第16回　企業組織再編

会計と経営のブラッシュアップ
平成 27 年 9月24日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業組織再編の会計と税務 山田淳一郎監修 H22.10 税務経理協会刊)
(企業買収・グループ内再編の税務　佐藤信祐外著　2010.11 中央経済社刊)(事業再生の法務と税務　太田達也著　H25.6　税務研究会刊)

Ⅰ 企業組織再編による事業再生

1．事業再生の諸手法、譲渡(分離)側と取得側からの検討(税務、会計、経営)

区　分	内　容	メリットとデメリット
(1)事業譲渡	① 営業(財産)の一部又は全部の譲渡	① 設計がしやすい
	② 契約による取引行為	② 簿外債務リスクが少ない
	③ 個々の財産の譲渡	③ 許認可の引継ぎの困難
	④ 株式の譲渡の方法	④ 事業譲渡価額の決定
	⑤ 営業権の計上	⑤ 消費税の課税
	⑥ 充分な再建計画の必要性	⑥ 資産譲渡益の処理
(2)分　割	① 個別の取引でなく、包括的な資産負債の移転(包括承継)	① 個別の同意は不要
	② 第2会社方式の活用	② 許認可手続の容易化
	③ 適格、不適格の区分	③ 重畳的債務引受を行う方法
	④ 営業権(資産調整勘定等)	④ 簿外債務の承継リスク
	⑤ 対価の柔軟化	⑤ 消費税、不動産取得税、登録免許税
	⑤ 移転資産の範囲	⑥ 資産譲渡益の処理
	⑥ 充分な再建計画の必要性	
(3)その他の方法	① 債権放棄	
	② 増減資	
	③ DES	
	④ DDS	
	⑤ 株式交換、株式移転	
(4)株式譲渡	①株式の譲渡	①非常にわかりやすい
	②個人不動産の譲渡	②法人格に移動が生じない
	(ME)	③欠損金引継 免除益要請
		④認許可不要
		⑤簿外債務リスクがある

本レジュメはブラッシュアップ日迄にホームページに up してあります
http://yamauchi-cpa.net/index.html　山内公認会計士事務所 yamauchi@cosmos.ne.jp

(1) 事業譲渡 (TG) (AM) (TO)

説　明

A社　　　　金銭等↓　↑甲事業　　A社又は新A社
　　　　　　　　　　　　　　　　(甲事業)

B社　　　　　　　　　　　　　　B社
(甲、乙事業)　　　　　　　　　　(乙事業)

B社は解散、清算する場合が多い

A社がB社の事業(財産)の一部又は全部を買収する(AM)(原則としてA社、B社の株主総会の特別決議が必要)
清算年度（解散後）の譲渡も可 (除建設)
譲渡損益は清算年度とできる

(B社の免許、甲事業等一部のみを取得したい時は、不要な乙事業等を他に譲渡し、B社株式等を譲受ける方法もある)

(2)-1 会社分割　(OS)(NK)(KH) 既存B社へ

吸収分割の場合は、A社と旧B社株主となる
又は⑦

A社
(分割法人)
↓ 100%
既存 B社
(分割承継法人)

出資等↓　↑B社株式

新株主
↓ 100%
B社

A社の決算期変更は実施に (DKの場合)

(建設業免許の引継は、A社解散後ではできない)

① A社事業(財産)をB社に分社分割
② A社はB社株式をB社に無償譲渡又は新株主に譲渡
③ 新株主がB社株式の買取及び出資
④ B社の事業が弁済原資
⑤ A社は清算
⑥ 別に無対価(分割、合併)
⑦ 対価の柔軟化による A社事業のB社への譲渡

(2)-2 会社分割　(DK、DW)

A社
(分割法人)
↓ 100%
新設(甲事業の分割)　→

新株主
↓ 100%
C社

① C社を新設する
② C社が事業免許取得
③ A社の甲事業をC社に吸収分割
④ 分割損益はA社の分割年度
⑤ A社は清算

2．第二会社方式　(OS、DK など)による事業再生
OF

旧会社		承継会社(第二会社)		
事業の移転 (会社分割・事業譲渡等)	→	収益性事業の承継 (資産・負債・営業権等) (又は買収) →	→	営業継続、営業権償却
↓ 残務整理後解散・(特別)清算等		資産負債差額		

営業権と資産負債差額の違い!!

(1) 移転先の**第二会社(承継又は新設会社)へ、**会社分割や事業譲渡により、**収益性のある事業を移転**させて事業を継続して行く手法である。合併は余り利用されない(事業の取捨選択と旧会社分離ができないため)
Bad

(2) 移転元の**旧会社**は、他の事業等を停止し、**残務整理を行い、解散・清算**する場合が多い。(従ってグループ法人税制の簿価譲渡は使いにくい)

(3) 重要なポイント

① 移転した**事業の価値**に見合った時価の計算（資産・負債及び営業権）
② 新設会社の**債権者**(特にメインバンク、株主、従業員等)**の理解を得る**こと
③ 残された旧会社の**債権者の理解**(債権放棄等)を得ること(民法 424)

(4) 事業譲渡は、譲渡代金が**キャッシュで譲渡会社に流入**し、それが債権者への弁済原資となるのに対し、会社分割の場合は、交付を受けた新会社株式をスポンサーに譲渡し、**現金化する。**スポンサーからの増資引受けの場合もある。ともに主たる回収・弁済原資は継続事業の収益性である。

金銭の場合もある
(対価の柔軟化)

(5) 第二会社(又は 既存会社)方式の成功のポイント

① 移転する**事業の収益性**
② 両社債権者に対する**説明と理解**
③ スポンサー企業に対する**説明と支援**
④ 経営責任の**明確化**（債権放棄、退陣等）

(6) 税務上の取扱い

① **事業譲渡の場合**

(ｲ) 資産調整勘定(営業権)は、60ヶ月で損金算入(償却)する
逆に負債調整勘定は、60ヶ月で益金算入する

(ﾛ) **消費税法上の譲渡等**に該当する

(ﾊ) 不動産の移転登記に伴い**登録免許税**が課される

(ﾆ) 譲受会社に対して、**不動産取得税**が課される

② **会社分割の場合**

(ｲ) **非適格分割**となる場合が多い

(ﾛ) **時価での分割(譲渡)**となる

又は 有償取得営業権

(ﾊ) **資産調整勘定、負債調整勘定(営業権等)は60ヶ月で償却**される

(ﾆ) 消費税法上の譲渡に該当しないため、**課税対象外取引**となる

(ﾎ) **一定の要件**を満たせば、**不動産取得税**は課されない

(ﾍ) 所有権の移転登記に対する**登録免許税**については、**軽減措置**あり

(7) 消費税法上の取扱い

旧会社が新会社株式をスポンサー企業に譲渡する場合に、この取引は**消費税法上の非課税取引**に該当する。
したがって、**株式の譲渡価額の5%について、非課税売上**として考慮のこと

(8) オーナーの所得税法上の取扱い

(ｲ) **オーナーが私財提供した時**
平成25年度の改正により、一定の要件を満たしているときは、譲渡課税は適用されない

(ﾛ) **求償権を行使できない時**
一定の場合、貸倒損失となる(所基通64-1、51-11)

(ﾊ) 上記(イ)、(ロ)について法人が事業を継続している時
H14.12.25付 中小企業庁からの照会

(9) **仮装経理**を行っていた場合の取扱い
H22.10.6 法人税質疑応答事例

(ｲ) 実在性のない資産の発生原因が明らかである場合

(ﾛ) 実在性のない資産の発生原因が不明である場合

(10) 親会社の解散・清算でなくて、100%子会社を解散等する場合は、**存続する親会社**の100%化のタイミングによる貸倒損失、繰越欠損金の引継、子会社株式の償却損に注意する。

3．その他の組織再編の概要図

(1) 債権放棄

旧債権者　　　　債権者、株主構成の変化

A 社　　新株主等　　A 社

↓　　　　↓

債権放棄　　②増資

③融資

説　明

①債権放棄と②、③増資等による財務の改善

(2) 増減資（株主構成の変更）

旧株主　　新株主　　株主構成の変更

A 社　　　　A 社

↓

①減資　　②増資

①、②によるオーナーの交代による財務の改善

(3) DES

債務の資本化（負債→資本）

B/S

資産	負債 △資本

→

資産	負債
	資本

説　明

債務を資本へ振替えるときの注意点!!

(4) DDS

債務の劣後化（負債→長期化）

B/S

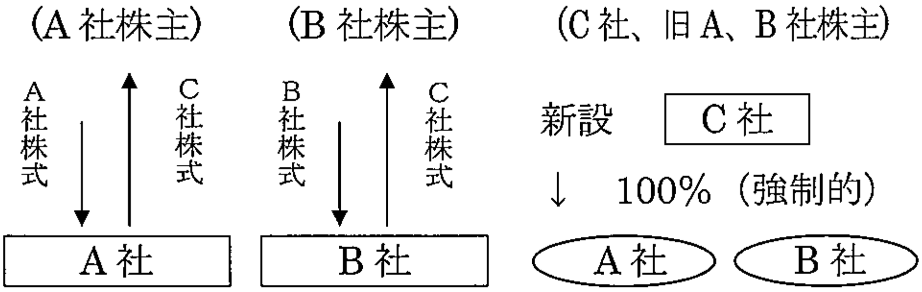
資産	負債

→

資産	負債 劣後負債

(5) 株式交換

(5)-2 株式移転



1又は2以上の株式会社(A社、B社)がその発行済株式の全部を新たに設立するC社に取得させる方法である(原則としてA～C社の株主総会の特別決議が必要)

(検討すべき課題)

1. 共通支配下の取引の意味(合併)

2. 親子会社間の合併、子会社同士の合併、同一の者(個人)に支配されている会社同士の合併

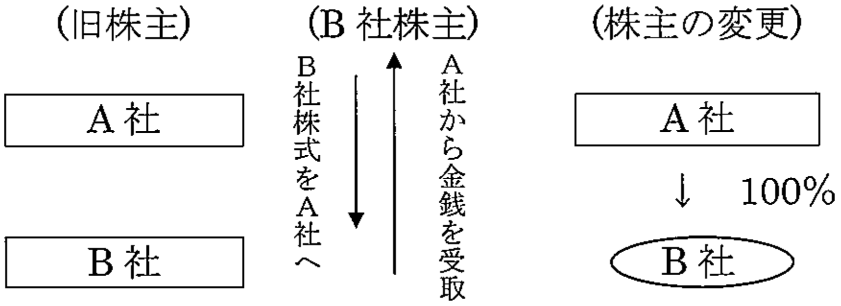
3. 同一の者(個人)の支配と適格合併

4. №1～3の場合(資産、負債の簿価引継)の繰越欠損金の引継

5. 抱合せ株式消滅差損益についての別表四、五(一)の処理

6. 資産負債差額、営業権の資産性の有無

4. 株式の譲渡



B社の株式をA社が
現金で購入する

(1)売り手の株主

A、株主が個人である場合
① 株式の譲渡益課税20%の申告分離課税
所得税15%、住民税5%
② 上記株式の譲渡損がある場合には、通算可能
買戻しは子供で行うこともできる

B、株主が法人である場合
他の所得と合算して法人税等が課税される。
現行の実効税率は、約33%である。
C、取締役等の退職金
株式譲渡価額に反映する。

(2)買い手
①取得価額は、買取金額と付随費用
②のれん以上の工夫
(ⅰ)買い手が買収後事業譲渡—取得会社売却益—譲渡会社で償却
→取得会社の解散、清算で課税損失
(ⅱ)株式買収会社で、合併又は清算して営業権計上

5. 不動産の譲渡と合わせた取引

(1)株式譲渡価額と調整可能

(2)株式と土地(不動産)を分割して考える

株式—営業権プラス
土地—借地権等プラス

６．株式譲渡と事業譲渡の比較

(1) ケース(株式譲渡の場合)

譲渡株式　　資産 20 億、負債 25 億、純資産△5 億、青色欠損金△15 億
譲渡対価　　5 億円

(a)売手の仕訳(株式譲渡の場合)

現金　5　/　株式譲渡益　5
(個人 20%課税、法人 33%課税)

買手の仕訳

株式　5　/　現金　5

(b)売手の仕訳(事業譲渡の場合)

現金　5　/　資産　20
負債　25　/　譲渡損益　10
(会社の青色欠損金 15 億円で譲渡益相殺)

買手の仕訳

資産　20　/　負債　25
のれん　10　/　現金　5

(c)有利不利の判定

(a)売手会社の青色欠損金の活用(事業譲渡)
(b)買手ののれん(資産調整%)の活用(事業譲渡)
(c)株式譲渡の場合は(a)　(b)がない

(資産負債調整%)

その直前に営む事業及び譲渡資産、負債の概ね全部が移転する場合には、非適格合併、分割、事業の譲受けについては、資産負債調整%(のれん)を計上できる。
こののれんは、事業譲渡等があった日の属する事業年度から 5 年間で損益算入しなければならない。

Q４６：対価の柔軟化

Ａ４６：合併、分割等において株式の代わりに金銭のみの交付が出来るようになりました。
（但し、非適格となる）

現行商法では合併、分割、株式交換、株式移転に際して、消滅会社の株主、分割会社の株主、完全子会社の株主に交付される財産は存続会社、分割承継会社、完全親会社の株式に限定されています。

しかし、昨今企業再編の必要が高まり、国内に留まらず、外国企業との企業再編も取り沙汰されていますが、企業再編の対価が株式に限定されていることから、株式以外の金銭その他の財産も対価として交付することを認めるよう要望がありました。

新会社法では吸収合併、吸収分割、又は株主交換の場合に消滅会社等の株主に対して存続会社等の株式を交付せずに、金銭その他の財産の交付することができるようになりました。

これに従い、株式に代えて交付される財産の評価によって、消滅会社の株主や債権者に影響を与えることになりますので、その算定方法などを知らしめるために「消滅会社の株主に対する株式の割当てに関する事項についてその理由を記載した書面」「対価の内容を相当とする理由を記載した書面」の開示が定められました。

この対価の柔軟化により、次のような組織再編が可能となってきます。

○　金銭のみによる合併（キャッシュ・アウト・マージャー）

消滅会社の株主に対して、金銭のみを交付する合併をいいます。この場合には存続会社は合併によっても合併前の株主構成が変わらずに再編を行うことが可能です。

（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、金銭を見返りにもらう）

事業譲渡、売買と同じ効果

○　親会社株式による合併

消滅会社の株主に親会社の株式を交付する合併（三角合併）が可能となります。
この方法で外国企業が日本に子会社を設立し、その子会社が他の日本企業を吸収合併する際、親会社である外国企業の株式を交付することにより、金銭を用いずに外国企業が国内企業を合併することが可能です。

（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、合併会社の親会社の株式を見返りにもらう）

Ⅱ．無対価分割（主として不適格の場合）

10頁 対価の柔軟化参照

分社型分割　　分割法人 A

↓

分割承継法人 B

Aが B株を保有している

Aが B社株を所有していない場合

分割型分割　　分割法人 A

↑100　↑0

分割承継法人 B

（法法 2十二の九）

(1) BがA社株100%を保有

(2) Bが 〃 0% 〃

(3) Bからの分割対価資産のすべてが分割法人の株主に交付される場合

(4) BはAに対して、分割の対価（承継対象権利義務の対価）を金銭で交付する

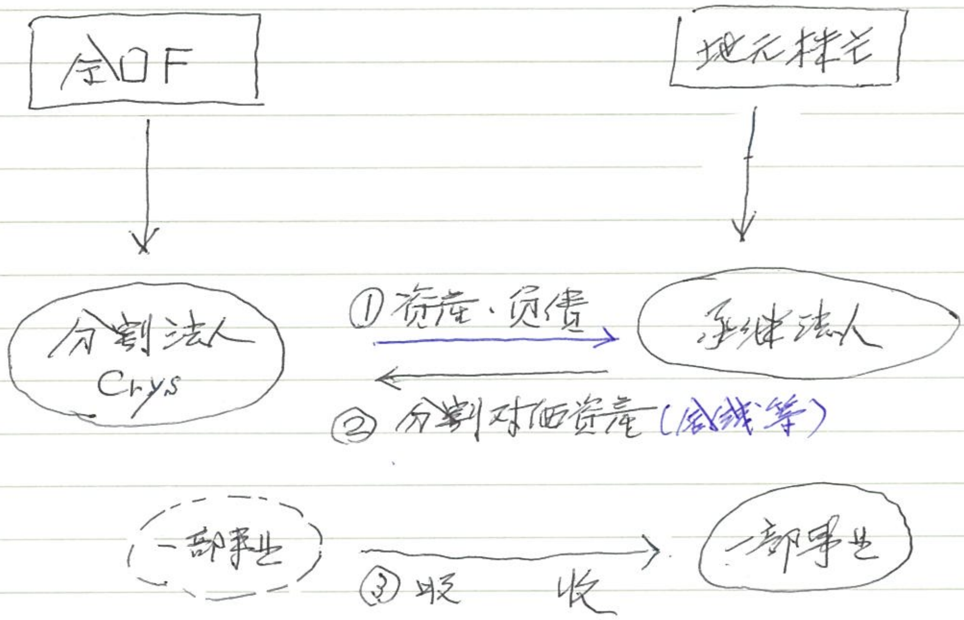
（対価の柔軟化）

前頁(2)の場合 ― 非適格

1. 分割法人において譲渡損益を計上する。

2. 分割法人の株主については、何ら対価が交付(株式)されないので ゼロ円譲渡とみなす。 金銭の交付は、分割法人にある

3. 具体的な流れ



(分割法人)

諸負債	×××	諸資産	×××
		譲渡益	×××

(承継法人)

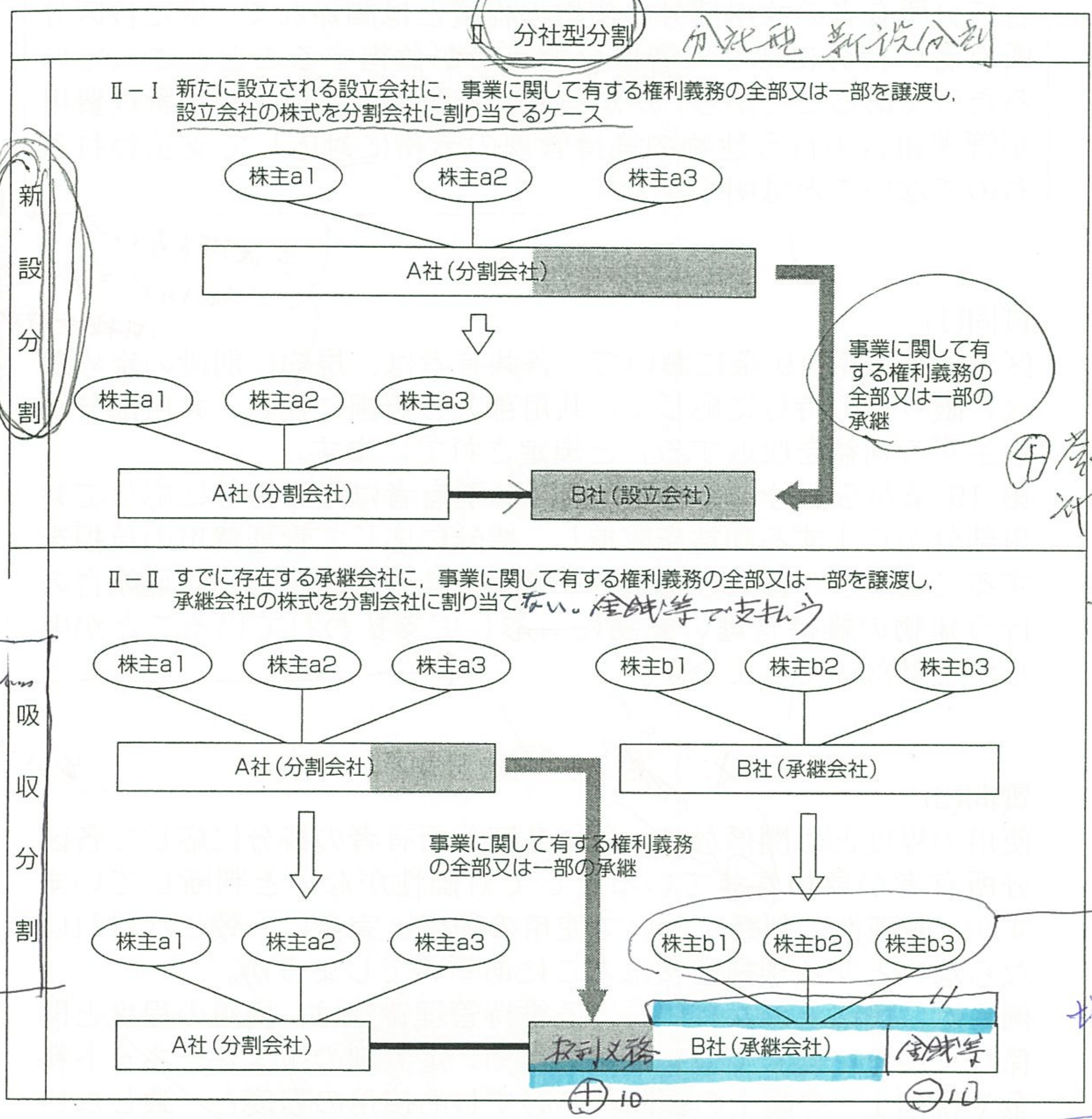
諸資産	×××	未払金(金銭)	×××
営業権	×××	資本金	0

(2) 無対価吸収分割
又は対価の柔軟化

(1) 分社型分割
山田

12

Ⅱ　分社型分割の形態



(4) 営業権の計上の可否
OK

株主は変動しない。
増資はない

資産負債10 (営業権その他) / 金銭等10

⑩

(1) 非適格分社型分割
see ⑨，⑮，⑯

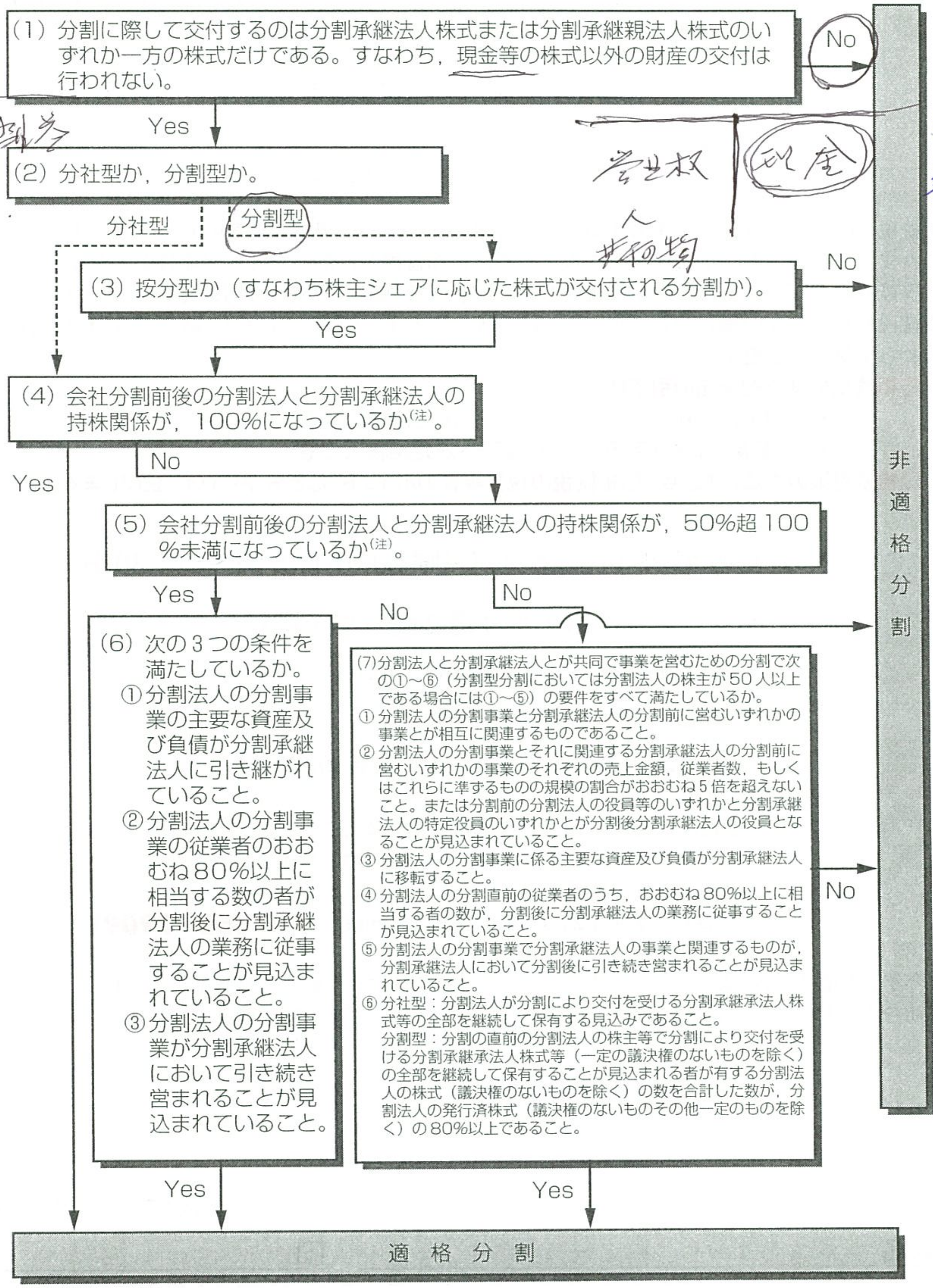
(2) 営業権の計上の可否
see ⑪，⑭，⑯
判例 see ⑫，⑬

(3) 仕訳
see ⑮

(4) 会計基準
⑰ ⑱

(5) 会社法
⑲ ~~⑱~~ ⑳

第2編



(注) 兄弟会社（同一の者によって支配される関係の会社）間の分割も含まれる。その場合には，当該同一の者による支配株式の継続保有が見込まれることが条件となる。

【組織再編】

Ｑ４６：対価の柔軟化

Ａ４６：合併、分割等において株式の代わりに金銭のみの交付が出来るようになりました。

（但し、非適格となる）

現行商法では合併、分割、株式交換、株式移転に際して、消滅会社の株主、分割会社の株主、完全子会社の株主に交付される財産は存続会社、分割承継会社、完全親会社の株式に限定されています。

しかし、昨今企業再編の必要が高まり、国内に留まらず、外国企業との企業再編も取り沙汰されていますが、企業再編の対価が株式に限定されていることから、株式以外の金銭その他の財産も対価として交付することを認めるよう要望がありました。

新会社法では吸収合併、吸収分割、又は株主交換の場合に消滅会社等の株主に対して存続会社等の株式を交付せずに、金銭その他の財産の交付することができるようになりました。

これに従い、株式に代えて交付される財産の評価によって、消滅会社の株主や債権者に影響を与えることになりますので、その算定方法などを知らしめるために「消滅会社の株主に対する株式の割当てに関する事項についてその理由を記載した書面」「対価の内容を相当とする理由を記載した書面」の開示が定められました。

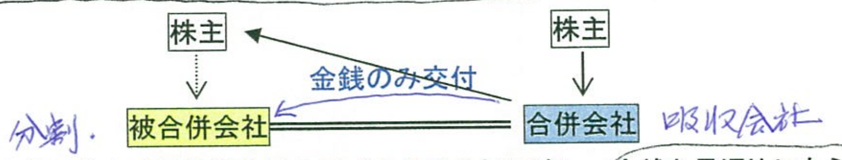
この対価の柔軟化により、次のような組織再編が可能となってきます。

○　金銭のみによる合併（キャッシュ・アウト・マージャー）

吸収会社

分割 消滅会社の株主に対して、金銭のみを交付する合併をいいます。この場合には存続会社は合併によっても合併前の株主構成が変わらずに再編を行うことが可能です。

吸収

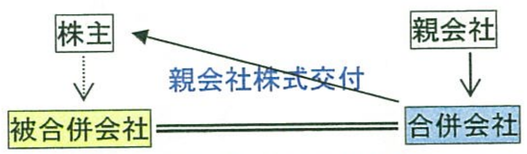


（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、金銭を見返りにもらう）

事業譲渡、
売買と同じ

○　親会社株式による合併

消滅会社の株主に親会社の株式を交付する合併（三角合併）が可能となります。
この方法で外国企業が日本に子会社を設立し、その子会社が他の日本企業を吸収合併する際、親会社である外国企業の株式を交付することにより、金銭を用いずに外国企業が国内企業を合併することが可能です。



（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、合併会社の親会社の株式を見返りにもらう）

2．分割の場合

(1)分割（子会社貸倒損）の流れ

2/10	新会社設立
2/20	100% 子会社不動産売却
2/25	子会社解散
2/25	子会社の債権免除(親会社の免除損)
3/31	親会社決算期変更
(4/30)	(親会社解散)
5/1	親会社分割(営業権譲渡益　億円)
5/1	子会社決算・解散
	劣後債務契約解除
	親会社解散(分割後)(債務免除益　億円)
	親会社清算結了

① 分割前解散不可の場合の親会社の法人税等～　M¥（免許の分割不可）
② 分割前日の解散の可否（免許の譲渡は可能）
③ 子会社不動産の譲渡時期の早期化（親会社の課税）
④ 当初営業権評価　　M¥ → 現在　M¥の妥当性（疑問）
　増加原因は10年間の利益計画　①　M¥/年 → ②　M¥/年に増加
　利益計画①は過去5年間等の実績等とも比較
⑤ 建物附属明細等の引継は可か
⑥ 新会社の資本金＞分割時の増資が望ましい

A. 税金が　M¥と高くなる。
B. 営業権が通らない可能性（高すぎる）がある。
C. 追加出資者が営業権を高すぎる（負債が多い）と言う可能性。→ 不問
D. 例えば、平均粗利率を低減（11.634%→11.134%へ△0.5%）すると、営業権は約　百万円増評価となる。
E. 親会社決算期の変更（6月→3月へ）

(13) D28~30 機能する組織

14

作成日 . .

作成者

27 The Manager and His Work

(2015. 06. 22)

1. It was Bismarck, who said : " Its easy enough to find a Minister of Education ; all the job needs is a long white beard. But a good cook is different ; that requires universal genius.

2. A manager has two specific tasks.

(1) The first specific task is lager than the sum of products more than the sum of the resources put into it.

like the conductor of a symphony orchestra.

(2) and the composer

3. The manager harmonize three major functions of business enterprise

(1) managing a business

(2) managing managers

(3) managing worker and work

○ 文部大臣になることは易しい。長くて白いヒゲがあればよい。
コックはそうはいかない。才能が必要である …… とスマレック
経営者の仕事とは何か、それは長くて白いひげ以上のものである。

○ 手品師 ― 先に準備する　Mr.マリック

○ 二つの時間の調和 ― 長期と短期

○ マネージメント以外の多様な仕事

営業部門の経営管理者	売上げの分析と達成	大切な顧客のもてなし
職長	生産、工程の結果	生産報告に記入
製造部門の経営管理者	新工場の設計 新原料の試験	
社長	大きな契約	銀行借入れのとりきめ ディナーのホスト役

○ 経営管理者に特有の仕事
(1) 目標の設定
(2) 組織 活動や作業の
(3) 動機づけを行ない、コミュニケーションを行う
(4) 評価と測定
(5) 部下の育成

1 The second specific task of the manager is to harmonize in every decision and action the requirements of immediate and long-range future.

2 He must, so to speak, keep his nose to the grinstone while lifting his eyes to the hills.

3 There are five such basic operations in the work of manager.

(1) sets objective

(2) manager organizes

(3) a manager motivates and communicates

(4) ~~the~~ job of management

(5) a manager develops people

Next Society

1 IT革命の先に何があるか

(1) IT革命のインパクトは何か

情報のインパクトではない

人工知能ではない、

コンピューターではない

MISなどの戦略ではない

→ eコマースのインパクトである

But it is

not "information"

not "artificial intelligence"

not "effect of computers and data processing on decision-making, policymaking or strategy.

→ It is "e-commerce"

that is, the explosive emergence of the Internet as a mager worldwide distributio channel for goods, for services, and, suprisingly, for managerial and professional jobs.

This is profoundly changing economies, markets,
and industry structures;
; products and services and their flow;
; consumer segmentation, consumer values, and consumer behavior;
; jobs and labor markets.

But the impact may be even greater on societies and politics and, above all, on the way we see the world and ourselves in it.

At the same time, new and unexpected industries will no doubt emerge, and fast.
One is biotechnology
Another fish farming

Gutenberg's printing revolution, around 1455
The Industrial Revolution of the late 18c

The Railroad

Then, in 1829, came the railroad, a product truly without precedent, and it forever changed economy, society, and politics.

The railroad was the truly revolutionary element of the Industorial Revolution, for not only did it create a new economic dimension but also it rapidly changed what I would call the mental geography.

産業革命から50年後に 鉄道が現われ → 経済、社会、政治が変化した

コンピュータの発明から50年後に インターネットによる eーコマースが生まれ → 〃 する筈である。

14-1-4
作成日 . .
作成者

The Meaning of E-Commerce

And like the railroad 170 years ago, e-commerce is creating a new and distinct boom, rapidly changing the economy, society, and politics.

In the new mental geography created by the railroad, humanity mastered distance.
In the mental geography of e-commerce, distance has been eliminated. There is only one economy and only one market.

14-7-5

作成日 . .

作成者

	ツール	コンテンツ	その先
		(結果①)	(結果②)
情報の	メディア	メッセージ	
鉄道の	レール	運搬	
インターネットの	Web	e-commerce	

E-commerce is to the Information Revolution what the railroad was to the Industrial Revolution — a totally new, totally unprecedented, totally unexpected development. And like the railroad 170 years ago, e-commerce is creating a new and distinct boom, rapidly changing the economy, society, and politics.

A midsize company which have some 60% of market china, Almost overnight it more than half of its market by the European manifacture that offered china of apparently better quality at a lower price and shipped cheaply by air

14-7-6
作成日 . .
作成者

In the new mental geography created by the railroad, humanity mastered distance. In the mental geography of e-commerce, distance has been eliminated. There is only one economy and only one market.

This illustrates another important effect of e-commerce. New distribution channels change who the customers are. They change not only how customers buy but also what they buy. They change customer behavior, savings pattern, industory structure — in short, the entire economy. This what is now happening, and not only in the U.S. but increasingly in the rest of developed world, and in a good many emerging countries, including mainland China

eーコマースについてのもう一つの重要な面.

(1) 流通チャンネルは、顧客が誰かを変える

(2) 顧客がどのように買うかだけでなく、何を買うかを変える

(3) 消費者行動を変え、貯蓄パターンを変え、産業構造を変える

(4) ひとことで言えば、経済全体を変える。

作成日　．　．
作成者

発明・革命	最初の50年内	その後 60年後
グーテンベルクの印刷革命 (1455年)	修道士が筆写していた 宗教書と古文書の出版 ↓ 最初の50年内で筆写者が 手に入れやすくなった	ルターのドイツ語訳聖書が 大量に印刷された 破格の安さで売られた ↓ ルターの聖書は社会を変えた 宗教を再生させた 150年に及ぶ宗教改革がおきた マキャベリから引用のない君主論 (16Cのベストセラー)を著した
産業革命 ジェームスワットの蒸気機関 (1769年)	産業革命が実際に最初の 50年内にしたことは、 産業革命以前からあった 製品の機械化だけであった 確かに生産量を大幅に 増やし、生産コストを大幅に 下げた。 大量消費者と大量消費財 を生み出した。しかし 製品そのものは産業革命の 前からあった	1829年に鉄道が誕生し 人と物資の輸送に利用 された、移動能力を人者が 得ることとなった ↓ 地理概念を変えた、 人類が初めて本当の移動 能力を得た、初めて普通の 人の世界が広がった 経済を変えただけでなく、 心理的な地理概念を変えた

作成日 14-7-8
作成者

コンピューター発明 (ENIAC 1943～46年)	～1995年	2005年～
	IT革命の前から 存在していたもののプロセス を変えたにすぎない 情報自体にはいささかの 変化ももたらしていない 50年前に予測された 変化は一つとして起こって いない 意思決定の方法も仕方も 変わっていない IT革命が行ったことは、 昔からあった諸々のプロセスを ルーティン化しただけで あった。大幅な時間の節約 とコストの削減があった だけである 仕事の方法については、 いまのところ、IT革命は すでにあったものをルーティン化 したにすぎない	

Industrial revolution

作成日 14-7-9
作成者

1. Then, in 1829, came the railroad, a product truly without precedent, and it forever changed economy, society and politics.

2. But despite all these effects, the Industrial Revolution in its first half century only mechanized the production of goods that had been in existence all along, the products themselves had been around all along.

3 The railroad was the truly revolutionary element of the Industrial Revolution, for not only did it create a new economic dimention, but also it rapidly changed what I would call the mental geography.
For the first time in history human beings had true mobility. For the first time the horisons of ordinary people expand.

14-7-10

作成日　.　.

作成者

4. From the First computers, it had been 50 years — it had only transformed process that were here all along.

The process have not been changed at all. They have been routinized, step by step, with a tremendous saving in time and, often, in cost.

14-7-11

作成日 . .

作成者

E-Commerce :

The Central Challenge

1. Traditional multinationals will, in time, be killed by e-commerce.

The e-commerce delivery of goods will require a different organization from today. It will also require a different mind-set. Indeed, the very way performance is measured will change.

2. For instance —

(1) delivery will become the critical "core competence" in business.

(2) its speed, quality, and responsiveness may will become the decisive competitive factor.

3. E-commerce does not merely master distance, it eliminates it, for example Amazon.com, today the world's biggest bookseller, neither knows nor cares where the purchase order comes from.

14-7-12

Cars by E-Mail

作成日 . .
作成者

1. One example : One of the fastest growing business in the U.S. today is an e-mail seller of new passenger automobiles : CarsDirect.com.
it was founded as resently as January 1999, and became in July 1999 one of the twenty largest car dealergs in the country.

2 It has signed up eleven hundred traditional dealers throughout the country to deliver CarsDirects' sales to the local purchaser, with a guaranteed delivery date and with quality-controlled service.

3. Deliverly is equally important — it may indeed be more important — in e-commerce between businesses.
It is growing even faster than e-retail commerce and is becoming transnational even faster.

4 E-commerce separates, for the first time in business history, selling and purchase.

14-7-13

E-commerce

作成日 . .
作成者

1. Just as e-commerce separates selling and purchasing, it separates making and selling.
Under e-commerce, what we now know as "production" becomes procurement.
生产 取得.

2. In fact, as both Amazon and Cardinet show, the great strength of e-commerce is preciously that it provides the customer with a whole range of products, no matter who makes them.

3. But in traditional business structures, selling is still seen and organized as a servant to production, or as the cost center that "sells what we make."
In the future, e-commerce companies will sell "what we can deliver"

1)

ベクトル・行列

平成27年9月24日

本レジュメは、次の各書を参考にさせていただいて作成した。
（行列・ベクトル　佐藤敏明著　2003.11ナツメ社刊）
（実務数学講座テキストⅡ　㈶実務教育研究所）（経済数学早わかり 西村和雄著 S60.4.30日本評論社刊）
（経済数学入門 岡部恒治 2006.12.25 新世社 発行）.

Ⅰ ベクトル

数を長方形や正方形に並べて、表にすると、状況（共通点や相違点）がわかりやすい。
これを一つのものとして扱う。

(1) 行
(2) 列
(3) 成分（2, 3）
(4) 行列（m行×n列）
　　A, B, C…
(5) 数　a, b, c…
(6) スカラー　数そのもの　k
(7) ベクトル　一組の数，1列に並ばせた兵隊

(1) 自然数　1, 2, 3, …
(2) 整　数　自然数 (+) −1, −2, −3, …
(3) 分　数　$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{2}$, …
(4) 有理数　整数 (+) 分数
(5) 無理数　分数で表せない
　　面積が2㎡の一辺の長さ
　　$\sqrt{2}$, $\sqrt{a}$, …
(6) 実　数　有理数 (+) 無理数
(7) 虚　数　二乗して正にならない、マイナスになる数
　　$i^2 = -1$
(8) 複素数　実数 (+) 虚数

$a \in A$　aは集合Aのメンバー　　$a \notin A$　メンバーでない

$B \subset A$　BはAの部分集合 Contain $\subset$　$A \cap B$　AとBの共通集合

1. ベクトルとは

数を縦あるいは横に並べて括弧でくくって1組としたもの

ガンモ 1個	1	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
コンニャク 2個	2	
ハンペン 1個	1	
名称	数字の羅列	答の注文、意味のある数字の集まり 列ベクトル
(i)	(ii)	(iii)

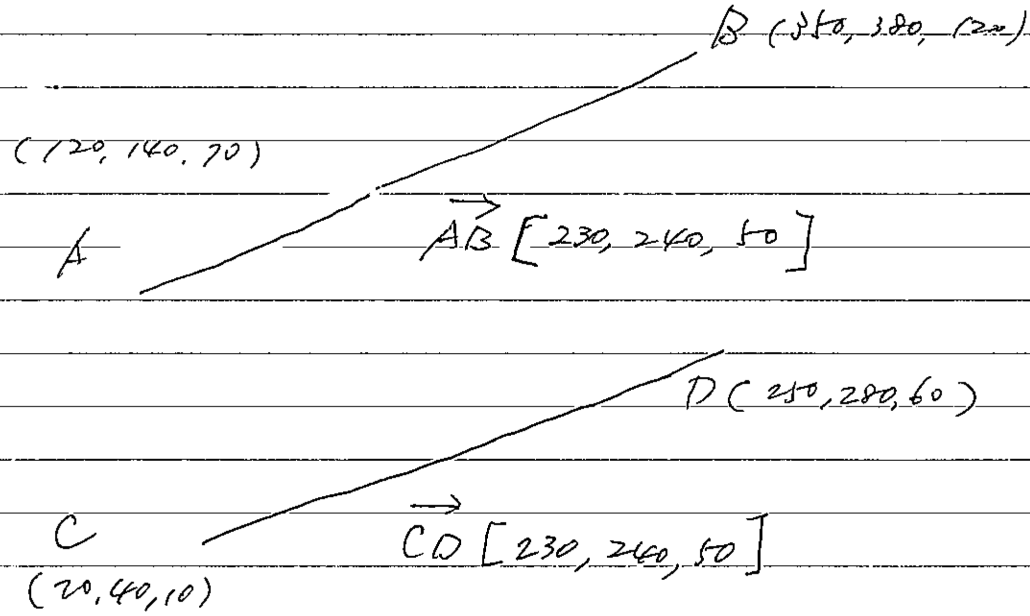
ベクトルは、名称(i)や単なる数字の羅列(ii)ではなく
意味のある数字の集まり(iii)となる。

2.

列ベクトル	縦に並べたもの	転置 transpose T
行ベクトル	横に並べたもの	
成分	カッコ内の数	
次数	カッコ内の数字の個数	
スカラー	数そのもの k	
ベクトル	いくつかの数が1組になっているもの	

3 ベクトル $\overrightarrow{AB}$

座標上の A (120, 140, 70) から B (350, 380, 120) へ
向かう矢印のことを ベクトル $\overrightarrow{AB}$ という。
A を ベクトル $\overrightarrow{AB}$ の始点、B を ベクトル $\overrightarrow{AB}$ の終点という



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

4 ベクトルの大きさ

ベクトル $\vec{a}$ の矢印としての長さを大きさといい、
$|\vec{a}|$ とかく。

$\vec{a} = [a, b, c]$ ならば、

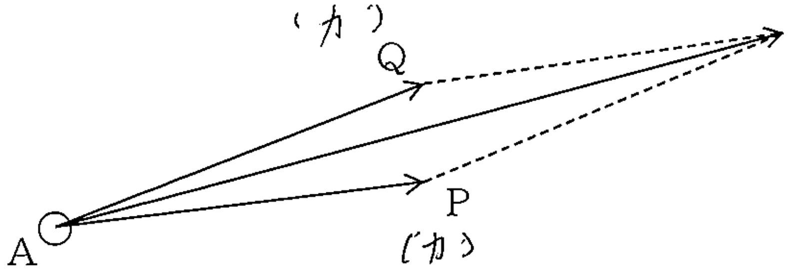
$|\vec{a}| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ である

5. 力としてのベクトル

長さや重さは、それを図る単位を定めれば、１つの数によって表わすことができる。
しかし、**力**は単一の数だけでは十分に表しえない。
例えば、ある物体に**5ｇの力**を加えると言っても、これだけでは５ｇの力で押すか、それとも引っぱるのか明確でない。
つまり力を表わすには、大きさを表わす数とともに、それが**作用する向き**をも表示しないと完全ではない。 （大きさ） （方向） ↓ 力

ベクトル量＝大きさ＋向き → 力
（大きさ） （方向）
スカラー量＝大きさ

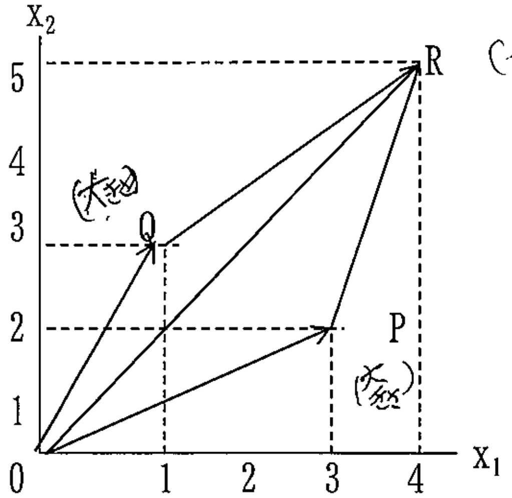
（方向）
矢線の長さで力の強さ（ベクトルの大きさ）を表わし、**矢の向き**が力の作用する向きを表す。



ＰとＱという２つの力が、物体Ａに作用することは、つまり物体ＡにＲというひとつの力が作用していることになる。

6 時点（当月末、前月末）等の相違にベクトルを較べると意味が生ずる
A、B、C、各商品の当月末在庫を（120, 140, 70）として、同品の前月末在庫を（350, 380, 120）と比較すると、その差は、
（350−120, 380−140, 120−70）＝（230, 240, 50）となる。
この間に仕入がなければ、これは出庫を示し、出庫は売上を意味する。

7. 線形代数（ベクトルを代数的に扱う）



(方向) 力

P　x_1軸で 3、x_2軸で 2 を　$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$と表現する

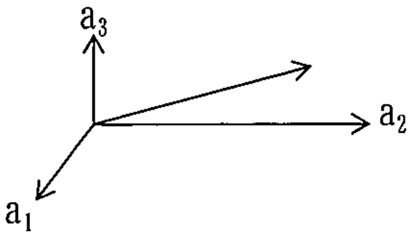
Q　　〃　1、　〃　3〃　$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$　　〃

するとRが$\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$と得られる。　　$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$

これは、2 頁のNo.3 ということである。
即ち P=$\begin{pmatrix}p_1\\p_2\end{pmatrix}$、Q=$\begin{pmatrix}q_1\\q_2\end{pmatrix}$ならば
　　R=$\begin{pmatrix}P_1+q_1\\P_2+q_2\end{pmatrix}$となる。

8. すなわちベクトルは、図（グラフ）でも代数的でも計算できる。

3 次元の空間の中で矢線を考えると、それは空間内の中の矢線となる。



a=$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$　b=$\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$　c=$\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\\a_3+b_3\end{pmatrix}$

9. 4次元以上のベクトル

現実の世界は3次元であるが、数学は現実を超えて抽象の世界へ導く。

定義1 －ベクトル－
ベクトルとは、いくつかの数を１列に並べたものを言う。
並んでいる１つ１つの数をベクトルの成分といい、並んでいる数の個数をベクトルの次元という。

定義＝数学上の約束・・・守らなければならない

n次元のベクトル

$$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

数学では、ベクトルは単に数が並んでいるものをいう

喫茶店のメニュー

	A店	B店	C店
	円		
コーヒー	80	70	80
ココア	70	70	70
紅茶	100	90	100
ジュース	120	100	120

Ａ店とＣ店は値段に関して同等である。

定義2 －ベクトルの相等－
２つのベクトルが相等しいとは、互いに対応する成分が等しいときをいう。すなわち、２つのベクトルは、

$$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \qquad b=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$a_1 = b_1$、$a_2 = b_2$・・・$a_n = b_n$のとき、そのときに限り相等しいといい、$a = b$と書く。

10. ベクトルの計算

定義 3 －ベクトルの加法－
ベクトル a、b が同一個数の成分をもつとき、つまり次元が等しいとき、相対応する成分の和を成分とするベクトル c を、a と b の和といい、
c＝a＋b と書く。(約束する)

定義 4 －ベクトルのスカラー倍－
ベクトル a を k 倍すると、ベクトル a の成分をすべて k 倍したベクトルをつくることができる。

$$a=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{pmatrix}\text{を k 倍したベクトル}\begin{pmatrix}ka_1\\ka_2\\\vdots\\ka_n\end{pmatrix}$$

であり、これを ka と書く。(約束する)

定義 3 と定義 4 を合わせるとベクトル同士の減法ができる。つまり a－b＝a＋(-1) b である。

定義 5 －ベクトルの内積－
同じ次元の 2 つのベクトルから、相対応する成分の積をつくり、それらすべてを合計したものをベクトルの内積という。つまり、

$$\mathrm{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{pmatrix}、\quad \mathrm{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\vdots\\b_n\end{pmatrix}$$

であれば、$a_1b_1+a_2b_2+\cdots a_nb_\mathrm{n}$のことを**ベクトル a、b の内積**と呼び、(a, b) で表わす。

縦ベクトルを横ベクトルにする場合には 1 をつける。

$\mathrm{a}=\begin{pmatrix}1\\2\\\vdots\\3\end{pmatrix}$ならば、$a^1=(1,2,3)$である。

A と b の内積は

$a^1b=(1,2,3)\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}=1\times2+2\times3+3\times4=20$ である。

No.

Date

11. 内積

それぞれのベクトルの互に及ぼしあう力の表現が、内積である。

$\vec{a}, \vec{d}$ のなす角 θ ($0° \leqq \theta \leqq 180°$) とするとき、

$\vec{a} \cdot \vec{d} = |\vec{a}||\vec{d}| \cos\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{d}$ の内積という

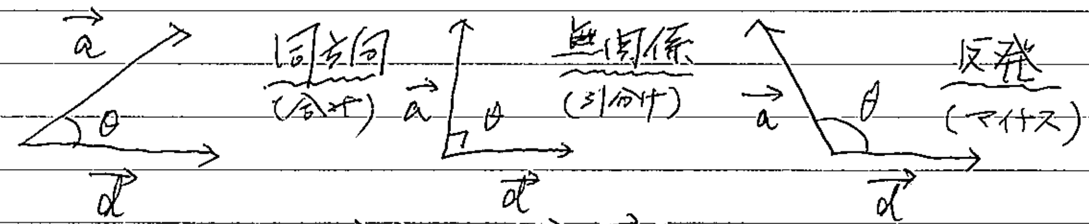
$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{d}}{|\vec{a}||\vec{d}|}$$

内積の性質

① $\vec{a} \cdot \vec{d} > 0 \Leftrightarrow 0° \leqq \theta \leqq 90°$ (θは鋭角)

② $\vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \Leftrightarrow \theta = 90°$ (θは直角)

③ $\vec{a} \cdot \vec{d} < 0 \Leftrightarrow 90° < \theta \leqq 180°$ (θは鈍角)



$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $[\vec{a} \perp \vec{b}]$

(代数的性質)

$\vec{a} = [a, b, c]$, $\vec{d}[d, e, f]$ とする。このとき

④ $\vec{a} \cdot \vec{d} = ad + be + cf$ (成分ごとに掛けて足す)

⑤ $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (分配法則)

⑥ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (交換法則)

⑦ $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

No.

Date

12. 内積の代数的性格

(1) トイレットペーパー、ティッシュ、紙タオルの@が k, l, m として

それぞれ 230箱, 240箱, 50箱づつ仕入れると

$[k, l, m] \cdot [230, 240, 50] = \underline{230k + 240l + 50m}$ となる

(2) 平面上の2点 A (2, 3), B (−3, 2) がある。点 C (−4, 9) に対して

$\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ なる x, y を求めよ

(3) 空間のベクトル $\vec{a} = [1, k, k]$, $\vec{b} = [k, k, 1]$ (ただし $k \neq 0$) が

互いに直交しているとき

① k の値を求めよ

② $\vec{a}$ と $\vec{b}$ とに直交し、大きさが3になるベクトルを求めよ

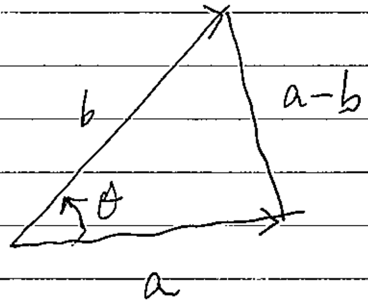
(4) $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき, 2つのベクトル $\vec{a} = [-2, 1, 2]$ と

$\vec{b}$ $[-1, 1, 0]$ のなす角度 θ の値は $\boxed{}$ となる。

ヒント: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$ だから $\cos\theta = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

PLUS

14 余弦定理から



$a - b = c$ として

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - (a-b)^2}{2ab}$$

$$a^2 = a_1^2 + \cdots + a_n^2$$

$$b^2 = b_1^2 + \cdots + b_n^2$$

$$(a-b)^2 = (a_1 - b_1)^2 + \cdots + (a_n - b_n)^2$$

$$= (a_1^2 + \cdots + a_n^2) - 2(a_1b_1 + \cdots + a_nb_n) + (b_1^2 + \cdots b_n^2)$$

$$\cos\theta = \frac{2(a_1b_1 + \cdots + a_nb_n)}{2|a||b|} = \frac{(a, b)}{|a|\,|b|}$$

1　ミクロ経済学の消費理論では、所得制約の下で、効用を最大にするように、消費者が需要を決める。

所得制約とは、財の価格を $p(p_1, \cdots, p_n)$、財の量を $x=(x_1, \cdots, x_n)$ というベクトルで、所得 I というスカラーで表わすと、

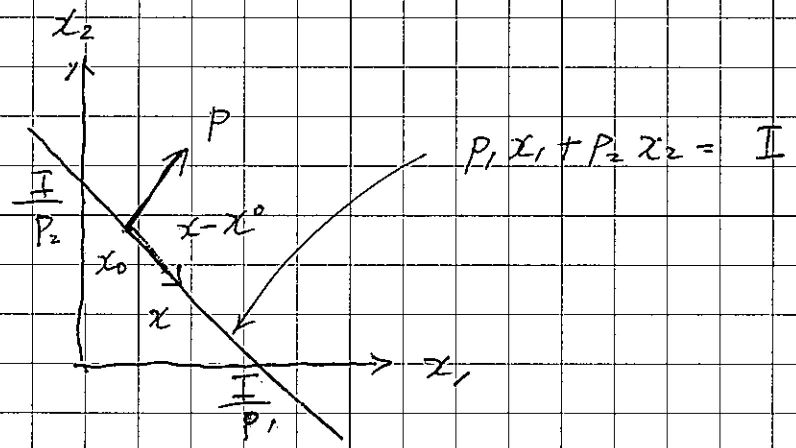
$$p_1 x_1 + \cdots + p_n x_n \leqq I \text{ となる。}$$

ここで左辺の値は、p と x の内積 px である。

いま $px=I$ を満たすベクトル x^0 を1つ固定すると、$px=I$ を満たす他の任意のベクトルに対して $px=px^0$、

したがって　$p(x-x^0)=0$ が成立つ。

このことは、p（財の価格）と $x-x^0$（財の量）が直交していることを意味し、ベクトル p は、$px=I$ で表わされる直線（あるいは平面）に直交する方向を表す。



2 企業の理論では、生産要素xを用いて生産物yが生産される
というプロセスを生産関数 $y = f(x)$ として表わす。

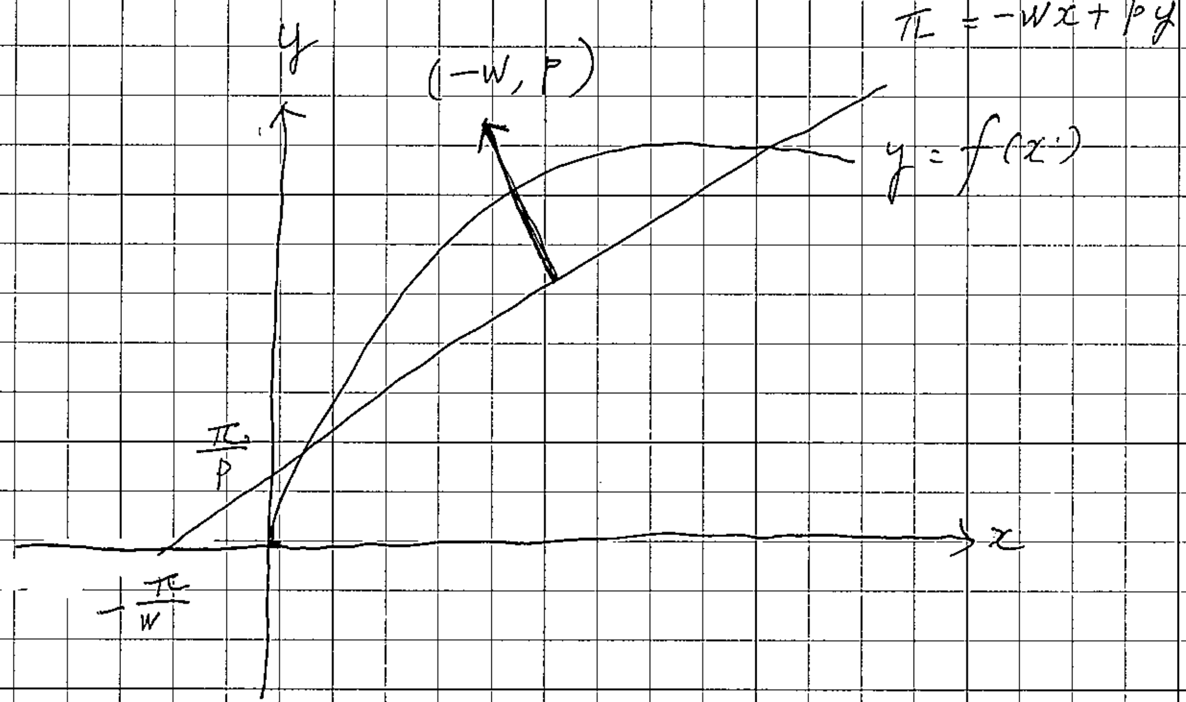
一方、生産物と生産要素の価格をp, wとすると、
企業の利潤πは売上pyから、費用wxを差引いたもので、

$\pi = py - wx$ となる

これはベクトルの内積を用いて

$\pi = (-w, p)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と書きかえることができる。

従って、企業の利潤直線と直交するベクトルが、$(-w, p)$
となっていることがわかる



Ⅱ 行列

行列の計算

	加法（足し算）	乗法（かけ算）
結合法則	(A+B) +C=A+ (B+C)	(AB) C=A (BC)
交換法則	A+B=B+A	**※成立しない**
分配法則	A (B+C) ＝AB+AC (B+C) A=BA+CA	同左 同左
零行列 単位行列	A+0＝0+A=A	AE=EA=A
和の逆元 逆行列	A+ (−A) ＝ (−A) +A＝0	$AA^{-1}=A^{-1}A=E$

逆行列

$AA^{-1}=A^{-1}A=E$ となる A^{-1} を逆行列という。

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} は

ad−bc≠0 のとき

$$A^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

ad−bc=0 のとき存在しない。

ギリシア文字

α アルファ　β ベーター　γ ガンマ　δ デルタ　ε イプシロン

ζ ゼータ　η イータ　θ シータ　κ カッパ　λ ラムダー

κ

μ ミュー　ν ニュー

1　行列

定義6　－行列の定義－
m×n 個の数を、次のように方形に並べたものを行列という。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}$$

そして、横に並んだ n 個の数の組を上から第 1 行、第 2 行・・・第 m 行。縦に並んだ m 個の数を左から第 1 列、第 2 列、・・・第 n 列という。

定義2　－行列の加法－
m 行 n 列の行列Aと、m 行 n 列の行列Bとの和、

$$C = A + B$$

A，Bの相対応する要素の和となる。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad\quad \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \mathrm{b}_{11} & b_{12} \cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \cdots b_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad\quad \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} \cdots b_{mn} \end{bmatrix}$$

であれば、

$$C = A + B \begin{bmatrix} a_{11} + \mathrm{b}_{11} & a_{12} + b_{12} \cdots a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \cdots a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad\quad\quad \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} \ldots a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

例．対称する行と列の要素を加える。

$$A\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} 、 B\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} 、 C = A + B\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

定義３　－行列の乗法－
ｍ行ｎ列の行列Ａとｎ行１列の行列Ｂとの積ＡＢは、ｍ行１列の行列Ｃであり、その要素 cij が次のようなものである。
$C_{ij}=a_{i1}\, b_{1j}+ a_{i2}\, b_{2j}+\cdots+ a_{in}\, b_{nj}$

例①Ａの要素№1行を、Ｂの要素№1列に乗する。

$$A\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix} \qquad B\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

$$C\begin{pmatrix}1\times 2+3\times 3 & 1\times 1+3\times 5\\ 2\times 2+4\times 3 & 2\times 1+4\times 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & 16\\ 16 & 22\end{pmatrix}$$

例②Ａの要素№行を、Ｂの要素№1列に乗する。

$$A\begin{pmatrix}3 & 2\\ 6 & 1\end{pmatrix} \qquad B\begin{pmatrix}4\\ 5\end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix}3\times 4+2\times 5\\ 6\times 4+1\times 5\end{pmatrix}$$

例③Ａの要素№1行を、Ｂの要素№1列に乗する。

$$A\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix} \qquad B\begin{pmatrix}4 & 7\\ 6 & 8\end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix}3\times 4+0\times 6 & 3\times 7+0\times 8\\ 1\times 4+1\times 6 & 1\times 7+1\times 8\\ 5\times 4+2\times 6 & 5\times 7+2\times 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12 & 21\\ 10 & 15\\ 32 & 51\end{pmatrix}$$

例④Ａの要素№1行を、Ｂの要素№1列に乗する。
（次に№2）　　（〃）
（〃 №1）　　（№2）
（〃 №2）　　（〃）

$$A\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix} \qquad B\begin{pmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix}a_{11}\times b_{11}+a_{12}\times b_{21} & a_{11}\times b_{12}+a_{12}\times b_{22}\\ a_{21}\times b_{11}+a_{22}\times b_{21} & a_{21}\times b_{12}+a_{22}\times b_{22}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \overrightarrow{a_{1*}}\cdot\overrightarrow{b_{*1}} & \overrightarrow{a_{1*}}\cdot\overrightarrow{b_{*2}} & \overrightarrow{a_{1*}}\cdot\overrightarrow{b_{*3}} \\ \overrightarrow{a_{2*}}\cdot\overrightarrow{b_{*1}} & \overrightarrow{a_{2*}}\cdot\overrightarrow{b_{*2}} & \overrightarrow{a_{2*}}\cdot\overrightarrow{b_{*3}} \\ \overrightarrow{a_{3*}}\cdot\overrightarrow{b_{*1}} & \overrightarrow{a_{3*}}\cdot\overrightarrow{b_{*2}} & \overrightarrow{a_{3*}}\cdot\overrightarrow{b_{*3}} \end{bmatrix}$$

どうして掛け算をあのように面倒な形にするのであろうか。

$$A=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix} \quad \text{について} \quad A\times B=\begin{bmatrix} ar & ct \\ bs & du \end{bmatrix}$$

とすれば，ラクなのに。こういう疑問が起こって当然だろう。これに答えるために，次の例からみていこう。

例 2.9

次の連立方程式の合成を考える。

$$\begin{cases} p=rx+ty \\ q=sx+uy \end{cases} \qquad \cdots\cdots①$$

なる連立方程式と（x，y が未知数），

$$\begin{cases} m=ap+cq \\ n=bp+dq \end{cases} \qquad \cdots\cdots②$$

という連立方程式（p，q が未知数,）が与えられたとき，m，n から p，q を求め，その p，q から x，y を求めることになる。

①と②の連立方程式の係数の表を，それぞれ，

$$B=\begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix} \qquad \text{と} \quad A=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \ \text{とおく。}$$

前の式①を②に代入すると，m，n から x，y を直接求める式になる。実際，

$$\begin{cases} m=a(rx+ty)+c(sx+uy)=(ar+cs)x+(at+cu)y \\ n=b(rx+ty)+d(sx+uy)=(br+ds)x+(bt+du)y \end{cases}$$

この最後の式の係数表の行列は

$$\begin{bmatrix} ar+cs & at+cu \\ br+ds & bt+du \end{bmatrix}$$

これはまさしく，$A\times B$ の行列である。

上の例の r，s，t，u，a，b，c，d に具体的な値を入れた例をみておこう。

例 2.10

金属 X は金属 P，Q の合金で，P と Q の重量比が 5：1 である。また，金属 Y も金属 P，Q の合金で，P と Q の重量比が 2：1 である。

このとき，金属 X の x kg の中には，P が $\frac{5}{6}x$ kg，Q が $\frac{1}{6}x$ kg 含まれ，また，金属 Y の y kg の中には，P が $\frac{2}{3}y$ kg，Q が $\frac{1}{3}y$ kg 含まれている。この 2 つの合金 X，Y をそれぞれ x kg，y kg ずつ混ぜて溶かすと，その中には，P が $\frac{5}{6}x+\frac{2}{3}y$ (kg) 含まれ，Q が $\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}y$ (kg) 含まれる。これを行列で表現すると，

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right)$$

となる。

さらに，金属 P が金属 M，N の合金で，M と N の重量比が 2：3 であり，金属 Q も金属 M，N の合金で，M と N の重量比が 3：7 とする。このとき，P を p kg，Q を q kg 混ぜて溶かすと，その中には，M が $m=\frac{2}{5}p+\frac{3}{10}q$ (kg) 含まれ，N が $n=\frac{3}{5}p+\frac{7}{10}q$ (kg) 含まれる。これを行列で表現すると，

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{5} & \frac{7}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \right)$$

となる。

このとき，X，Yをそれぞれ x kg，y kgずつ混ぜて溶かすと，その中に，M，Nがどれだけ含まれるかは，例2.9によって，次のようになる。

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left\{ \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \right\} \times \left\{ \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{60} \begin{bmatrix} 23 & 22 \\ 37 & 38 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

たとえば，Mが10 kg，Nが17 kgの重量を含むようにするには，XとYをどれくらいずつ混ぜればよいかという問題は，次の連立方程式になるのである。

$$\frac{1}{60} \begin{bmatrix} 23 & 22 \\ 37 & 38 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 17 \end{bmatrix}$$

$$\text{つまり，} \begin{cases} \frac{23}{60}x + \frac{22}{60}y = 10 \\ \frac{37}{60}x + \frac{38}{60}y = 17 \end{cases}$$

行列の掛け算 $A \times B$ の意味を連立方程式だけから考えてきたが，対応とみる方向からは，次のようにも説明できる。

▶性質 2.1

行列 B が $[x,\ y]$ を $[p,\ q]$ に，A が $[p,\ q]$ を $[z,\ w]$ に移すとする。このとき，$A \times B$ は $[x,\ y]$ を $[z,\ w]$ に移す。

17 ~20

条件より，

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rx+ty \\ sx+uy \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots ①$$

また，

$$\begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+cq \\ bp+dq \end{bmatrix}$$

ここの p, q に①の値を代入して，

$$\begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+cq \\ bp+dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(rx+ty)+c(sx+uy) \\ b(rx+ty)+d(sx+uy) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (ar+cs)x+(at+cu)y \\ (br+ds)x+(bt+du)y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ar+cs & at+cu \\ br+ds & bt+du \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A\times B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

このことから，

$$A\left\{B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right\} = A\times B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

が成り立つ。というよりは，これを成り立たせるために，掛け算を定義2.6のように定義したと考えることができる。

同じことは，3 × 3 の行列，4 × 4 の行列についても，すべての正方行列について言える。

たとえば，3 × 3 の場合は，

$$A\left\{B\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}\right\} = A\times B\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

となる。

Ⅲ. 連立方程式

1. 連立一次方程式

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_n = b_1$ … (1)
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_n = b_2$ … (2)

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mm}x_n = b_m$ … (3)

係　数…a_{11}、a_{ij}
定数項…b_1、b_i
変　数…x_1、x_m

$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i$
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$　であり
上記の (1) は、$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_1$

(2) は、$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_2$

---

(3) は、$\sum_{j=1}^{n} a_{mj}x_j = b_m$
とかける。
代表として$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i (i = 1,2, \ldots, m)$

2. 連立方程式の表現法

(1) ベクトルによる表現

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} x_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = P_1$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = P_2$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix} = P_0$とおけば、

(ツル 頭1つに足2本) (カメ 頭1つに足4本)

$P_1x_1 + P_2x_2 = P_0$とかける。

一般的には

$P_1x_1 + P_2x_2 + \cdots + P_nx_n = P_0$ 又は、$\sum_{j=1}^{n} P_j x_j = P_0$
とかける。

(2) 行列による表現

行列で書けば、

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix}$ となる。

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix}$

とすればＡＸ＝Ｂとなる。
これは連立方程式を１次方程式で表現したことになる。

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

とおけば、
ＡＸ＝Ｂと書ける。