第 6 回　企業価値の評価

（生きた企業をどう評価するのか）

（経営資源の実現）

会計と経営のブラッシュアップ
平成27年11月2日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業価値評価ガイドライン　日本公認会計士協会編)(株式・新株予約権の評価と実務マニュアル　茂腹敏明著　2006.4 清文社発行)(M&Aとガバナンス　井上光太郎外著　H18.3 中央経済刊)

Ⅰ　企業価値とは何か

①企業価値とは企業が将来にわたって生み出す価値の合計
②価値とは企業に対する社会の評価の結果

1．企業とは　、継続して、価値を生み出す　（経営資源の実現）

(1) 価値を出来るだけ多く実現し続けることを目的として設立される
(2) 価値をあげ続けるためには社会に対して役立たなければならない
(3) 「企業価値を創造せよ、さもなくば撤退せよ」とは、(1)、(2) を要約したものでいつの時代にも変わらない原則である。

会計は企業価値の表現と報告であるべき!!

2．ライブドアや村上事件は、継続的価値（企業価値）を目標としたか

ニッポン放送に対する敵対的ＴＯＢ（株式公開買い付け）は、企業価値を充分に高めて経営を行っていない企業に対して、株式を買い集め、その経営権を握って**企業価値を高めよう**とする者からの買収攻撃でもあった。

村上ファンド（非効率な企業経営を行う企業に対し「**もの言う株主**」として資産の有効活用による企業価値の向上等を提案した）はライブドア代表者らからニッポン放送株式の獲得（目標 3 分の 1）の情報を得て、同株の買付を行ない、ライブドアの株式取得中（5%）に株式を売却して利益を得た。H21. 2. 3 東京高裁は村上世彰氏の**インサイダー取引**を認定し、懲役 2 年（執猶 3 年）及び罰金 300 万円、追徴金 11. 49 億円の判決を言い渡した。

1-3

コラム

"日本株式会社"の株主構成はどう変わるのか

2015年6月29日

金融調査部 主任研究員　太田 珠美

2015年6月18日に東京証券取引所・名古屋証券取引所・福岡証券取引所・札幌証券取引所から「2014年度株式分布状況調査の調査結果について」が公表された。投資部門別株式保有比率（金額ベース）を見ると、外国法人等（以下、海外投資家）が前年度比プラス0.9%ptの31.7%と過去最高を更新する一方で、個人・その他（以下、個人投資家）は前年度比マイナス1.4%ptの17.3%で過去最低となった（図表1）。この他、金融機関は前年度比0.7%ptプラスの27.4%、事業法人等は前年度と同じ21.3%となった。なお、事業法人等の保有比率には自己株式（金庫株）が含まれており、3.4%は金庫株保有によるものである。日本の株式市場全体を1つの会社とみなせば、海外投資家が一番の大株主で、次いで金融機関、事業法人等、個人投資家ということになる。

事業法人や金融機関（うち銀行）の保有比率は今後低下するかもしれない。2015年6月1日から実施されたコーポレートガバナンス・コードは、上場会社の経営陣に対して政策保有株式の経済合理性や将来の見通しを検証することを求めており、今後上場会社による政策保有株式の精査が進むことが予想される。2015年6月20日付の日本経済新聞朝刊によれば、既に新日鐵住金や三菱地所、コマツ等、いくつかの上場企業が政策保有株式の削減方針を打ち出しているという。

また、2015年6月22日の産業競争力会議で公表された「『日本再興戦略』改訂2015」の素案には"金融機関のガバナンスや経営体力強化に向け、（中略）政策保有株式の縮小等の動きを引き続き注視する"という内容が明記された（ここでいう金融機関とは実質的には銀行である）。銀行の株式保有に対して厳しい視線が向けられており、今後削減が進む可能性がある。

事業会社や銀行が政策保有株式の削減を進めた場合、その受け皿が気になるところだ。参考までに諸外国の株式の投資部門別保有比率を確認したところ、イギリスやドイツの上場株式は海外投資家の保有比率が5割を超え、最大となっている（図表2）。アメリカは非上場株式も含んだ数値になるが、金融機関の保有比率が5割弱、次いで家計・対家計民間非営利団体が4割弱となっている。

日本は国内の家計金融資産が潤沢であることから、個人投資家が直接、もしくは金融機関（機関投資家）を通じて間接的に受け皿になる（保有比率を増やす）ことが自然であるように思われる。しかし、グローバル展開を積極的に行っている企業は、より多くの海外投資家に株主になってもらいたいと考えているかもしれない。企業がどのような投資家に株主になってもらいたいか考え、それをIR活動や資金調達方法に反映させることが最終的な株主構成に大きく影響する。企業のIR戦略・財務戦略が従来以上に問われることになりそうだ。

5．公正価値とは

金融商品の市場価額、**資産の証券化**、**企業の評価**などにおいて、**公正価値**が要求される。

(1) FASB、IASBの定義「測定日における**市場参加者の秩序ある取引**のなかで、ある資産を売却することで受取るであろう価格、あるいはある負債を移転することで支払うであろう価格、時価が想定される

(2) **公正価値**
一般的には**時価**である。多数の売手と買手が**経済合理性**により**市場を通じて取引**するときの価格によって資産を評価した額をいう。活発な取引が成立する市場等の存在により、**客観的妥当性**が存在すると考えられる。

(3) **いかに公正価値を見積るか（企業評価の場合）**

①コスト・アプローチ
時価純資産評価額である。
すべての資産項目と負債項目の時価を個別に評価して、その差額である時価ベースの純資産を株主価値とする評価方法。

②インカム・アプローチ
過去及び将来の利益（**年間基準利益**）を計算し、資本還元率（マーケットリスクプレミアム）で資本還元する方法である。一連の予測経済利益を**適切な割引率または資本還元率**によって**現在価値**に割引いて算定する。

③マーケット・アプローチ
公開会社の場合には時価である「**市場株価方式**」を適用し、未公開会社の場合には「**類似公開会社方式**」又は「**類似取引方式**」を適用する。
マーケット・アプローチの利点は、実際の株価、取引額に基づいているという実証的な面はあるが、欠点としては、類似公開会社又は類似取引の選定などの困難な点がある。

客観性のある評価
行い得るか？

(4) **リーマンショック**
2008年9月の金融危機による**金融市場の機能不全**は、公正価値会計に対する不信を起こした。
IASBは同年10月に「**市場が活発でない場合**の金融商品の公正価値と開示」を公表し、市場が活発でない場合には、市場価格をベースとした**修正理論価格**といった合理的に算定された価額を開示し、公正価値とすべきとした。

企業評価が 活発市場の客観性と共に景気に左右される

WACCの計算

B／S

A 運転資産 固定資産	運転負債	営業成果税引後 EBITAT として価値還元される部分 (A)
	B 長期負債	営業成果 (A) から控除される部分 (B)
C 遊休資産	D 純財産	どのように考慮されているのか、間接的か?直接法は?
		営業成果 (A) に加算される部分 (C)

WACCによる企業評価・・・・（A）－（B）＋（C）

	EBITAT	計算 P/L	
売上高	100, 000	100, 000	
原価・経費	95, 000	95, 000	
営業利益	5, 000	5, 000	
税金（40%）	2, 000	—	
利息	-900	-900	
税金	+360	—	
税前利益	4, 100	4, 100	
(税金)	(-1, 640)	(-1, 640)	
税引利益	2, 460	2, 460	(価値還元される営業成果)

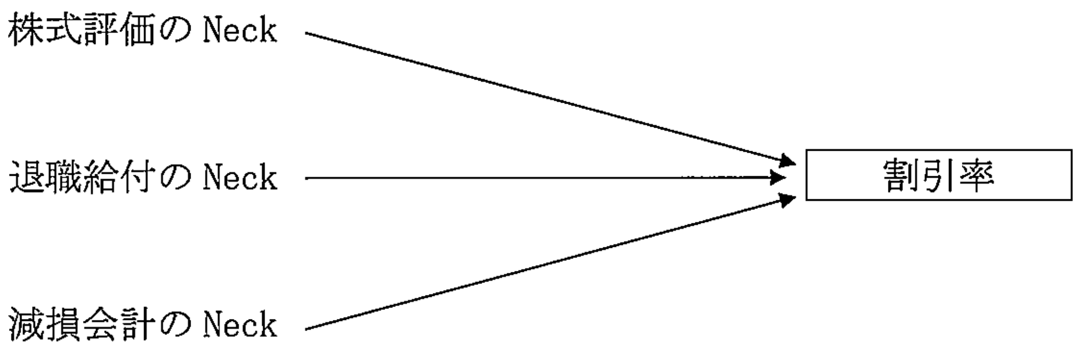
評価とは

目的資産のリスクを反映する適切な割引率(期待収益率か？)を求め、
その率を用いて、その資産の収益の期待値(実現収益か？)を割引く。

税引後期待値(年) ------------ 将来変動
―――――――――――――
税引後割引率 ------------ リスクマイナス ｛ 収益リスク / 資産リスク

市場リスク ― 利子率など
経済全体のマクロ的条件によって引起されるもの

個別リスク ― 工場に置ける事故のように個別の経済主体に固有の
事情によって引起されるリスク



評価方法の比較

時価純資産法

従前分	100,000③	評価益	200,000
時価評価資産	100,000①		
営業権評価	100,000②	資本金	20,000
		剰余金	80,000

収益還元法

企業評価	200,000④
剰余金	56,000⑤ (80,000×.07)
	256,000

①+②+③=300,000

超過収益力

平均利益率= 5%

当社 〃 =10%

差⊕5%の評価

利益 10,000/年÷0.05
=200,000

自己資本利益率(税前)差⊕5%

5年間の差益

⊕5,000/年

5,000÷0.05=100,000②

①時価純財産

②営業権評価超過収益力を加味

③従前分

①+②+③=300,000

④収益還元(将来収益)の現在価値

⑤利益剰余⊕(現在の収益計上)

⊖(現在の欠損計上)

⑥⑤のリスク(0.7)ーおかしい/現時点評価

立場による評価の違い

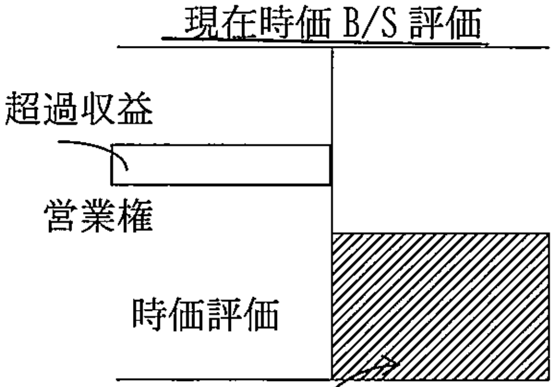
買い手

売り手

やはり将来に着目するか
でも、ここ数年で実現する
程度でいいのではないか？⇒増加額

厳密な意味での現在価値とは { 清算価値か / 継続価値か } ⇒10年程度でOKか

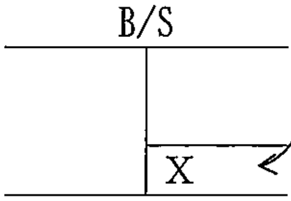
収益還元法



求めるものとしては
正しい

将来価値
収益還元法

①B/S が計上するであろう将来収益
②その収益の還元値 (将来価値)
③時価評価も含んだ収益還元値
但し、将来価値



求めるもの

過去価値
収益還元法

?③の中に×は含まれているか、含まれていないか
(1) 将来収益の価値と見ればXは含まれていない
(2) 過去収益価値と見れば含まれている
(3) (1) と考えXを加えても OK ではないか
(4) そしてXの将来リスクの現在価値についても判断すべきである?

①Xは含まれていると考えてもいいのでは

評価しているものは何か

時価純財産 B/S		収益還元法 P/L
時価評価	+ −	収益力評価 ⊕ 既得剰余金として
営業権評価	自己資本	

1. 将来リスク評価はどうするか
2. 積上(B/S)と還元(利益)の関係は明確か
3. 右側(収益還元)と一致しなくてもよいか

1. 収益力評価は将来のみか

$$\frac{\text{過去＋将来}}{\text{過去の成果＋収益力評価}}$$

   過去の評価はB/S評価か
2. 既得剰余金を加えてよいのか、資本金部分は？
3. 収益力評価に、No.2を加えてはいけないのではないか
4. 配当還元の時、簿価部分は評価しないのか、収益を還元しているからそれでよいのか
5. No.2、No.3は、収益力評価だけで収益還元されているのではないか
6. No.5だとすると、赤字累積企業と黒字累積企業の公平性はどうするか
7. (収益)期間のとらえ方に問題があるのか

1億円の株式

(1) 1億円で売れる時

(2) 5千万円で売れる時

(3) 1.5億円で売れる時

1億円の株式

配当5％、500万円

500÷0.05＝1億円か

配当0％、計算はできず0円か

配当10％の時

1,000万円÷0.05＝2億円か

V　インカム･アプローチの検討

1．計算の方法

評価対象会社のキャッシュ･フローないし利益に基づいて評価額を計算する。
将来期待される収益獲得能力を評価額に反映するために、
(1) 評価会社の将来見積を基礎として、(2)市場の割引率を基準にして、割引還元する。

2．問題点

(1) 事業計画等の将来情報の確実性(恣意性の排除)
(2) 諸々の期待値に対する仮定の客観性
(3) 株主資本コストの妥当性
(4) 加重平均資本コストの妥当性
(5) 株主価値算定の妥当性

フリー･キャッシュ･フロー法（DCF 法）の基本式

$$V_0 = \frac{FCF_1}{(1+k_w)} + \frac{FCF_2}{(1+k_w)^2} + \frac{FCF_3}{(1+k_w)^3} + \cdots$$

$$= \frac{FCF_1}{(1+k_w)} + \frac{FCF_2}{(1+k_w)^2} + \cdots + \frac{FCF_n}{(1+k_w)^n} + \frac{TV}{(1+k_w)^n}$$

V_0　：評価時点（第 1 期首）の事業価値
FCF_t：t 期の営業フリー･キャッシュ･フローの期待値
k_w　：加重平均資本コスト（WACC）
TV　：ターミナル･バリュー（終価）、n＋1 期以降の FCF を n 期末時点に割り引いた価値

加重平均資本コスト

ⓐ税引後割引率

$$k_w = \frac{E}{E+D} \cdot k_e + \frac{D}{E+D} \cdot k_d \cdot (1-t)$$

k_w	:	加重平均資本コスト
E	:	株主資本価値
D	:	負債価値
k_e	:	株主資本コスト
k_d	:	負債コスト
t	:	税率

ⓑ税引前割引率

$$k_w = \frac{E}{E+D} \cdot \frac{k_e}{(1-t)} + \frac{D}{E+D} \cdot k_d$$

□ 税引前 CF には、税引前割引率を、税引後 CF には、税引後割引率を使うことに注意
(ex.日本の固定資産の減損に用いる割引率は税引前と規定されているので、割引前 CF を使う)

株主資本コスト

Ⓒ

株主資本コストの算定式	
$k_e = r_f + \beta \times (r_m - r_f) + S_p$	
k_e	: 株主資本コスト
r_f	: 安全利子率(リスクフリーレート)
β	: 個別株式のベータ
r_m	: 株式市場収益率の期待値
$r_m - r_f$	: 市場リスク・プレミアム
S_p	: 個別リスク・プレミアム

(日本公認会計士協会編　企業価値評価ガイドライン)

疑問点
1.ⓐとⒸの組合せで OK (Ⓒは税引後と考える)
2.ⓑとⒸの組合せの有無?

マーケット･アプローチの一般的な論点

評価法及び論点	論点の概要
市場株価法 採用する株価期間	・市場株価が評価対象会社の客観的価値を反映していると認められるか(反映していないと認められる特段の事情の有無)。 【特段の事情の例】 ▸特殊株主による買占め等による異常な株価形成 ▸業績修正発表等による一時的な株価の異常変動 ▸取引が少ないことによる価格形成の歪み　など ・評価基準日以前のどの位の期間の株価を平均するか(1 か月、3 か月、6 か月等)
平均株価の算定方法	・市場株価終値の単純平均値とするか出来高加重平均値とするか
プレミアム/ディスカウント	･支配権に係るプレミアム(コントロール･プレミアム)付加の要否･割合　など
類似上場会社法	
類似上場会社選定の合理性	・評価対象会社と類似上場会社の類似性、選定の合理性
採用する倍率	・EBIT 倍率、EBITDA 倍率、PER 倍率、PBR 倍率等のどの倍率を採用するか
採用する株価期間	･評価基準日以前のどの位の期間の株価を平均するか(1 か月、3 か月、6 か月等)
プレミアム/ディスカウント	･支配権に係るプレミアム(コントロール･プレミアム)付加の要否･割合 ・非上場株式の場合の非流動性ディスカウントの要否･割合　など
類似取引法 取引事例法(取引事価額法)	・取引の類似性 ・採用し得る取引情報が少ない、詳細情報の入手が困難　など

(日本公認会計士協会編　企業価値評価ガイドライン)

リストラは人減らしではなく経営資源の効率化

最適化

日本的経営とそれを支えてきた経営構造が今、**大きな転換点**を迎えている。

企業の経営成果を測る指標が従来の「利益」から**「キャッシュ・フロー」**へと移行し、「時間がたてば、時価は必ず簿価を上回る」という**含み益神話**は崩壊した。経営者は環境の変化に応じて、時機を失することなく適切な財務的対応をする必要がある。

その第一は、全ての経営資源は事業の中で、その最高価値を実現しているか否かと問うことであり、この点に問題があれば改善（リストラ）を検討する必要がある。即ち、Ｂ／Ｓの効率化を図り、停滞の中で資源の無駄遣いをしている事業、部門等の存在を調査し、限られた経営資源の有効活用を図る行動をとるべきである。

その第二は、債務の支払義務であり、特に借入金は経営成績と比較して、適正な規模であるかどうかの検討を行い、限度を超えた借入を避ける必要がある。時代は借入金の軽量化を要請していることを忘れてはならない。

その第三は、経営における原価及び経費の効率化、即ち固定費の管理強化による業務の改革を行う必要がある。即ち、Ｐ／Ｌの効率化を図り、直接業務と間接業務の区分を明確にし、経営成果に貢献しない人件費等の経費の存在を明らかにして、改善のための行動をとる必要がある。

その第四は、投資は営業キャッシュ・フローにより回収できる範囲内で行うべきであり、事業活動とバランスのとれた規模で行わなければならない。

ＩＴ革命がリードする構造改革は時代のトレンドであり、護送船団方式や業界横並びの、下請け的体質に守られてきた日本の企業は、遺伝子レベルとも言っていいほどの本質的な意識改革が要求されているのである。

リストラは人減らしではない、経営資源の効率化である。
財務業績指標の改善ばかりに気をとられ、売上、利益偏重の経営にとどまってはならない。

リストラと併行して、中長期的な視点から戦略を立案し、投資を行い、人材を育成し、顧客満足度を高めるというバランスのとれた経営への改善を行う必要がある。

決って了いんなの経営を見ん.

Ⅲ　企業評価の予備知識

1．企業とは、資金の調達面から見れば、負債か、資本の調達である

B／S

	（資金の調達）	…資本コスト（WACC）	調達
	負　債	負債コスト	
諸資産	資　本	出資コスト	
(実物資産への投資)			

投下された資金の備忘記録

その資金を活用することによって投資を行ない、企業活動の成果をあげる

P／L

	(財・サービスの販売)	
雇　用		
購　入	売　上	活用
(財・サービスの生産)		
活動成果		

2．投資効率とは、

資本コスト（投資）を上回る企業価値の創出である

資本コスト　＝　投資家の要求収益率
（WACC）　(Required Rate of Return)

資本コストが高いほど
(投資効率が高いほど)

- (1) 企業の収益の評価（現在価値）は低下する
- (2) 企業の初期投資の必要額は低下する

3. 株式コストの推定

ＣＡＰＭ (Capital Asset Pricing Model)

投資家にとって、市場の資金貸借可、取引コスト無の条件の下での資産での税引後期待収益率は、

ｉの期待収益率＝安全資産の利子率＋市場リスクプレミアム×B
（7.0%）　　　　（1.0%）　　＋　　（5.0%）×（1.4）

安全資産利子率－　例えば国債など、無リスク資産（仮定）の利子率（仮に 1.0%）

市場リスクプレミアム－　市場全体の平均投資資産と安全資産の収益率格差（仮に 5.0%）

Ｂ　－　評価対象資産ｉの値動きの市場全体の 平均投資からの乖離（乖離なしの時は 1）（仮に 1.4）

News Release

経済産業省
Ministry of Economy, Trade and Industry

平成 26 年 8 月 6 日

伊藤レポート
「持続的成長への競争力とインセンティブ
～企業と投資家の望ましい関係構築～」プロジェクト
「最終報告書」を公表します

経済産業省が取り組む「持続的成長への競争力とインセンティブ～企業と投資家の望ましい関係構築～」プロジェクト（座長：伊藤邦雄 一橋大学大学院商学研究科教授）では、約 1 年にわたる議論を経て「最終報告書（伊藤レポート）」をまとめました。最終報告書では、企業が投資家との対話を通じて持続的成長に向けた資金を獲得し、企業価値を高めていくための課題を分析し、提言を行っています。資本効率を意識した経営改革、インベストメント・チェーンの全体最適化、双方向の対話促進を主なメッセージとし、その実現に向けて「経営者・投資家フォーラム」（Management-Investor Forum: MIF）」の創設を提言しています。

1.最終報告書の概要

本報告書の主要メッセージや提言は以下のとおりです。

1)企業と投資家の「協創」による持続的価値創造を

企業と投資家、企業価値と株主価値を対立的に捉えることなく、「協創（協調）」の成果として持続的な企業価値向上を目指すべき。

2)資本コストを上回る ROE（自己資本利益率）を、そして資本効率革命を

ROE を現場の経営指標に落とし込むことで高いモチベーションを引き出し、中長期的に ROE 向上を目指す「日本型 ROE 経営」が必要。「資本コスト」を上回る企業が価値創造企業であり、その水準は個々に異なるが、グローバルな投資家との対話では、8%を上回る ROE を最低ラインとし、より高い水準を目指すべき。

3)全体最適に立ったインベストメント・チェーン変革を

インベストメント・チェーン（資金の拠出者から、資金を最終的に事業活動に使う企業までの経路）の弱さや短期化等の問題を克服し、全体最適に向けて変革することは、21 世紀の日本の国富を豊かにすることにつながる。

4)企業と投資家による「高質の対話」を追求する「対話先進国」へ

企業と投資家の信頼関係を構築する上で、企業価値創造プロセスを伝える開示と建設的で質の高い「対話・エンゲージメント」が車の両輪。本報告書では、「スチュワ

ードシップ・コード」等で求められる対話・エンゲージメントの目的、取り扱うべき事項、方法、企業と投資家に求められる姿勢と実力等を包括的にとりまとめた。

5)「経営者・投資家フォーラム(仮)」の創設

産業界と投資家、市場関係者、関係機関等から成る「経営者・投資家フォーラム(Management-Investor Forum :MIF)(仮)」を創設すべき。そこでは、中長期的な情報開示や統合報告のあり方、建設的な対話促進の方策等を継続的に協議し、実現に向けた制度上・実務上の方策が検討される。

【参考】

2.本プロジェクトについて

本プロジェクトは、企業経営者や長期投資家、市場関係者等が集まり(＊1)、国際的にも大きな議論となっている資本市場や企業のショートターミズム(短期主義)の問題、企業と投資家の対話(エンゲージメント)の課題、企業開示・報告のあり方等を日本の文脈で捉え、客観的な事実を基に問題の所在やインセンティブ構造を明らかにすることを目指し、これらの問題の克服を企業の収益力や持続的な成長につなげるための方策を検討してまいりました。

＊1: プロジェクト参加者については別紙参照

2013 年 7 月の開始から約 1 年間、16 回の総会に加え、3 つの分科会(＊2)での集中的な検討と国内外からの情報・エビデンスの提供を受け、本年 4 月に中間論点整理を発表。内外からの更なるフィードバックを得て、今回の最終報告とりまとめに至っています。

＊2: 企業価値創造の実態分科会、投資コミュニティ分科会、ショートターミズムと開示分科会

3.本プロジェクトの背景

現在、金融危機の反省から、欧米諸国を中心に、投資家や企業の短期主義是正やコーポレート・ガバナンスの強化とともに、企業と投資家の対話(エンゲージメント)や企業開示・報告のあり方の見直し等が、国際的な議論となっています。

例えば、英国では、2012 年、英国企業の長期的なパフォーマンスを向上させるための資本市場や投資家の役割について分析と提言等を行った「ケイ報告(Kay Review)」が公表され、EU 全体の議論にも影響を与えています。
米国においても「アクティビスト」あるいは「物言う株主」の存在感が高まる中で、株主

と経営陣の対話のあり方、年金基金等長期的な機関投資家との関係をどのように構築するかといったことが議論されています。

企業と投資家の対話の基礎となる情報開示や報告の分野でも新たな動きが見られます。財務報告については、米国や EU におけるディスクロージャー・フレームワークの検討など、開示内容や方法を合理化するための議論が進んでいます。さらに、狭義の財務情報にとどまらず、経営戦略やリスク情報等の非財務情報も含め、企業の中長期的な価値創造を伝えるための報告のあり方も検討されています。今年末に向けて国際的な枠組みづくりが進められている「統合報告」もその一つと言えます。

我が国においても、マクロ経済環境が好転しつつある中で、企業が中長期的な収益構造を確固たるものにし、そのような企業への投資を通じて資本市場においても持続的な利益を得られるような好循環を生み出していくことは、今後の成長に向けた課題です。

さらに、現在、日本の市場関係者のみならず、グローバルに投資を行う海外機関投資家等も、今後の日本市場の先行きや企業と投資家との関係のあり方に多大な関心と期待を持って、情報収集や評価を進めています。こうした中で、国際的な課題を日本の文脈で検討し、それを日本国内での閉じた議論にとどめることなく、検討の過程を通じて海外の機関投資家を含む世界の関係者に対し、積極的に問いかけ、発信し、対話を行うことによって、日本市場の魅力を適切に発信することが必要となっています。

このような国際的な議論と日本の課題を背景として、2013 年 7 月 16 日、「持続的成長への競争力とインセンティブ～企業と投資家の望ましい関係構築～」プロジェクトが立ち上げられました。

（本発表資料のお問い合わせ先）
経済産業政策局企業会計室長　福本
担当者：大賀、渡井
電　話:03-3501-1511(内線 2545)
03-3501-1570(直通)

(10)

第10回　われわれにとっての成果は何か ？

⑲⑳㉑㉒イノベーション 新しい価値の創造

( )

会計と経営のブラッシュアップ
平成27年11月2日
山内公認会計士事務所

1. 生産の原理（現代の経営から要約）

(1) 物的な生産能力

事業上の目標を達成する能力は、製品とサービスを①必要な価格で、②必要な品質のもとに、③必要な期間内に、④必要な柔軟性をもって、供給することのできる生産能力にかかっている。
マネジメントの仕事は、つねに物的生産という厳しい現実が課してくる制約を押し戻すことである。むしろ、それらの物理的な制約を機会に転換することである。(それは人の力ではないか)

(2) 生産システムの原理

物理的な制約を押し戻し、逆にそれを機会とするためには、第一に適切な生産システムが必要であり、第二にその原理を一貫して適用する必要がある。生産は、原材料を機械にかけることではない。それは、**論理を仕事に適用すること**である。正しい論理を、明快かつ一貫して正しく適用するほど、物理的な制約を除去され、機会は増す。(機会は人力か)

(3) 三つの生産システム

① 個別生産
② 大量生産
　旧型の大量生産
　新型の大量生産
③ プロセス生産

ノーバント・ノーボール作戦

監督の加地は、野球部の戦い方における新しい指針を発表した。これは野球部における**最も重要なイノベーション**となり、また**戦術**となった。

「ノーバント・ノーボール作戦」と名づけられたそれは、その後の野球部におけるもっとも重要な「戦略」となり、「戦術」ともなった。

19. この頃になると、野球部には熱気と活気がみなぎるようになった。

秋の大会で負けて以降、順調に実力を伸ばしてきたが、甲子園に出場できるレベルではなかった。この先この調子が続いても、あと半年ではやはり甲子園出場レベルに届きそうはなかった。
これを実現するためにはやり方を変え、**何か別の、全くちがったやり方**が必要であった。**「イノベーション！」**これこそが、取り組むべき新しい課題だった。そして「イノベーション」は野球部だけではなかった。野球部を取り巻く、**「高校野球界」**であった。高校野球を変えてしまう必要があった。イノベーションのためには、既存の高校野球は全て陳腐化するとし、高校野球の古いもの、死につつあるもの、陳腐化したものを計画的かつ体系的に捨てていく必要があった。**何を捨てるか？**加地は、「送りバント」と「ボールを打たせる投球術」だと答えた。

捨てることの大切さ

「送りバント」は、杓子定規で、監督や選手の創造性が失われ、野球をつまらなくさせている。それにアウトを一つ取られる割には効果が薄く、失敗のリスクも大きい。
「ボールを打たせる投球術」も日本野球の悪しき慣習の一つだ。非合理的で、いたずらにゲームを長引かせたり、考え方をせせこましくし、野球をつまらなくしている。北京オリンピックではこれで失敗した。
この二つを捨てると高校野球は変わるかもしれない。だからまずは、どうやったら捨てることができるかを考えることにした。
これは「イノベーション」なのだ。

(マネジメント・エッセンシャル版 17～18、264～267、269 頁)

目標の困難さが分かって、それに挑戦することが大切である。 (ウエリントン公)

○ そして**企業こそ、この成長と変化のための機関であり、第一の機能である。**したがって**企業の第二の機能**は、イノベーションすなわち新しい満足を生み出すことである。企業は、より大きくなる必要はないが、常によくならねばならない。**イノベーションとは、**科学や技術ではなく**価値である。**組織のなかではなく、組織の外にもたらす変化と影響である。

○ イノベーションとは古いもの、死につつあるもの、陳腐化したものを計画的かつ体系的に**捨てることである。昨日を捨ててこそ**、資源、特に人材という貴重な資源を新しいもののために解放できる。

イノベーションとは昨日を捨てること

チームの各人の強みを生かすような戦略、それがイノベーションである。(捨てることと変化することの意義)(新しい価値の創造)

○ あらゆるマネジメントがイノベーションを強調するが、それ自体を独立した一つの重大な課題として取り組んでいるものは、組織の大小を問わずあまりない。**結果はイノベーションではなく改善に過ぎない。**

○ 今日、企業や公的機関は、100年前には考えられなかった規模・資本と財を手にしている。これらの組織は**イノベーションのために自らを組織する能力**を手にしなければならない。

再

○ **イノベーションは技術用語ではなく、経済、社会用語である。**科学や技術そのものではなく、**経済や社会にもたらす変化**である。その生み出すものは、**単なる知識ではなく、新たな価値、富、行動である。イノベーションのできない組織は、やがて衰退し、消滅すべく運命づけられる。**

(現代の経営　第19章 IBM物語)

○ たとえばIBMでは、コンピューターの新型モデルの見本は一台しか生産しない。IBMでは、このコンピューターという特殊な部品の組み立てをいくつかの段階に分割することによって、ごく一部を除くほとんどの仕事に半熟練の人たちを使っている。

○ IBMのもう一つのイノベーション
新型の複雑なコンピューターを開発したとき、エンジニアリングが完全に終わる前に生産に入らなければならなくなった。
最終的な設計のエンジニアリングは生産現場において、技術者が、職長や一般の従業員と協力して行った。
その結果がすばらしい設計となった。

○ IBMの従業員は、生産ノルマを上から押しつけられるのではなく、職長とともに自分が決めるようにしている。もちろん、通常の生産量がどの程度かは二人とも承知している。

○ **人と仕事のマネジメントの重要性**

(1)人に成果をあげさせる企業の能力とは
(2)人の技術の変化と進歩と企業、経営との関係とは
(3)働く人は基本的にみな同じ…とは
(4)人のマネジメントと仕事のマネジメントの違い、又は関係とは

○ **IBM の製品の組立**

(1)半熟練工が IBM 製品を上記の(2)と(3)により生産している
(2)テイラーの科学的管理法はどのように適用しているか
(3)大量生産はどのように生産に適用しているか
(4)以上の経営理念とはどんなものか

○ **IBM のイノベーション**

(1)仕事の拡大（出来る）と仕事の誇り
(2)生産現場における最終的な設計
(3)生産ノルマを排して生産量の増大を図る
(4)(1)～(3)と雇用の維持の経営方針

○ **人的資源の活用こそマネジメントの基本**

経済的な成果を改善するための最大の機会は、人間の能力の向上にある。すなわち、仕事のさせ方いかんにかかっている。

エーデルワイス 比屋根会長2014.4.25

(質問) お菓子の歴史は、技術の歴史、味に対する無限の追求…というお話を聞きながら、一方では評判を取って、当って売れれば工場を造り、機械を導入しという風に物的な機械の役割が増し、人と機械の協力、合作となります。でも、企業は規模や利益を追求し、それによって投資回収を図らざるを得ません。

それが進むと、機械が主となり人は押しやられるようになります。現状の空港の売店、スーパー、コンビニのお菓子を見ると独創性を失って(味も外形も)います。少々の独創性があっても直ぐに真似られてしまい、人の役割は機械に代わられつつあるようにも見えます。

人間が機械に負ける…そのような将来は心配ですし、どのようになるのでしょうか。そんな疑問が湧いてきて質問させていただきました。

(先生) 人は魂を持っている、人は伝え合って考えやアイディアや技術を共有できる。

人間は文化を創れる。人は長年に渡りそれをやって来た。成功は(勿論失敗も)人間だけのもの、人がすべての出発点であることを忘れることなく！！

機械との競争  ロボット

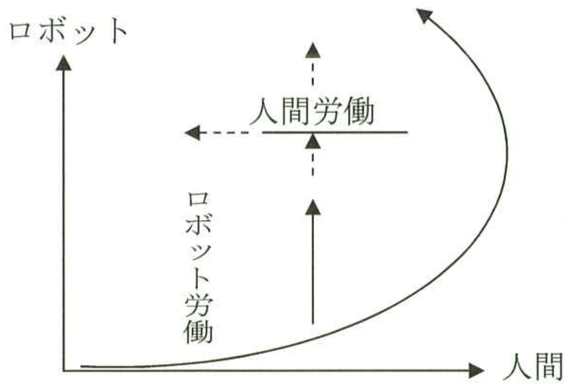
（8月のごあいさつ－2）未

平成 26 年 8 月 6 日（水）

8 月の暑さと蝉の鳴き声はあまりにもピッタリと沖縄の夏を現わしている気がします。

人間と機械の競争の歴史上で最も明確な転換点は、ロボットの発明と実用ではないだろうか。**進化したロボット**、人間労働に代替する無人システムの技術的脅威、人間を超える正確性は**機械の優位性**を表す。まして、組織や社会内でそれらの諸機能を見るとき、人は、それに感心することを超えて、その**機械的正確性**が、人間の能力や感情を超えることに恐怖を感じるのではなかろうか。

人は手だけを雇うことはできないと言う。労働者にせよ、技術者にせよ、彼を雇用する時には、必要な作業や技術の部分に付随して、人としての人間を雇用することになる。それ故に機械を超えた能力を有していた人間は、産業革命から今まで常に機械に打ち克って来た。オートメ化された工場のフロアには、働いている人は一人も見当たらなくなるかもしれない。しかし見えないところでは、設備や製品や工程を設計し、管理し、評価測定する多くの人たちがいる。その人の**人と機械の競争が逆転**しつつあるのではないか。



ロボットによる人間労働の代替の開始？

しかし、機械は "a fair day's labor for a fair day's pay" しか期待できない。
人には "esprit de corps" を期待できる。

ロボット特有の、いつでも命令に従い、人間をはるかに超える能力と恐れを覚えない無感情と正確性は**人間にとって脅威**である。人間の感情や理性を超えるということは、例えば、3K といわれる、キツイ、キタナイ、危険な仕事でも何の抵抗もなくこなせるということである。人間を超えて拡大する働きの様子は**微分方程式**で画くグラフのように変化するのではないか。

明らかに**ある一点**から、指数的にロボットが普及しだし、タイムラグをおきながら人間労働が縮減するのではないかと感じられる。特に、ロボットや無人システムを戦闘に使ったマレーシア機撃墜のミサイルもこのように**無機質なロボット**であったのではなかろうか。とは言っても、この無感情、無機質で凶暴とも言えるロボットを動かす、利用するのも人間である。人には、調整し、統合し、判断し、想像する力がある、機械との競争を**社会にプラス**であるものにする必要がある。

10-4-2

山内公認会計士事務所

差出人: 山内公認会計士事務所 <yamauchi@3-cpa.com>
送信日時: 2015年10月30日金曜日 17:08
宛先: '高橋良'; '下地 康之'; '兼村光'; 'kishida2552@otsinfo.co.jp'; 'lifestyl@me.com'; 'Iku F'; 'osaka.taro77@gmail.com'; 'mana.mn111@icloud.com'; '牛窪 潔'; '又吉盛斗'
件名: 質問票

牛窪先生、受講生のみなさま

こんにちは。

質問票と感想　10 月 31 日（土）
現代の経営　第 19 章　IBM 物語

(1) IBM が、ドラッカーの言う「人と仕事のマネジメント」（92 頁 5～6 行目）という点から、人の能力を引上げ、高度の製品を生産する様子（94～95 頁）は素晴らしいと感じた。

(2) 「最終的な設計のエンジニアリングは、生産現場において、技術者や一般の従業員と協力して行った」（97 頁 1～2 行目）というところを読んで、（偶然とはいえ）参画の重要さについて認識した。

(3) 「雇用の維持は経営者の使命」（98 頁 15 行目）は素晴らしいことだと思うが、日本の現状（現在）から見て、難しい話だと感じた。

山内公認会計士事務所
山内 眞樹　Masaki Yamauchi

Phone:098-868-6895, Fax:098-863-1495
E-Mail:yamauchi@3-cpa.com
ホームページ：http://yamauchi-cpa.net

10-6

19 The IBM story

作成日 . .
作成者

1. It has become almost a truism in American management that the human resource is ~~one of the~~ of all economic resources the one least efficiently used, and that the greatest opportunity for improved economic performance lies in the improvement of the effectiveness of people in their work.

企業は物的設備を準備している。
それをいかに動かすかは人にかかっている。

人に支払った以上の働きをしてもらうこと。
それに応じた報酬を支払い、向上させ続けねばならない。

最も活用されていない資源は人である

人的資源 ＜ 人的 — 個人の問題
人的資源 ＜ 資源 — 企業コストの問題

○人にとって、仕事との関係は全人格的なものである。

仕事とは人が楽園を追われた日々を付与されたものとし、意味あるものとするために神からの贈りものである。

○汝の額に汗して糧を得よ ―

これはアダムの堕落に対する神からの罰であるとともに、祝福である。

○人的資源、すなわち人間こそ、企業に託されたもののうち、

最も生産的でありながら、最も変化しやすい資源である。

そして、最も大きな潜在力をもつ資源である。

人的 ― 人の側

資源 ― 企業側

○IBM物語

(1) 人的資源としての働く人たち

(2) 企業が働く人たちに対する要求、その反対

(3) 企業が社会における富の創出機関であることの認識。

○コストとしての賃金と所得としての賃金

この二つの調和

○人という資源、人的資源の特質と制約

特質 ― 調整し、統合し、判断し、想像する能力

企業は働く人たちを人間として見る必要がある。

すなわち、人を精神的、社会的な存在として認識し、その特性に合った仕事の組織の仕方を考える必要がある。

制約 ― 働くか働かないかは人 ― 本人が決める。本人が完全な支配権を持っている。動機づけが必要である。

20 Employing the Whole man

1. Work was both the Lord's punishment for Adam's fall, and His gift and blessing, it make bearable and meaningful man's life.

2. The improvement of human effectiveness in work is the greater opptunity for improvement of performance and results.

improvement
- 人的 ― 人間として成長
- 企業 ― 企業の成績の向上

3. We are talking about a complex subjects.
(1) we are dealing with the worker as the human resouse.
(2) we must ask what demands the enterprise makes on the worker for ~~the~~ gettings the work ~~down~~ done.
(3) There is a conflict between wage as cost and wage as individual income

人を雇うと"手"以外に人格がついて来る。
しかし、機械に対してではなくて (a fair day's pay)、
人に対しては、無限の貢献 (esprit de corps) を要求される

10-11-2

thought, presents no challenge, allows of no differentiation between the highly skilled and highly motivated and the near-moron.

This whole concept, as the IBM story shows, is poor engineering. It results in constantly lowering performance norms rather than in raising the performance levels of the entire work group. It destroys the productivity of the human resource. The nature of man demands that the performance of the best, not of the poorest worker should become the goal for all.

The Demands of the Enterprise on the Worker

If we turn to the demands of enterprise and worker on each other, the first question is: What must the enterprise demand in order to get the work done?

機械には a fair day's pay. で充分である。

The standard answer to this is the catch phrase "a fair day's labor for a fair day's pay." Unfortunately no one has ever been able to figure out what is fair either in respect to labor or to pay. The real trouble with the phrase is, however, that it demands too little, and demands the wrong thing.

What the enterprise must demand of the worker is that he willingly direct his efforts toward the goals of the enterprise. If one could "hire a hand," one could indeed demand delivery of fair value for fair price. If one could buy labor, one could buy it by whatever unit applies to it; but "labor is not an article of commerce," as the law knows. Precisely because labor is human beings, a fair day's labor is unobtainable. For it is passive acquiescence—the one thing this peculiar being is not capable of giving.

The enterprise, if it wants to get anything at all, must demand something much bigger than a fair day's labor. It must demand, over and above fairness, willing dedication. It cannot aim at acquiescence. It must aim at building aggressive *esprit de corps*. 愛社心 This will be particularly important under mass production of uniform parts and their assembly into diversified products, under process production, under Automation. For these systems of production require that almost every worker take responsibility for actions, for the simple reason that almost every worker controls and determines the output of the whole through the way in which he performs his job, runs his operation, maintains his equipment. A fair day's labor for a fair day's pay, consciously or unconsciously,

人には無限の要求ができる

10-11-3

山内公認会計士事務所

件名: 質問票

牛窪先生、受講生のみなさま

こんにちは。

感想質問票 10 月 31 日
第 19 章 IBM 物語

①IBM の「人と仕事のマネジメント」(92 頁 4 行目) は理想的だと感じた。「人のマネジメント」と「仕事のマネジメント」の違いと関係はどのような点なのだろうか。

②「IBM は、テイラーの科学的管理法と新型の大量生産が、多様の種類の最も複雑で最も精密な少量生産に適用できることを証明している」(94 頁 14~15 頁) ことは、業務 (生産) の遂行の最高水準の状態と考えられる。これを他の業務に応用すべきである。

③IBM のエグゼクティブの言葉、「・・・逆に、雇用を維持したから IBM は成長した」は、困難な挑戦だと感じた。

山内公認会計士事務所
山内 眞樹 Masaki Yamauchi

Phone:098-868-6895, Fax:098-863-1495
E-Mail:yamauchi@3-cpa.com
ホームページ：http://yamauchi-cpa.net

山内公認会計士事務所　　10-11-4

件名:　　質問票

牛窪先生、受講生のみなさま

こんにちは。

質問票と感想　11月7日（土）
現代の経営　第20章　人を雇うということ

(1)「人的資源」(10頁　6行目）の「人的」という働く人の側と「資源」という企業にとってのコストというものを前向きに調整することが重要である。

(2)「働く人に対する企業の要求」(18 頁　15 行目）は第一に企業の継続への貢献だと思う。それが、企業の対価としての支払だと思う。

(3)「企業が働く人たちに対して第二に要求すべきは、変化を進んで受け入れることである」(110頁　15行目）は、同時に企業は変化を受入れ、適切な対応をすることでもある。

山内公認会計士事務所
山内 眞樹　Masaki Yamauchi

Phone:098-868-6895, Fax:098-863-1495
E-Mail:yamauchi@3-cpa.com
ホームページ：http://yamauchi-cpa.net

10-16

原文

孙子曰：地形有通者，有挂者，有支者，有隘者，有险者，有远者。我可以往，彼可以来，曰通。通形者，先居高阳，利粮道，以战则利。可以往，难以返，曰挂。挂形者，敌无备，出而胜之；敌有备，出而不胜，难以返，不利。我出而不利，彼出而不利，曰支。支形者，敌虽利我，我无出也，引而去之，令敌半出而击之，利。隘形者，我先居之，必盈之以待敌；若敌先居之，盈而勿从，不盈而从之。险形者，我先居之，必居高阳以待敌；若敌先居之，引而去之，勿从也。远形者，势均，难以挑战，战而不利。凡此六者，地之道也，将之至任，不可不察也。

故兵有走者，有弛者，有陷者，有崩者，有乱者，有北者。凡此六者，非天地之灾，将之过也。夫势均，以一击十，曰走。卒强吏弱，曰弛。吏强卒弱，曰陷。大吏怒而不服，遇敌怼而自战，将不知其能，曰崩。将弱不严，教道不明，吏卒无常，陈兵纵横，曰乱。将不能料敌，以少合众，以弱击强，兵无选锋，曰北。凡此六者，败之道也，将之至任，不可不察也。

夫地形者，兵之助也。料敌制胜，计险易、远近，上将之道也。知此而用战者必胜，不知此而用战者必败。故战道必胜，主曰无战，必战可也；战道不胜，主曰必战，无战可也。故进不求名，退不避罪，惟民是保，而利合于主，国之宝也。

视卒如婴儿，故可与之赴深溪；视卒如爱子，故可与之俱死。厚而不能使，爱而不能令，乱而不能治，譬若骄子，不可用也。

知吾卒之可以击，而不知敌之不可击，胜之半也；知敌之可击，而不知吾卒之不可以击，胜之半也；知敌之可击，知吾卒之可以击，而不知地形之不可以战，胜之半也。故知兵者，动而不迷，举而不穷。故曰：知彼知己，胜乃不殆；知天知地，胜乃可全。

無理数 e

参考書（対数ℓの不思議　堀場芳数著　1998.6 講談社刊）

H27.11.2
H27.7.13
H27.4.13
H26.11.3

Ⅰ 自然数 e

1. 自然対数$\log_e a$の底 e

e≒2.718281828

$(1+\frac{1}{x})^x$ の極限値

x→±∞のとき、$(1+\frac{1}{x})^x \to e$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$$

又は

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

2. 指数関数 $y=e^x$

微分すると、

$$\frac{dy}{dx} = (e^x)' = ex$$

（微分しても同じ）

積分すると、

$\int y dx = \int e^x dx = e^x + c$（c は積分定数）

となり、他のいかなる関数も持ちあわせない、不変というすばらしい性質を持っている。

- 実数
  - 有理数
    - 正、負の整数
    - 0
    - 分数、小数　（分数になる）
  - 無理数
    - 代数的無理数($\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{m}$)　（分数にならない）
    - 超越数(e、π、i)

3. ピタゴラスの定理

「直角三角形の直角をはさむ2辺(b、c)の上にできる2つの正方形の面積の和は、斜辺(a、直角に対する辺)の上にできる正方形の面積に等しい」

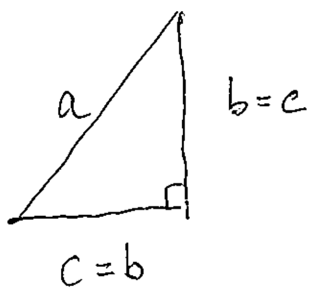
$a^2 = b^2 + c^2$

$a = \sqrt{b^2 + c^2}$、　$b = \sqrt{a^2 - c^2}$、　$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

3つの辺の割合　a：b：c＝5：4：3

$=5:\sqrt{5}:\sqrt{5}$

ガウス（独　1777～1855）数学の元首
ワイエルシュトラス（独　1815～97）独学の大数学者
デデキント（独　1831～1916）有名な無理数論
カントール（デンマーク　1845～1918）集合論の祖



aの正方形 $= a \times a = a^2$

bの正方形 $= b \times b = b^2$

cの正方形 $= c \times c = c^2$

$a^2 = b^2 + c^2$

数学上、きわめて重要な数

e
π
i

$e^{\pi i} = -1$　　eオッπのi人はただ一人

$e^{\pi i} = -1$, $i^2 = -1$ から $e^{\pi i} = i^2$　eのπi嬢は愛情いっぱい

$e^{\pi i} = -1$　eのπi嬢は−1℃でつめたい

4. 指数法則

(1) 乗法は指数を加える　$a^m \times a^n = a^{m+n}$
(2) 除法は指数を引く　$a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

(3) 累乗は指数を掛ける　$(a^m)^n = a^{mn}$

$$\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = a^{\frac{3+2}{6}} = a^{\frac{5}{6}}$$
$$= \sqrt[6]{a^5} = (\sqrt[6]{a})^5$$

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$において　—①　(指数の掛け算は指数の足し算)

$a^m = A$, $a^n = B$とおくと、
m=$\log_a A$—②, n=$\log_a B$—③となり、

=1

$= \log_a a^{m+n}$

A·B=$a^m \times a^n = a^{m+n}$となる。
これを対数になおすと、$\log_a AB = m+n$ となる。
この式の右辺に②, ③を代入すると、
$\log_a AB = \log_a A + \log_a B$ となる。　(対数の掛け算は対数の足し算)

このことから、積の対数は対数の和となり、対数の掛け算は足し算に代えることができる。

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$—①において、　(指数の割り算は指数の引き算)

$a^m = A$, $a^n = B$とおくと、
同様に$\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$となる。　(対数の割り算は対数の引き算)

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$—①において、

$a^m = A$とおくと、m=$\log_a A$—②となり、　(指数のべき乗は指数の掛け算)
①式は、$A^n = a^{mn}$となる。　$= \log_a A \times n = n \log_a A$
対数に直すと、$\log_a A^n = mn$ で、この右辺に②を代入すると、
$\log_a A^n = n \log_a A$となる。　(対数のべき乗は対数の掛け算)

このことから、Aの累乗または、累乗根の対数は、Aの対数に指数を掛ければよいということになる。

5. 微分法の発見

(1) y=ax において、x のおのおのの値 a に対して、
微分係数$f'(a)$を対応させる関数を、f(x)の導関数と言って、$f'(x)$で表わす。

いま、関数 $y=f(x)$において、x の増加分を　$\triangle x$ とし、$\triangle x$ に対する y の増加分を　$\triangle y$ で表わすと、

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

となる。

つまり、$\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$や、$\frac{\Delta y}{\Delta x}$は、直線の傾きである。

導関数を求めることが、**関数を微分する**ということになる。

(2) $y=x^2$ の導関数

$$y'=\frac{dy}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{x^2+2x\,\Delta x+\Delta x^2-x^2}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x(2x+\Delta x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}(2x+\Delta x)$$

$$=2x$$

(3) $y=x^3$ の導関数

$$y'=(x^3)'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(x+\Delta x)^3-x^3}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{x^3+3x^2-\Delta x+3x\cdot\Delta x^2+\Delta x^3-x^3}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x(3x^2+3x\cdot\Delta x+\Delta x^2}{\Delta x}=3x^2+3x\cdot\Delta x+\Delta x^2$$

$$=3x^2$$

以上から、n **が正の整数のとき、**$(x^n)'=nx^{n-1}$となる。

$y=x^n \longrightarrow y'=nx^{n-1}$となり。

6. 対数関数の微分

何回も読み、書き

$y=\log_a x$ の導関数は微分すると

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\log_a(x+\Delta x)-\log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}(\log_a(x+\Delta x)-\log_a x) ※$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\log_a\frac{x+\Delta x}{x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)$$

※($\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$ の基本公式)

ここで、$\frac{\Delta x}{x} = h$ とおくと、$\Delta x = hx$ となって

$\Delta x \to 0$ のとき、$\Delta h \to 0$、$\frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{h}$ となることから、

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{h}\log_a(1+h) = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{x}\log_a(1+h)^{\frac{1}{h}}$$

ところが、$h\to 0$ のとき $(1+h)^{\frac{1}{h}}$ を計算すると、

h	0.1	0.01	0.001	0.0001	…
$(1+h)^{\frac{1}{h}}$	2.5937…	2.70481…	2.71692…	2.71814…	…

と一定の値 2.71828…に限りなく近づく。

これをオイラーの無理数「e」と名付け、

$e = \lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}} = 2.71828$… と無理数 e を定義した。 ※

$y=\log_a x$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ は、

$\log_a \frac{(x+\Delta x)}{x} = \log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)$

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\log_a(x+\Delta x)-\log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\log_a\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)$$

($\frac{\Delta x}{x}$ これとおくと、$\Delta x = hx$ となって)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{1}{hx}\log_a(1+h) = \frac{1}{x}\lim_{h\to 0}\log_a(1+h)^{\frac{1}{h}}$$

$$\left(\frac{\Delta x}{x} = h \text{ とおく}\right)$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{1}{x}\log_a(1+h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x}\lim_{h\to 0}\log_a(1+h)^{\frac{1}{h}}$$

$$= \frac{1}{x}\log_a\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x}\log e \text{ となる。}$$

(上記で $e = \lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{1}{h}}$ とした)※

つまり、関数を微分するということは、Δxの変化に対するΔyの変化を求める。
導関数を求めることである。

7. 指数関数と微分　（対数微分法）

何回も抜き書き

指数関数　$y=a^x$ $(a\neq 1、a>0)$として　—①

両辺の自然対数をとると、
$\log_e y = x\log_e a$

両辺の対数をとって、両辺の同じ変数（ここではx）について微分することを、対数微分法という

両辺を別々にxについて微分する
$\log_e y=u$ とおき、
$\dfrac{du}{dx}=\dfrac{du}{dy}\cdot\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{y}\cdot y'=\dfrac{y'}{y}$ から
左辺は、$(\log_e y)'=\dfrac{y'}{y}$

$\dfrac{x\log_e a}{x}=$

右辺は、$(x\log_e a)'=\log_e a$ となることから、
①の微分は、$\dfrac{y'}{y}=\log_e a$ から $y'=y\log_e a$　—②
となる。

$y=a^x$

①式の $a^x=y$ から
$(a^x)'=y'$ から

①式は、$y=a^x$ となっているので、
②の関係式は、$y'=y\log_e a=a^x\log_e a$、
つまり、$(a^x)'=a^x\log_e a$ となる。

$\log_e e$

$y=a^x$ を $y=e^x$ とすると、

従って、$y=e^x$ から、$y'=y\log_e e=e^x\log_e e=e^x\times 1=e^x$
つまり、$(e^x)'=e^x$ となる。

(1) $y=a^x \rightarrow y'=a^x\log_e a$
(2) $y=e^x \rightarrow y'=e^x$
(3) $y=\log_a x \rightarrow y'=\dfrac{1}{x\log_e a}$
(4) $y=\log_e x \rightarrow y'=\dfrac{1}{x}$

(1)～(4)が得られる

いずれにしても、底に自然数eを用いると、たいへん簡単になることがわかる。

合成関数　（$y=f(u)$ と $u=g(x)$ の合成関数）

y が u の関数で、$y=f(u)$ と表わされ、u が x の関数で、
$u=g(x)$ と表わされるとき、y はまた x の関数であり、
$y=f(u)=f\{g(x)\}$ と表わすことができる。

8. 不定積分

微分法の定義は、関数 f(x)において、

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

つまり、関数を微分するということは、導関数を求めることである。

x軸の増えるだけ小さいΔで割る、すなわち

いま、$F'(x) = f(x)$という関係があるとき、
いいかえると、F(x)の導関数が f(x)になっているとき、
F(x)を f(x)の原始関数といい、
$F(x) = \int f(x)dx$と表わし、 dxを加え続ける、掛けると F(x)になる
F(x)を f(x)の「不定積分」という。
つまり、$F'(x) = f(x)$と $F(x) = \int f(x)dx$とは
全く同じことを、別々の記号で表したことになる。
x^2の導関数は、2x、2x の原始関数はx^2
(x^2+1、x^2+2 ... 等無数にある)

前頁 ----

たとえば、関数 $y=(2x^2+1)^3$ は、$u=2x^2+1$ とおくと、
$y=u^3$ となって、 $y=u^3$ と $u=2x^2+1$ の合成関数となる。

合成関数の「微分法については、$y=f(u)$, $u=g(x)$ がともに微分可能であるとき、この合成関数 $y=f\{g(x)\}$ の導関数は、
$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$ となる。

$= \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$ となる。

9. 定積分

いま、関数 f(x)を区間〔a,b〕において連続な関数として、f(x)の定積分を

$\int_a^b f(x)dx$ で表わす。

(閉区間)

a～b

ここに区間〔a,b〕と言うのは、~~b～~~a(b-a)のこと、a≦x≦b のことである。つまり、両端の定まった x の値のこと。(閉区間)

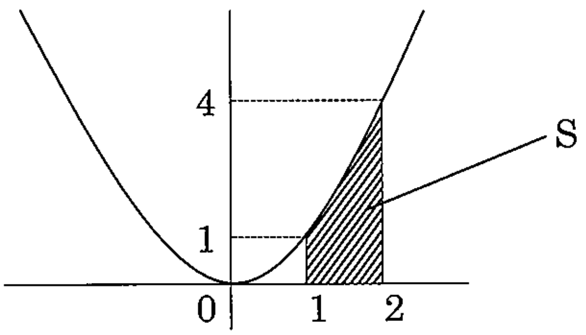
とx軸の間の部分で

$y = x^2$ の ~~x軸の~~ a(x = 1)から b(x = 2)までの面積 S を定積分で求めると

+1

$$S = \int_1^2 y dX = \int_1^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} =$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$ となる。



$\frac{6}{3}$ 一辺1の正方形2つ分

$\frac{1}{3}$ 〃 $\frac{1}{3}$

約束

微分法の定義は、関数 f(x) において $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ を求めること、

つまり、関数を微分することは、Δxの変化に対するΔyの変化を求めること、

導関数を求めることにした。

ところで、F'(x) = f(x) という関係があるとき、いいかえると、F(x)の

導関数が f(x) (F'(x)) になっているとき、F(x)を f(x)の「原始関数」といって

$F(x) = \int f(x) dx$ と表わすことにする。

このとき、F(x)を f(x)の「不定積分」とも言う。

つまり、$F'(x) = f(x)$ と $F(x) = \int f(x) dx$ とは、同じことを

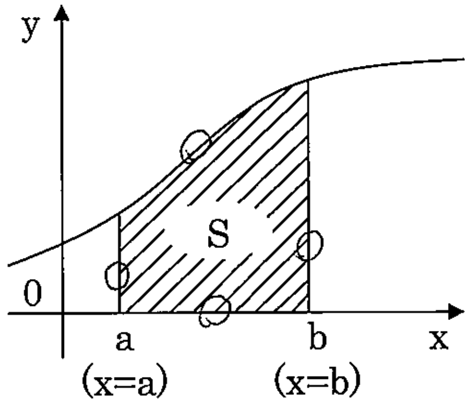
別の記号で表したのである。

10. 面積を求めると

図において、x=a,x=b,y=(x)と x=0(x 軸)に囲まれた部分の面積は、定積分で、

$$S = \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b$$

$= F(b) - F(a)$と計算できる。



$y = x^2$において、この曲線とｘ軸の間の部分でｘ＝１からｘ＝２までの面積Ｓを定積分によって求めると、

$$S = \int_1^2 ydx = \int_1^2 x^2dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3}$$

$= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$となる。

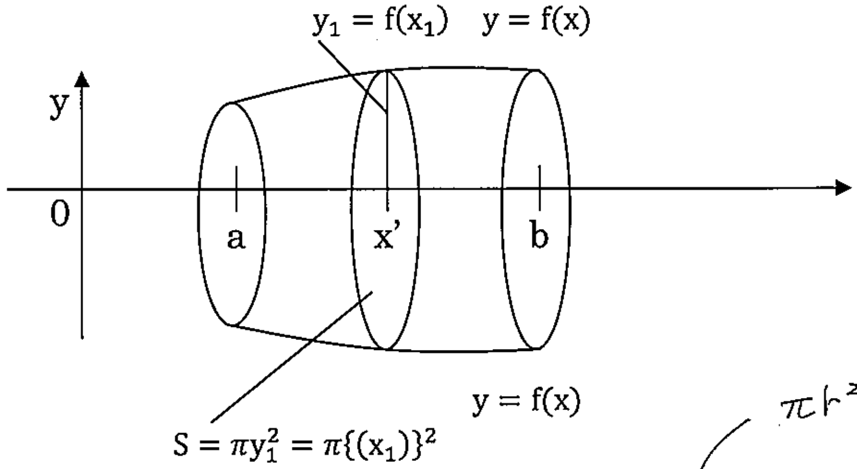
すなわち、１辺１の正方形２と$\frac{1}{3}$だということになる。

指数関数 e^x は微分すると、$(e^x)' = e^x$ となるので $f(x) = e^x$ とすれば、原始関数 $F(x)$ の一つは、$F(x) = e^x$ で、積分すると、$\int e\,dx = e^x + C$ となる。
e^x の導関数は e^x で、e^x の原始関数は、定数 C を除いて e^x であり、指数関数 e^x は、微分しても積分しても、まったく形が変わらないという奇妙な性質をもつ関数である。

人類は紀元前の「とりつくし法」から始まって、17世紀の「微分法」までの間、約2,000年近くかかって、定積分の発見に努力したことになる。

11. 体積を求めると

x 軸のまわりで、曲線 y = f(x)を回転させると、回転体ができる。
$x = a$ から $x = b$ までの間の体積 V は、$x = x_1$ における x 軸に垂直な平面の切口の面積 S を、$x = a$ から $x = b$ まで定積分すればよいことになる。



πr²のこと

切り口の面積 S は、半径が y_1 なので $S = \pi y_1^2 = \pi\{(x_1)\}^2$ と計算できる。
従って、

$$V = \int_a^b \pi y^2 dx = \int_a^b \pi\{f(x)\}^2 dx = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2\, dx$$ となる。

また、球の体積は、半径を r とすると、中心に座標の原点 0 をとって、
曲線(円)の方程式は、

$x^2 + y^2 = r^2 \rightarrow y^2 = r^2 - x^2$

$y = \pm\sqrt{r^2 - x^2}$ となる。

$x = x_1$ における球の切り口の面積は、

$S = \pi y_1^2 = \pi(r^2 - x_1^2)$ となる。

そこで球の体積は区間[0,r]の半球の体積の 2 倍として、

$$V = 2\pi \int_0^r (r^2 - x^2)dx = 2\pi \left[r^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^r$$

$$= 2\pi \left(r^2 \cdot r - \frac{r^3}{3} \right) = 2\pi \left(r^3 - \frac{r^3}{3} \right)$$

$$= 2\pi \cdot \frac{3r^3 - r^3}{3} = 2\pi \cdot \frac{2}{3} r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$$ となる。

半径が 2 倍になると、体積は 2^3 倍、n 倍になると体積は n^3 倍になる。

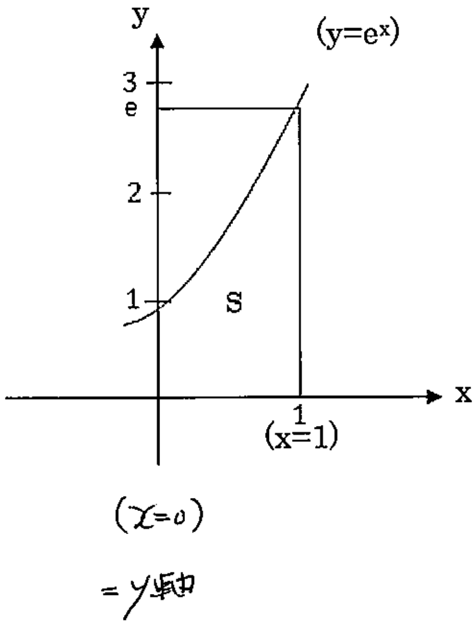
12. e^xの定積分

右の図のように、y 軸(x=0)と、y 軸に平行な直線 x=1 との間で、曲線 y=eˣ と x 軸に囲まれた部分の面積を S とすると、

$S = \int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1$

$= e^1 - e^0 = e - 1 = 2.71828\ldots - 1$

=1.718 となる。



無理数 e

オイラー(Euler)の発見、「自然対数 $\log_e a$ の底e」のこと

eの近似値は、$e = 2.718281828459\ldots$

この~~無理数~~eの値は、xを限りなく大きくしたときの、$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$の極限値で、

$x \to \pm$ のとき、$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x \to e$

$\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ と書く。

また、$x \to 0$ のとき、$(1+x)^{\frac{1}{x}} \to e$

$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ と書く

$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!} + \cdots\cdots$ となり

$= 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2\cdot 1} + \frac{1}{3\cdot 2\cdot 1} + \cdots + \frac{1}{n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1} + \cdots$ となる

13. 2つの関数、f(x)とg(x)の積の関数の積分

公式によると、
$\{kf(x)\}' = kf'(x)$　(ただし kは定数)
$\{f(x) \pm g(x)\}' = f'(x) \pm g'(x)$となっている。

今、y=f(x)・g(x)を微分すると、
$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)\, g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x}$$
となり、

分子を書き直して、
$f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x+\Delta x) + f(x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)$とする。
$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \left\{ \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \times g(x+\Delta x) + f(x) \times \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right\}$$
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot g(x+\Delta x) + f(x) \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

ここで、△x→0 のとき
$$\lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right) = f'(x)$$
$$\lim_{\Delta x \to 0} g(x+\Delta x) = g(x)$$
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = g'(x)$$
となるので、
$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$となる。
このことから
$\{f(x) \cdot g(x)\}' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$となる。

ここで、この式の両辺を x について積分すると
$$f(x) \cdot g(x) = \int f'(x) \cdot g(x)dx + \int f(x) \cdot g'(x)dx$$
となり、
$$\int f(x) \cdot g'(x)dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x)dx$$
となる。

この式を使って積分する方法を、「部分積分法」という。この式の意味は、ある関数 f(x)と別の関数 g(x)の導関数g'(x)の積になっている関数に限って、2つの関数の積f(x)・g'(x)が積分できるということ

14. $\log_e x$ の積分は

e を底とする対数関数 $y = \log_e x$ の積分

$\log_e x$ の導関数は、$(\log_e x)' = \frac{1}{x}$

$\log_e x$ の積分 $\int \log_e x\,dx$ については、$\int \log_e x \cdot 1\,dx$ として、$(x)' = 1$ で、

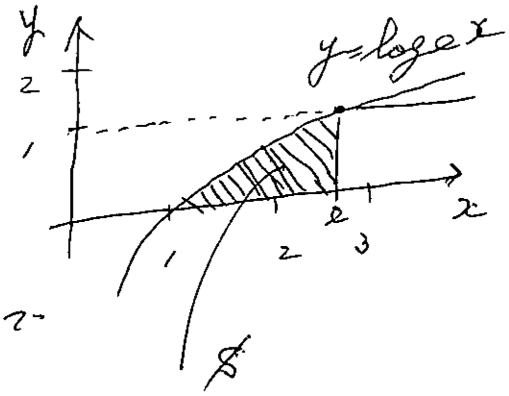
公式 $f(x)\ \log_e x$ で、$g'(x) = (x)' = 1$ であり、

$g(x) = x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$ となるので、

$$\int \log_e x\,dx = \int \log_e x \cdot 1\,dx = x \cdot \log_e x - \int \frac{1}{x} \cdot x\,dx + C_1$$

$$= x \cdot \log_e x - \int dx + C_1 = x \cdot \log_e x - x + C_1 + C_2$$

$$= x(\log_e x - 1) + C \quad (C = C_1 + C_2) \text{ となる.}$$



左の図で、$y = \log_e x$ と

x 軸の間で、$x = 1$ から $x = e$ まで

の面積 S は

$$S = \int_1^e \log_e x\,dx = \left[x(\log x - 1)\right]_1^e = e(\log_e e - 1) - 1 \cdot (\log_e 1 - 1)$$

$$= e(1-1) - \log_e 1 + 1 = 1 - \log_e 1 = 1 - 0 = 1$$ となり、$S = 1$ となる。

この例で、$x = 2$ から $x = e$ までの面積 S は、

$$S = \int_2^e \log_e x\,dx = \left[x(\log_e x - 1)\right]_2^e = e(\log_e e - 1) - 2(\log_e 2 - 1)$$

$= -2\log_e 2 + 2$ となって、$\log_e 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} e} = \frac{0.3010}{0.4343} \fallingdotseq 0.6931$ から

$S \fallingdotseq -2 \times 0.6931 + 2 = -1.3862 + 2 = 0.6138$

15、eの計算

eの値は無限数列の和として求められ、

その値は、循環しない無限小数である。

eの定義は $\lim_{x \to \pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$ または、$\lim_{x \to 0}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

$f(x) = e^x$とおいて、無限級数に展開すると、

$$f(x) = e^x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n + \cdots \quad ①$$

この式で、$x = 0$とおくと

$f(0) = e^0 = 1 = a^0$、よって $a_0 = 1$

ここで、第1次導関数を求めると、指数関数e^xは、

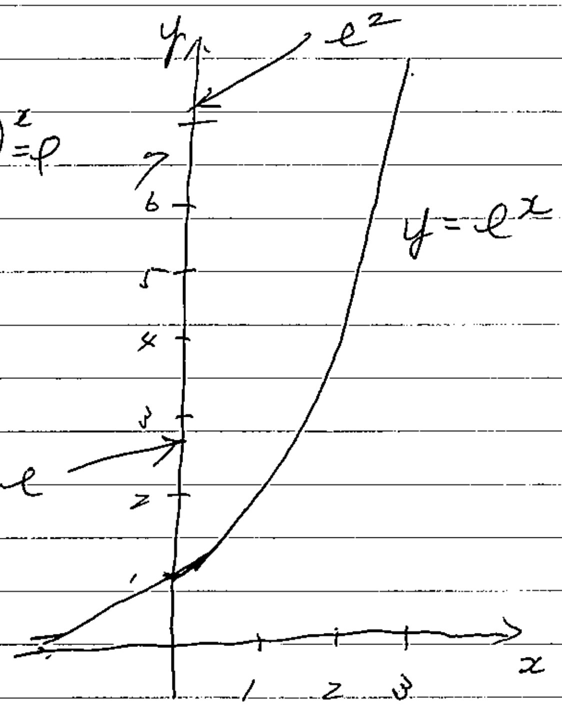
微分しても積分しても、その形は変わらないから、

$$f'(x) = (e^x)' = e^x = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + \cdots + n a_n x^{n-1} + \cdots \quad ②$$

中略（要再チェック）

つまり、極限値 $\lim_{x \to \infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

$\lim_{x \to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$となる



eは確率・統計にも登場する

(1) 対数関数の微分

$$\lim_{h \to 0} (1+h)^{\frac{1}{h}} = e$$

(2) 対数関数 $\log_e x$ の導関数は $\frac{1}{x}$

(3) 指数関数も底をeとすれば、e^xは微分してもe^x、積分してもe^xでまったく形が変わらない

(4) $e^{\pi i} = -1$

(5) 幾何学　geometry　土地を図る　(紀元前)

(6) 代数学　algebra　移項という意味　(6~7C)

(7) 確率　probability　ラプラス　(19C初)

(8) 統計学　statistics　ピアソン、ゴルトン　(19C末)

(9) 推測統計学　統計学の完成　フィッシャー、ゴセット　(20C)

数学的確率　mathematical probability

経験的確率　experimental probability

No.

Date

(10) 順列と組合せ　（順列 permutation）

① 3つの異なるものを1列に並べる順列の数は、

$_3P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 通りである

② 4枚のカードの中から、2枚をとって1列に並べる順序の数は、

$_4P_2 = 4 \times 3 = 12$

③ 一般に、異なるn個のものの中からr個とる順列の数は、

$_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$ となる

④ 4個の異なるものから、3個とる組合せ

$$_4C_3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

⑤ 一般に、異なるn個のものの中からr個をとる組合せの数

$$_nC_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

⑥ $_nC_r = {}_nC_{n-r}$

⑦ $_nC_r = \dfrac{_nP_r}{r!}$

⑧ 袋の中に白球5個と赤球3個が入っている。
この中から2球を取り出すとき、白と赤がそれぞれ1球ずつ出る確率

8個の中から2個取り出す組合せの数は、

$$_8C_2 = \frac{8\times7}{2} = 28 \text{ 通り}$$

白1球の出方は、$_5C_1 = 5$ 通りで、
赤1球の出方は、$_3C_1 = 3$ 通りで、

従って求める確率は

$$p = \frac{_5C_1 \times {_3C_1}}{_8C_1} = \frac{5\times3}{28} = \frac{15}{28}$$

⑨ 度数分布曲線の形

⑩ 平均値 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$

x_1がf_1個, x_2がf_2個, x_3がf_3個, x_jがf_j個あるとき

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots f_jx_j) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{j} f_kx_k$$

(11) 階級値　階級の中央の値 — 144〜147 → 145.5

中央値、メジアン、中位数 — ならべた中央の値

最頻値、モード、並数 — 度数のもっとも多い階級値

代表値

偏差　平均値からのかたより

分散　偏差の平方の平均値　σ^2 又は s^2

標準偏差　分散の正の平方根 σ または s

N 個のデータがあるとき、その値を $x_1, x_2, \cdots x_N$ とすると
これらの平均値 $\bar{x}$ との差、つまり $x_1-\bar{x},\ x_2-\bar{x},\ \cdots x_N-\bar{x}$ を
「平均からの偏差」という

$$\frac{1}{N}\left\{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_N-\bar{x})^2\right\}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x_k-\bar{x})^2$$
$$=\sigma^2$$

σ^2 は分散であり、

標準偏差 σ は、

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x-\bar{x})^2}$$ 、そして f の重みがあるとき

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{n}(x_k-\bar{x})^2 f_k}$$ となる。