ仕事ができる。自らの知識と能力を全体の成果に結びつけることこそ、専門家の最大の問題である。自らのアウトプットが他の者のインプットにならない限り、成果はあがらない。

○マネージャーの仕事(全体の仕事の成果)

(1) 投入した資源の総和よりも大きなものを生み出す。

(2) 直ちに必要とされているものと、将来必要とされているものを調和させる。

○最大の貢献(インド総督府の優れた行政能力)

○四つの阻害原因

①技能の分化 ②組織の階級化 ③階層の分離 ④報酬の意味づけ

リンカーンの話、ハルメットの話

13 The spirit of an organization

7-5

作成日

作成者

1. It is the purpose of an organization to "make common men do uncommon things."
2. It requires constant improvement of the competence and performance of the whole group; yesterday's good performance must become today's minimum, yesterday's excellence today's commonplace.
3. It's the abilities, not the disabilities, that ^{important} count.
主眼は能力

1. I shall never forget the university president who once told me:
"It is my job to make it possible for the first-rate teacher to teach." ... very few of the really good teachers do either.
2. The focus must be on strength.
3. What is necessary to produce the proper spirit in management must therefore be morality. It can only be emphasis on strength, stress on integrity, and high standards of justice and conduct.
4. Practice, not Preachment ^{only telling}
Morality does not mean preachment
5. Management therefore needs concrete, tangible, clear practices.

- CEO（最高責任者）の仕事とは何か。いくつあるか。41の仕事。
(A business needs a control governing organ and a control organ of review and appraisal)
- CEOの仕事の優先順位はどのように決めるか。目の緊急事項と重要な長期的な課題。CEOの仕事とは何か。
(this systematic organization of the job)
- CEOにとって、いかなる活動が最も重要か。どれだけ時間をキープすべきか。
(what activities come first?)
- トップマネジメントの仕事は1人の仕事として組み立てることは不可能であり、チームの仕事として組み立てる。チームの責任の所在。
(the job of a team of several men acting together)
- トップの報酬と上位2~3人の報酬の差。75%以上か。ゴーンさんの場合。
(a salary several times)
- 取締役会があるべき姿と役割。誰かが…。
(somebody has to…)

支店長の役割 → (取組) の能力up → 顧客

(トップマネジメント) … 成果をあげることを構成する2つの要素

① 実行 CEO
統治のための構成員

② 評価と査定
取締役会

(カバナンス) … 成果をあげることを

実践・実行

監視・リスク対応

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者 ジェフリー・A・クレイムズ 訳者 有賀裕子 2009年8月30日発行 ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

第5章 生来のマネジャーと中間管理者 (95～頁を読んで)

ちょうど南北戦争の終わった1870年頃、大企業と呼べるものが、アメリカ、ドイツ、イギリス、フランスで生まれた。これらの企業では、一族の中で最も有能な人物が、ファミリー企業を率いていた。いわゆる生来のマネジャーであるが、あるとき突然生まれながらの経営者に頼っていられなくなった。20世紀を迎え、第一次大戦を迎え、第二次大戦後のマネジメント・ブームを見ればよくわかる。大企業の数が急激に増し、経営者の需要が増え、マネジメントを教えたり、学んだりする仕組が欠かせなくなった。そこでその仕事をドラッカーが引き受けたのだという。

この面から「おそらく歴史上もっとも重要な経営書」である「現代の経営」が刊行されたのは、画期的な出来事であった。

それはマネジメントの発明とまで言われた。

中間管理層は第二次世界大戦後登場し、増加した。創業家の出身ではないが、優秀な人材をつなぎとめるには**中間管理者のポスト**が必要である。第二次大戦後、**復員兵援護法**により、政府はすべての復員軍人に大学の学費や起業資金を援助すると約束した。この法律により、それまで大学進学を考えられなかった**人々が雪崩を打って大学の門を叩いた。**その結果、高学歴の働き手**知識労働者**が何百万人も増え、マネジャーになる資格を身につけるツールが、かつてないほど強く求められた。

原文

孙子曰：凡用兵之法，将受命于君，合军聚众，交和而舍，莫难于军争。军争之难者，以迂为直，以患为利。故迂其途而诱之以利，后人发，先人至，此知迂直之计者也。

故军争为利，军争为危。举军而争利则不及，委军而争利则辎重捐。是故卷甲而趋，日夜不处，倍道兼行，百里而争利，则擒三军将；劲者先，罢者后，其法十一而至。五十里而争利，则蹶上军将，其法半至。三十里而争利，则三分之二至。是故军无辎重则亡，无粮食则亡，无委积则亡。

故不知诸侯之谋者，不能豫交；不知山林、险阻、沮泽之形者，不能行军；不用乡导者，不能得地利。故兵以诈立，以利动，以分合为变者也。故其疾如风，其徐如林，侵掠如火，不动如山，难知如阴，动如雷震。掠乡分众，廓地分利，悬权而动。先知迂直之计者胜，此军争之法也。

《军政》曰：“言不相闻，故为金鼓；视不相见，故为旌旗。”故夜战多金鼓，昼战多旌旗。夫金鼓旌旗者，所以一民之耳目也，民既专一，则勇者不得独进，怯者不得独退，此用众之法也。

故三军可夺气，将军可夺心。是故朝气锐，昼气惰，暮气归。故善用兵者，避其锐气，击其惰归，此治气者也。以治待乱，以静待哗，此治心者也。以近待远，以佚待劳，以饱待饥，此治力者也。无邀正正之旗，勿击堂堂之陈，此治变者也。

故用兵之法：高陵勿向，背丘勿逆，佯北勿从，锐卒勿攻，饵兵勿食，归师勿遏，围师必阙，穷寇勿迫，此用兵之法也。

(現代の経営 第13章 組織の文化から)

- 「組織の優れた文化」とは人の強味に焦点を合わせることであるとは解らないでもないが、組織の調整や人の弱味の問題は無視できるのか。相互間の配慮など。(焦点を合わすのは人の強味)
(the spirit of the organization)
組織の良否は、人の強みを引き出して能力以上の力を発揮させ、並みの人に優れた仕事ができるようにすることができるかにかかっている。同時に、人の弱みを意味のないものにすることができるかにかかっている。 (企業にとって)
- 「意味ある行動規範」や五つの実践規範を実践すれば、組織において多くの摩擦が起きるのではないか。独善主義を認めることにはならないか。組織に柔軟性が失われるのではないか。(誰にも見える基準)
(the principle of action)
優れた文化を実現するために必要とされるものは行動規範である。強味の重視であり、真摯さの重視である。正義の観念と行動基準の高さである。
行動規範とは口先のものではない。それが意味をもつには現実の行動の原理となる必要がある。言葉や説教やよき意図であってはならない。実践でなければならない。意味ある行動規範は、能力や態度とさえ関わりがない。それは目に見える行動である。誰にも見え、行え、評価できるものである。
- 5つの行動規範
- ①優れた仕事を求めること。劣った仕事や平凡な仕事を認めないこと。
 - ②仕事それ自体が働きがいのあるものであること。昇進のための段階ではないこと。(イメージ)
 - ③昇進は合理的かつ公正であること。
 - ④個人に関わる重要な決定については、それを行う者の権限を明記した基準が存在すること。上訴の道があること。
 - ⑤人事においては、真摯さを絶対の条件とすること。かつそれはすでに身につけているべきものであって、後日身につければよいというものではないことを明確にすること。

ダイジェストカンパニー

人を動かす

凡事の人間に凡事からなることをせよ、組織の目的あり

- 「優れた人間と間違い」について、組織に間違いを許容する気風や成功者の独善がはびこるようなことはないか。(行動に重点をおくこと)

(the better a man , the more mistakes)

平凡な仕事は、ほめることはもちろん許すこととしてはならない。目標を低く設定する者や、仕事ぶりが基準に達しない者をその仕事にとどめておいてはならない。別の部署に移すか、あるいは別の易しい仕事に移すべきである。もちろん「棚上げ」式の昇進など行ってはならない。

- 「経営管理者の体系的な評価とは何か」

独自の判断で、現場的で、非専門家的で、短期的で、非科学的なものにならざるを得ない感じであるが、具体的にはどのようなものか。

P.208 小ピットの話は長期的で、P.209 の短期的な例は上記に否定的であるか。

(systematic appraisal of managers)

成果の基準を高く設定するということは、目標を定める能力、その目標を達成する能力を体系的に評価するということでもある。経営管理者は体系的な評価の方法を知る必要がある。さもないければ、無駄な時間を使い、挙句の果てには知識ではなく勘によって決定を行うことになる。

部下もまた、経営管理者たる上司に対し、勘による決定ではなく**合理的な決定を要求する。なぜなら、それらの決定は上司が何を期待し、何を重要と考えるかを明らかにすべきものだからである。**

- 「判断には常に基準が必要である」とあるが、その基準とは具体的にどのようなものか。

(judgment always requires a definite standard)

部下とその仕事ぶりを評価することは、上司たる経営管理者の仕事である。そもそも上司たる経営管理者が自ら部下を評価しなければ、彼らを助けたり教えたりする責任を果たすことができない。また、人を適材適所に配置するという企業に対する責任も果たすことができない。

評価は、仕事に対して行わなければならない。評価とは判断である。判断には常に基準が必要である。判断とは、**一定の価値を適用することである。**明確かつ公にされた基準に基づかない判断は恣意である。評価する者とされる者の双方を墜落させる。

- マネジメントの報酬について、例えば「ゴーンさんの報酬」。ゴーン報酬 9.8 億円、トヨタ役員 27 人分上回る。

(compensation as reward and incentive)

The elements of the decision process

7-7-4

作成日

作成者

- 1 The clear realization, the problem was generic, so the decision established a rule, a principle
- 2 The decision is the "boundary condition", answer the problem has to satisfy it.
- 3 The thinking through what is "right"
- 4 The building into the decision of the action to carry it out
- 5 feed back

14. Chief Executive and Board

7-10

作成日

作成者

1. The bottleneck is at the head of the bottle.
No business is likely to be better than its top management,
2. A business needs a central governing organ and a central organ of review and appraisal.
3. One of the company president asked the question,
"Tell me how many heads and hand does this president of yours have?"
4. How disorganized is the CEO job.
混乱
There is no job that needs to be organized as carefully and as systematically as that of the chief executive.

1. The fallacy of the one-man chief executive.
2. In the end — after studying hundreds of corporations — the researchers discovered just one ^{crucial} clue.
" If the top executive in a company gets a salary several times as large as the salaries paid to Number 2 and 3, you can be pretty sure that firm is badly managed. But if the salary levels of the four or five ~~most~~ men at the head of the ladder are all close together, then the performance and morale of the entire management group is likely to be high.
3. Above all: what ~~at~~ activities come first? How much time must be set aside for them, no matter what "crisis" programs there are?

1 The Board cannot and must not be the governing organ that the law considers it to be. It is an organ of review, of appraisal, of appeal. Only in a crisis does it become an organ of action.

2 There are real functions which only a Board of Directors can discharge.
perform

(1) What the company's business is and what it should be.

(2) To give final approval to the objectives of company.

(3) approve capital-investment and budget.

(4) Watch the spirit of the organization

7 電話工の仕事の質の定義

検査工程の終了のレポート

電話工自身に仕事の質を管理させる

(1) 仕事は「何か」という問いかけ
 ー 顧客満足があること

(2) 仕事の質の担保

(3) テクニシズトは知識労働者であるべき認識

8 顧客は、何に対して、何の価値を求めると感じるか
 (土木機械の場合)

顧客のニーズを把握する

(電話工の場合)

利用者の満足 → 電話工一人ひとりに
 責任を委ねる。

自分自身を管理できるようにする
 (検査工程)

↓
 仕事の質の向上

マネタリーベース (マネーストック) (対 GDP)

	1985	1990	2000 兆円(%)	2011	
日本	28	70	100 (100)	150 (120)	— 貨幣供給大 GDP 成長少
米国	38	55	100 (100)	450 (170)	— 貨幣供給大 インフレ
中国	25	35	100 (100)	600 (650)	— バランス 輸出競争力
ユーロ			100	250	
イギリス			100	300	

B/S

世の中のお金			中銀の債務 (貸出)?	
現金	借入	≡	貸出	(通貨発行) 現金
預金				(預り金) 預金
準備金				
↓				↓
マネーストック				マネタリーベース

P/L

$$— \frac{\text{売上} - \text{原価}}{\text{付加価値}} = \text{GDP}$$

マネースtock(A)

(マネーサプライ) *flow*

マネタリーベース *stock*

金融部門の非金融部門に対する
債務の合計

マネースtock(A)
- (1)民間銀行の預金残高
+ (3)民間銀行の日銀当座残高
(3)

(1)民間金融機関の預金
(預り金)

↓

(2)民間の現金合計

(2)民間の現金合計
(3)民間銀行の日銀当座預金

↓

↓

民間の現預金残高

日銀の貨幣ベースの債務
中央銀行が民間(銀行)に供給するお金
市中銀行の信用創造機能

無理数 e

参考書 (対数eの不思議 堀場芳数著 1998.6 講談社刊)

H28. 5. 15
H27. 11. 2
H27. 7. 13
H27. 4. 13
H26. 11. 3

I 自然数 e

1. 自然対数 $\log_e a$ の底 e

$$e \doteq 2.718281828$$

$(1 + \frac{1}{x})^x$ の極限值

$x \rightarrow \pm\infty$ のとき、 $(1 + \frac{1}{x})^x \rightarrow e$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

又は

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

2. 指数関数 $y=e^x$

微分すると、

$$\frac{dy}{dx} = (e^x)' = ex$$

(微分しても同じ)

積分すると、

$$\int y dx = \int e^x dx = e^x + c \quad (c \text{ は積分定数})$$

となり、他のいかなる関数も持ちあわせない、不変というすばらしい性質を持っている。

$$\text{実数} \left\{ \begin{array}{l} \text{有理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{正、負の整数} \\ 0 \\ \text{分数、小数} \quad (\text{分数に過ぎない}) \end{array} \right. \\ \text{無理数} \left\{ \begin{array}{l} \text{代数的無理数} (\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{m}) \quad (\text{分数に過ぎない}) \\ \text{超越数} (e, \pi, i) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

3. ピタゴラスの定理

「直角三角形の直角をはさむ2辺(b,c)の上にできる2つの正方形の面積の和は、斜辺(a、直角に対する辺)の上にできる正方形の面積に等しい」

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}, \quad b = \sqrt{a^2 - c^2}, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

3つの辺の割合 $a : b : c = 5 : 4 : 3$

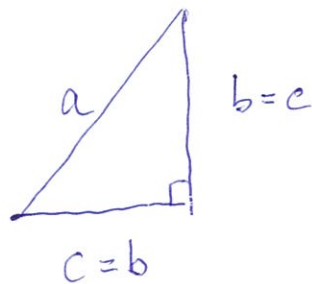
$$= 5 : \sqrt{5} : \sqrt{5}$$

ガウス (独 1777~1855) 数学の元首

ワイエルシュトラス (独 1815~97) 独学の大数学者

デデキント (独 1831~1916) 有名な無理数論

カントール (デンマーク 1845~1918) 集合論の祖



$$a \text{ の正方形} = a \times a = a^2$$

$$b \text{ の正方形} = b \times b = b^2$$

$$c \text{ の正方形} = c \times c = c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

数学上、きわめて重要な数

e

π

i

$$e^{\pi i} = -1 \quad e \text{ オフ } \pi \text{ の } i \text{ は た } i = -1$$

$$e^{\pi i} = -1, \quad i^2 = -1 \text{ から } e^{\pi i} = i^2 \quad e \text{ の } \pi i \text{ は 後情いっけい}$$

$$e^{\pi i} = -1 \quad e \text{ の } \pi i \text{ は } -1 \text{ だ}$$

4. 指数法則

(1) 乗法は指数を加える $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) 除法は指数を引く $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

(3) 累乗は指数を掛ける $(a^m)^n = a^{mn}$

$$\begin{aligned}\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} &= a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = a^{\frac{3+2}{6}} = a^{\frac{5}{6}} \\ &= \sqrt[6]{a^5} = (\sqrt[6]{a})^5\end{aligned}$$

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ において —① (指数の掛け算は指数の足し算)

$a^m = A$, $a^n = B$ とおくと、

$m = \log_a A$ —②, $n = \log_a B$ —③ となり、

$A \cdot B = a^m \times a^n = a^{m+n}$ となる。

これを対数になおすと、 $\log_a AB = m+n$ となる。

この式の右辺に②, ③を代入すると、

$\log_a AB = \log_a A + \log_a B$ となる。 (対数の掛け算は対数の足し算)

このことから、積の対数は対数の和となり、対数の掛け算は足し算に代えることができる。

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ —① において、 (指数の割り算は指数の引き算)

$a^m = A$, $a^n = B$ とおくと、

同様に $\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$ となる。 (対数の割り算は対数の引き算)

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$ —① において、

$a^m = A$ とおくと、 $m = \log_a A$ —② となり、 (指数のべき乗は指数の掛け算)

①式は、 $A^n = a^{mn}$ となる。

対数に直すと、 $\log_a A^n = mn$ で、この右辺に②を代入すると、

$\log_a A^n = n \log_a A$ となる。 (対数のべき乗は対数の掛け算)

このことから、A の累乗または、累乗根の対数は、A の対数に指数を掛ければよい ということになる。

5. 微分法の発見

- (1) $y=ax$ において、 x のおのこの値 a に対して、
微分係数 $f'(a)$ を対応させる関数を、 $f(x)$ の導関数 と言って、 $f'(x)$ で表わす。

いま、関数 $y=f(x)$ において、 x の増加分を Δx とし、 Δx に対する y の増加分を Δy で表わすと、

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

となる。

つまり、 $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ や、 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ は、直線の傾きである。

導関数を求めることが、関数を微分することになる。

- (2) $y=x^2$ の導関数

$$\begin{aligned} y' = \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x \Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) \\ &= 2x \end{aligned}$$

- (3) $y=x^3$ の導関数

$$\begin{aligned} y' = (x^3)' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 \Delta x + 3x \Delta x^2 + \Delta x^3 - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(3x^2 + 3x \Delta x + \Delta x^2)}{\Delta x} = 3x^2 + 3x \Delta x + \Delta x^2 \\ &= 3x^2 \end{aligned}$$

以上から、 n が正の整数のとき、 $(x^n)' = nx^{n-1}$ となる。

$$y = x^n \rightarrow y' = nx^{n-1} \text{ となり、}$$

6. 対数関数の微分

$h \rightarrow 0$ のとき $(1+h)^{\frac{1}{h}}$ を計算すると

h	0.1	0.01	0.001	0.0001
$(1+h)^{\frac{1}{h}}$	2.5937...	2.70481...	2.71692...	2.71814...

と一定の値 2.71828... に限りなく近づく。

この値をオイラーの無理数「 e 」と記す。

$e = \lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = 2.71828\ldots$ と無理数 e を定義した。

$y = \log_a x$ を微分すると (導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求める)

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x+\Delta x) - \log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} (\log_a(x+\Delta x) - \log_a x)$$

—— 差を $\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$ の基本公式を使って ——

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \frac{x+\Delta x}{x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$$

—— ここで $\frac{\Delta x}{x} = h$ とおくと、 $\Delta x = hx$ とおき、 $\Delta x \rightarrow 0$ のとき、 $h \rightarrow 0$ 、

$$\frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{h} \text{ とおくと } 0.5$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{h} \log_a (1+h) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_a (1+h)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \frac{1}{x} \log_a \lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x} \log_a e \text{ とおける。}$$

6. 対数関数の微分

何回も読み、書き

 $y = \log_a x$ の導関数は微分すると

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x + \Delta x) - \log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} (\log_a(x + \Delta x) - \log_a x) \quad \textcircled{*}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \frac{x + \Delta x}{x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$$

⊗ $(\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N})$ の基本公式

ここで、 $\frac{\Delta x}{x} = h$ とおくと、 $\Delta x = hx$ となる

$\Delta x \rightarrow 0$ のとき、 $\Delta h \rightarrow 0$ 、 $\frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{h}$ となることから、

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{h} \log_a(1 + h) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \frac{1}{x} \log_e e$$

ところが、 $h \rightarrow 0$ のとき $(1 + h)^{\frac{1}{h}}$ を計算すると、

h	0.1	0.01	0.001	0.0001	...
$(1 + h)^{\frac{1}{h}}$	2.5937...	2.70481...	2.71692...	2.71814...	...

と一定の値 2.71828... に限りなく近づく。

これをオイラーの無理数「e」と名付け、

$e = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} = 2.71828 \dots$ と無理数 e を定義した。

$y = \log_a x$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ は、

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x + \Delta x) - \log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{hx} \log_a(1 + h) = \frac{1}{x} \lim_{h \rightarrow 0} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}}$$

($\frac{\Delta x}{x} = h$ とおく)

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x} \lim_{h \rightarrow 0} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \frac{1}{x} \log_a \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x} \log_e e \quad \text{となる。} \quad \left(\text{上記で } e = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} \text{ とした} \right)^*$$

つまり、関数を微分するというのは、 Δx の変化に対する Δy の変化率である。
導関数を求めることである。

7. 指数関数と微分 (対数微分法)

何回も使う、書き
~~~~~

指数関数  $y=a^x$  ( $a \neq 1, a > 0$ ) として —①

両辺の自然対数をとると、

$$\log_e y = x \log_e a$$

両辺の対数をとって、両辺に同じ変数 (ここでは  $x$ ) について微分すると、対数微分法 という

両辺を別々に  $x$  について微分する

$\log_e y = u$  とおき、

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{y} \cdot y' = \frac{y'}{y} \text{ から}$$

$$\text{左辺は、} (\log_e y)' = \frac{y'}{y}$$

$$\frac{x \log_e a}{x} =$$

右辺は、 $(x \log_e a)' = \log_e a$  となることから、

$$\text{①の微分は、} \frac{y'}{y} = \log_e a \text{ から } y' = y \log_e a \text{ —②}$$

となる。

①式は、 $y=a^x$  となっているので、

②の関係式は、 $y' = y \log_e a = a^x \log_e a$ 、

つまり、 $(a^x)' = a^x \log_e a$  となる。

従って、 $y=e^x$  から、 $y' = y \log_e e = e^x \log_e e = e^x \times 1 = e^x$

つまり、 $(e^x)' = e^x$  となる。

$$(1) y = a^x \rightarrow y' = a^x \log_e a$$

$$(2) y = e^x \rightarrow y' = e^x$$

$$(3) y = \log_a x \rightarrow y' = \frac{1}{x \log_e a}$$

$$(4) y = \log_e x \rightarrow y' = \frac{1}{x}$$

(1) ~ (4) から得られる

いずれにしても、底に自然数  $e$  を用いると、たいへん簡単になることがわかる。

合成関数 ( $y=f(u)$  と  $u=g(x)$  の合成関数)

$y$  が  $u$  の関数で、 $y=f(u)$  と表わせ、 $u$  が  $x$  の関数で、

$u=g(x)$  と表わせるとき、 $y$  は  $x$  の関数であり、

$$y=f(u)=f\{g(x)\} \text{ と表わすことができる。}$$

$y=a^x$  を  
 $y=e^x$  とすると、

$$y=a^x$$

$$\text{①式の } a^x = y \text{ から}$$

$$(a^x)' = y' \text{ から}$$

$$\log_e e$$

## 8. 不定積分

微分法の定義は、関数  $f(x)$  において、

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

つまり、関数を微分するということは、導関数を求めることである。

*△x 軸の x 軸方向に△x だけ変化する、△y だけ変化する*

いま、 $F'(x) = f(x)$  という関係があるとき、

いいかえると、 $F(x)$  の導関数が  $f(x)$  になっているとき、

$F(x)$  を  $f(x)$  の原始関数といい、

$F(x) = \int f(x) dx$  と表わし、*dx を加えて積分、掛ける L F(x) になる*

$F(x)$  を  $f(x)$  の「不定積分」という。

つまり、 $F'(x) = f(x)$  と  $F(x) = \int f(x) dx$  とは

全く同じことを、別々の記号で表したことになる。

$x^2$  の導関数は、 $2x$ 、 $2x$  の原始関数は  $x^2$

( $x^2 + 1$ 、 $x^2 + 2 \dots$  等無数にある)

前頁 ----

たとえば、関数  $y = (2x^2 + 1)^3$  は、 $u = 2x^2 + 1$  とおくと、

$y = u^3$  とおくと、 $y = u^3$  と  $u = 2x^2 + 1$  の合成関数となる。

合成関数の微分法については、 $y = f(u)$ 、 $u = g(x)$  のとき微分可能ならば、この合成関数  $y = f(g(x))$  の導関数は、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \text{ とおす。}$$

## 9. 定積分

$$= \left[ F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a) \text{ とする.}$$

いま、関数  $f(x)$  を区間  $[a, b]$  において連続な関数として、 $f(x)$  の定積分を

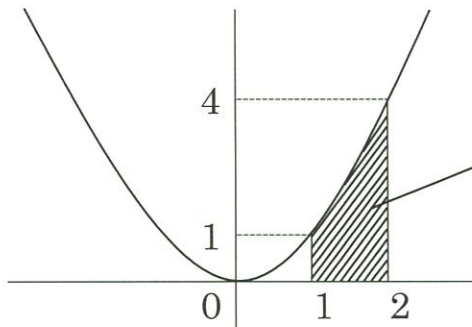
$$\int_a^b f(x) dx \text{ で表わす.}$$

ここに区間  $[a, b]$  と言うのは、 $b - a$  のこと、 $a \leq x \leq b$  のことである。つまり、両端の定まった  $x$  の値のこと。(1対1区間)

( $x$  軸の間の部分で)

$y = x^2$  の  $x$  軸の  $a(x=1)$  から  $b(x=2)$  までの面積  $S$  を定積分で求めると

$$S = \int_1^2 y dx = \int_1^2 x^2 dx = \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ となる.}$$



$\frac{6}{3}$  一辺1の正方形2つ分  
 $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{3}$

約束

微分法の定義は、関数  $f(x)$  において、 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$  を求めること、つまり、関数を微分するとは、 $\Delta x$  の変化に対する  $\Delta y$  の変化を求めること、導関数を求めることとした。

さらに、 $F'(x) = f(x)$  といふ関数があるとき、いふこと、 $F(x)$  の導関数が  $f(x)$  ( $F(x)$ ) になっているとき、 $F(x)$  を  $f(x)$  の「原始関数」といふ。

$$F(x) = \int f(x) dx \text{ と表わすことにする.}$$

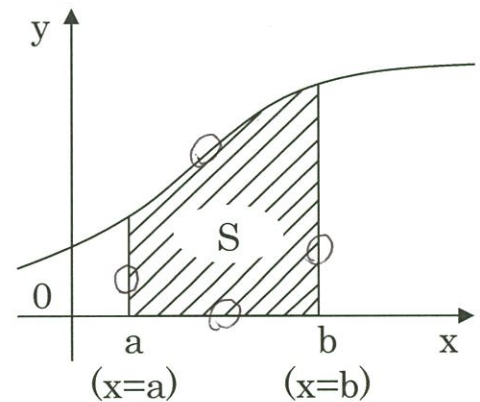
このとき、 $F(x)$  を  $f(x)$  の「不定積分」とも言う。

つまり、 $F'(x) = f(x)$  と  $F(x) = \int f(x) dx$  とは、同じことを別の記号で表している。

## 10. 面積を求めると

図において、 $x=a, x=b, y=f(x)$ と  $x=0$ ( $x$  軸)に囲まれた部分の面積は、定積分で、

$$S = \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b \\ = F(b) - F(a) \text{と計算できる。}$$



$y = x^2$ において、この曲線と  $x$  軸の間の部分で  $x = 1$  から  $x = 2$  までの面積  $S$  を定積分によって求めると、

$$S = \int_1^2 ydx = \int_1^2 x^2dx = \left[ \frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} \\ = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{となる。}$$

すなわち、1 辺 1 の正方形 2 と  $\frac{1}{3}$  だということになる。

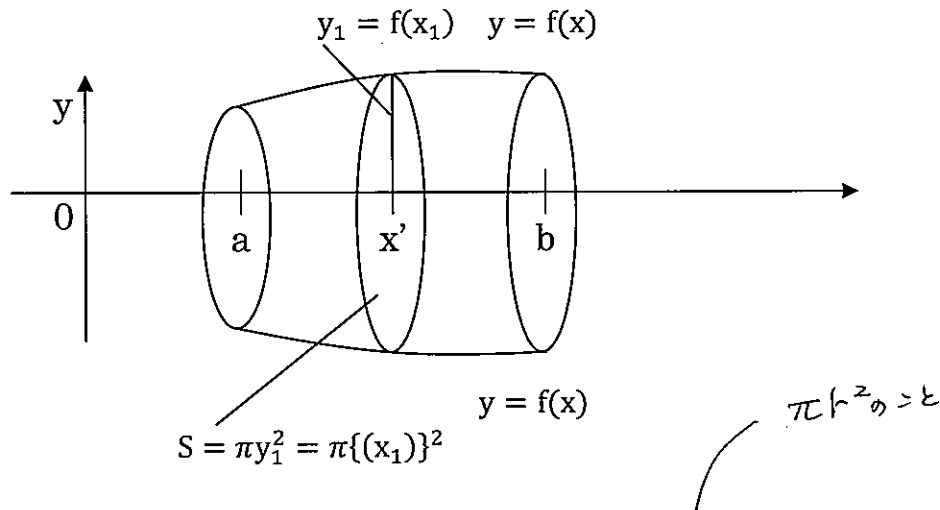
指数関数  $e^x$  は微分すると、 $(e^x)' = e^x$  となる。  
 $f(x) = e^x$  とすれば、原始関数  $F(x)$  の一つは、 $F(x) = e^x$  で、  
 積分すると、 $\int e^x dx = e^x + C$  となる。  
 $e^x$  の導関数は  $e^x$  で、 $e^x$  の原始関数は、定数  $C$  を除いて  
 $e^x$  であり、指数関数  $e^x$  は、微分しても積分しても、  
 形がかわらないという奇妙な性質をもつ関数である。

人類は数千年前の「ヒリツクレ法」から始めて、17世紀の「微分法」  
 までの間、約2000年近くかかった。定積分の発見に始まったこと  
 に尽きる。

## 11. 体積を求めると

$x$  軸のまわりで、曲線  $f(x)$  を回転させると、回転体ができる。

$x = a$  から  $x = b$  までの間の体積  $V$  は、 $x = x_1$  における  $x$  軸に垂直な平面の切口の面積  $S$  を、 $x = a$  から  $x = b$  まで定積分すればよいことになる。



切り口の面積  $S$  は、半径が  $y_1$  なので  $S = \pi y_1^2 = \pi \{f(x_1)\}^2$  と計算できる。  
従って、

$$V = \int_a^b \pi y^2 dx = \int_a^b \pi \{f(x)\}^2 dx = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx \text{ となる。}$$

また、球の体積は、半径を  $r$  とすると、中心が座標の原点  $0$  をとって、  
曲線(円)の方程式は、

$$x^2 + y^2 = r^2 \rightarrow y^2 = r^2 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{r^2 - x^2} \text{ となる。}$$

$x = x_1$  における球の切り口の面積は、

$$S = \pi y_1^2 = \pi (r^2 - x_1^2) \text{ となる。}$$

そこで球の体積は区間  $[0, r]$  の半径の体積の 2 倍として、

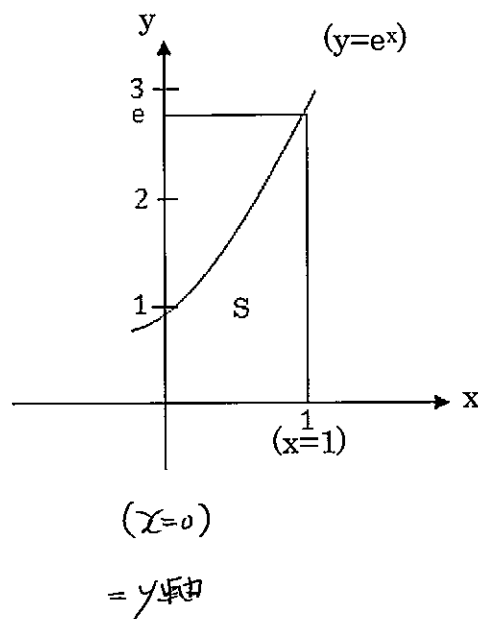
$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^r (r^2 - x^2) dx = 2\pi \left[ r^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^r \\ &= 2\pi \left( r^2 \cdot r - \frac{r^3}{3} \right) = 2\pi \left( r^3 - \frac{r^3}{3} \right) \\ &= 2\pi \cdot \frac{3r^3 - r^3}{3} = 2\pi \cdot \frac{2}{3} r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ となる。} \end{aligned}$$

半径が 2 倍になると、体積は  $2^3$  倍、 $n$  倍になると体積は  $n^3$  倍になる。

12.  $e^x$  の定積分

右の図のように、 $y$  軸( $x=0$ )と、 $y$  軸に平行な直線  $x=1$  との間で、曲線  $y=e^x$  と  $x$  軸に囲まれた部分の面積を  $S$  とすると、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 \\ &= e^1 - e^0 = e - 1 = 2.71828 \dots - 1 \\ &= 1.718 \text{ となる。} \end{aligned}$$

無理数  $e$ 

オイラー(Euler)の発見、「自然対数  $\log_e a$  の底  $e$ 」のこと  
 $e$  の近似値は、 $e = 2.718281828459 \dots$

この無理数  $e$  の値は、 $x$  を限りなく大きくしたときの、 $(1 + \frac{1}{x})^x$  の  
 極限値で、

$$x \rightarrow \pm \infty \text{ のとき、} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow e$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \text{ と書く。}$$

$$\text{また、} x \rightarrow 0 \text{ のとき、} (1+x)^{\frac{1}{x}} \rightarrow e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \text{ と書く}$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots \text{ と表す}$$

$$= 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \dots + \frac{1}{n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} + \dots \text{ と表す}$$

### 13. 2つの関数、 $f(x)$ と $g(x)$ の積の関数の積分

公式によると、

$$\{kf(x)\}' = kf'(x) \quad (\text{定数}k\text{は定数})$$

$\{f(x) \pm g(x)\}' = f'(x) \pm g'(x)$ となっている。

今、 $y=f(x) \cdot g(x)$ を微分すると、

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} \text{ となり、}$$

分子を書き直して、

$f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x+\Delta x) + f(x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)$ とする。

$$\begin{aligned} y' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \times g(x+\Delta x) + f(x) \times \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right\} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot g(x+\Delta x) + f(x) \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta x \rightarrow 0$ のとき

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right) = f'(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x) = g(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = g'(x) \text{ となるので、}$$

$$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ となる。}$$

このことから

$$\{f(x) \cdot g(x)\}' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ となる。}$$

ここで、この式の両辺を  $x$  について積分すると

$$f(x) \cdot g(x) = \int f'(x) \cdot g(x) dx + \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

となり、

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$$

となる。

この式を使って積分する方法を、「部分積分法」という。この式の意味は、ある関数  $f(x)$  と別の関数  $g(x)$  の導関数  $g'(x)$  の積になっている関数に限って、2つの関数の積  $f(x) \cdot g'(x)$  が積分できるということ

14.  $\log_e x$  の積分は

$e$  を底とする対数関数  $y = \log_e x$  の積分,  
 $\log_e x$  の導関数は,  $(\log_e x)' = \frac{1}{x}$

$\log_e x$  の積分  $\int \log_e x dx$  については,  $\int \log_e x \cdot 1 dx$  として,  $(x)' = 1$  とし,

仮定  $f(x) = \log_e x$  と,  $g'(x) = (x)' = 1$  とする.

$g(x) = x$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x}$  とする.

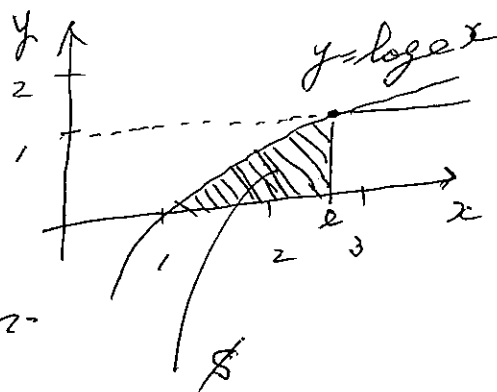
$$\int \log_e x dx = \int \log_e x \cdot 1 dx = x \cdot \log_e x - \int \frac{1}{x} \cdot x dx + C_1$$

$$= x \cdot \log_e x - \int dx + C_1 = x \cdot \log_e x - x + C_1 + C_2$$

$$= x(\log_e x - 1) + C \quad (C = C_1 + C_2) \text{ とする.}$$

左の図で,  $y = \log_e x$  と  
 $x$  軸との間で,  $x=1$  から  $x=e$  までの

の面積  $S$  は



$$S = \int_1^e \log_e x dx = \left[ x(\log_e x - 1) \right]_1^e = e(\log_e e - 1) - 1(\log_e 1 - 1) \\ = e(1 - 1) - \log_e 1 + 1 = 1 - \log_e 1 = 1 - 0 = 1 \text{ となる. } S = 1 \text{ とする.}$$

この例で,  $x=2$  から  $x=e$  までの面積  $S$  は,

$$S = \int_2^e \log_e x dx = \left[ x(\log_e x - 1) \right]_2^e = e(\log_e e - 1) - 2(\log_e 2 - 1) \\ = -2 \log_e 2 + 2 \text{ となる. } \log_e 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} e} = \frac{0.3010}{0.4343} \approx 0.6931 \\ \therefore S = -2 \times 0.6931 + 2 = 0.6138$$

15.  $e$  の計算

$e$  の値は無限数列の和として求むられ、

その値は、循環しない無限小数である。

$$e \text{ の定義は } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{または} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$f(x) = e^x$  とおいて、無限級数に展開すると、

$$f(x) = e^x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n + \dots \quad \text{--- ①}$$

この式で、 $x=0$  とおくと

$$f(0) = e^0 = 1 = a_0 \quad \text{よって} \quad a_0 = 1$$

ここで、 $n$  次導関数を求めると、 $n$  次導関数  $e^x$  は、

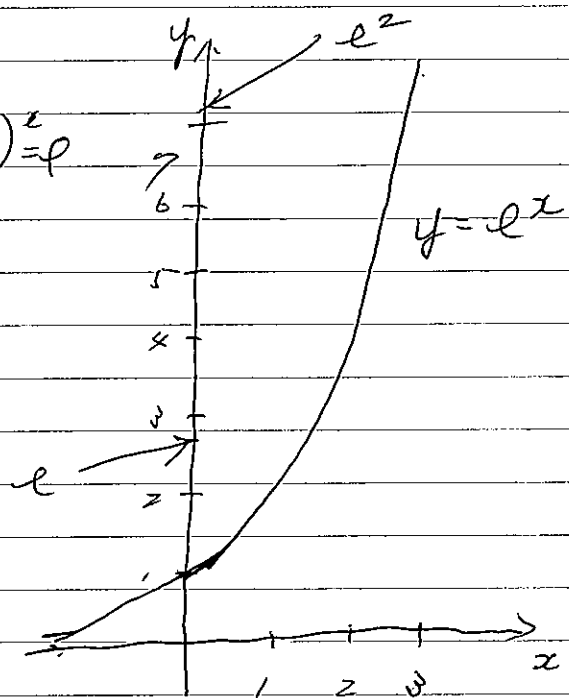
微分しても積分しても、その形は変わらないから、

$$f'(x) = (e^x)' = e^x = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + \dots + n a_n x^{n-1} + \dots \quad \text{②}$$

中略 (要項 427)

$$\text{つまり、極限値 } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \text{ となる}$$



$e$  は確率・統計にも登場する

(1) 対数関数の微分

$$\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = e$$

(2) 対数関数  $\log_e x$  の導関数は  $\frac{1}{x}$

(3) 指数関数も底を  $e$  とすれば,  $e^x$  は微分して  $e^x$ ,  
積分しても  $e^x$  でまったく形が変わらない

(4)  $e^{\pi i} = -1$

(5) 幾何学 geometry 土地を測る (紀元前)

(6) 代数学 algebra 移項の意味 (6~7c)

(7) 確率 probability ラッラス (19c中)

(8) 統計学 statistics ヒアーン、カト (19c末)

(9) 推測統計学 統計学の発展 不確実、推測 (20c)

数学的確率 mathematical probability

経験的確率 experimental probability

- ⑧ 袋の中に白球 5 個と赤球 3 個が入っている。  
 この中から 2 球を取り出すとき、白と赤をそれぞれ  
 1 球ずつ出る確率

8 個の中から 2 個取り出す組合せの数は、

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2} = 28 \text{ 通り}$$

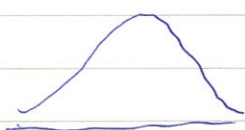
白 1 球の出方は、 ${}_5C_1 = 5 \text{ 通り}$ 、

赤 1 球の出方は、 ${}_3C_1 = 3 \text{ 通り}$ 。

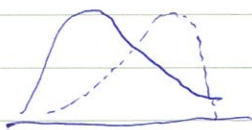
白と赤の確率は

$$p = \frac{{}_5C_1 \times {}_3C_1}{{}_8C_2} = \frac{5 \times 3}{28} = \frac{15}{28}$$

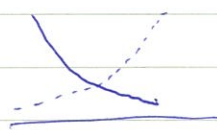
- ⑨ 度数分布曲線の形



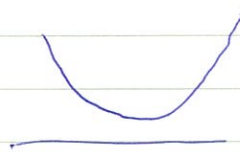
対称形  
つり合った形



非対称形



L(J)字形



V(U)字形

- ⑩ 平均値

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

$x_1$  が  $f_1$  個、 $x_2$  が  $f_2$  個、 $x_3$  が  $f_3$  個、 $x_j$  が  $f_j$  個あるとき

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_j x_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^j f_k x_k$$

① 階級値 階級の中央値  $\rightarrow 144 \sim 149 \rightarrow 145.5$

中央値、モード、中位数  $\rightarrow x_{(n+1)/2}$  中央の値

最頻値、モード、最頻値  $\rightarrow$  度数の最も多い階級値

代表値

偏差 平均値からのずれ

分散 偏差の平方の平均値  $\sigma^2$  または  $s^2$

標準偏差 分散の正の平方根  $\sigma$  または  $s$

$N$  個のデータがあるとき、その値を  $x_1, x_2, \dots, x_N$  とすると  
 この平均値  $\bar{x}$  の差の列  $x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_N - \bar{x}$  を  
 「平均からの偏差」という

$$\frac{1}{N} \{ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2 \} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2 = \sigma^2$$

$\sigma^2$  は分散であり、

標準偏差  $\sigma$  は、

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2}$$

これは  $f$  の重みの和のとき

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 f_k}$$

となる。