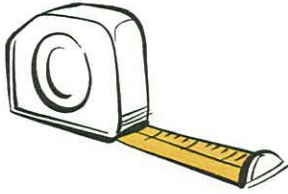


第3回 プロセスの成果の計算

(新しい会計・成果の計算)



会計と経営のブラッシュアップ
平成 27 年 7 月 13 日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(ABC マネジメント革命 R・カーハ-外著 KPMG ピート・マーウィック訳 日本経済新聞社刊)
(明日を支配するもの PF ドラッカー著 上田惇生訳 1993.3 ダイヤモンド社刊)
(ネクスト・ソサエティ PF ドラッカー著 上田惇生訳 2002.5 ダイヤモンド社刊)

I. ABC 原価計算

情報を主たる武器として使いこなす時代 (情報革命)

われわれはようやく道具としての情報を理解できるようになったばかりであり、情報のための市場は、まだ混沌状態にある。

情報の供給側も需要側も整備されていないが両者は一体となりつつある。そして IT 主導でなく、会計士や出版人主導の本当の情報革命が起こる。

そのとき、組織も、個人も、あらゆる者が、自らの必要とする情報が何であり、いかにしてそれを手に入れるべきかを考えなければならない。情報を主たる武器として使いこなすことができなければならない時代が来る。

コンセプトの改革

1. コストの計算から成果の管理へ

ABC 原価計算は、事業のプロセスについてのコンセプトとその評価測定の方法が従来の原価計算とは根本的に異なる。

- ・日本の原価計算は、
個々の作業のコストの和であった。

新しい原価計算は、
プロセス全体のコストの計算である。

ABC 原価計算は、原材料や資材や部品が工場に到達したところから、製品が消費者の手元に達した後までのプロセス全体を把握する。

たとえば、消費者が負担していようともいなくとも、倉庫管理や拠点の設置やアフターサービスのコストまで、製品コストの一部としてとらえられる。

機械の遊休時間や出荷の待ち時間…何もしないコストも計算する。かつての原価計算が把握できず、してこなかったコストこそ、何かをすることに伴うコストの匹敵する大きさである。

コストの管理→成果の管理 (事業と経営の管理へ)

2. サービス業における成果

間違っていたのは手法ではない。前提だった。

サービス業や小売業ではコストは一種類しかない小売業でも同様である。(例えばスーパー店舗のコスト)。それは、事業の全プロセスに関わるコストである。しかもそれは固定コストである。このことを正確に理解する必要がある。

これまで行ってきた固定コストと変動コストの区分は、サービス業では意味がない。

ABC 原価計算では総コストは固定しており、かつ資源間の代替は不可能であるから、問題は、すなわちコストは事業のプロセス全体にあるとする。こうしてプロセス全体のコストを管理し、コストにかかわる情報を手に入れ、成果を管理することができるようになる。

銀行業においては、いかなる作業がコストと成果の中心になっているかを検討できる。答は顧客へのサービスである。銀行業務において、顧客一人当りのコストは固定コストである。したがって、顧客一人当りの成果、すなわち顧客に提供するサービスの量とその組み合わせが、銀行のコストと利益を左右する。

大規模小売業にとって陳列棚は固定コストである。従って、一定期間における一定量の陳列棚からの利益を最大にすることが、マネジメントの主たる仕事である。こうして、成果を管理することで低価格と小利幅のもとにおいても利益を増加させることができる。

研究活動においても、コストを数字で把握し、管理し、成果と関連づけることが可能である。

製造業においても、サービス活動のコストを明確にすることによって、顧客を獲得し、維持するためのコストについて、新しい見方ができる。

3. 経済連鎖全体のコストの管理

法人としての企業は、株主や債権者、従業員や税務当局にとっては現実の存在である。しかし経済的には**虚構**にすぎない。

市場で意味があるのは、**経済的な現実**であって、**プロセス全体のコスト**である。誰が所有しているかは関係ない。

新しい原価計算は製造業の経済学であり、その目的は、製造を事業上の戦略と一体化することである。

旧来の原価計算 三本の柱の一つ

- (1) 科学的管理法
- (2) 組立ライン
- (3) 原価計算 …… この原価計算がGMやGEを世界のリーダーとしての競争力をもたらした。

現行方式の四つの欠陥(See 10P)

- (1) 直接労働コスト中心の計算
- (2) コスト削減の目標→直接労働コストの削減
- (3) 生産時のコストしか把握できない
- (4) 工場を孤立した存在として扱っている

4. 価格主導のコスト管理

コスト主導の価格設定→価格主導のコスト管理

コストに利益幅を上乗せするコスト主導の価格設定ではなく、顧客が進んで支払う価格を設定し、商品の設計段階から許容されるコストを明らかにすべきである。

(コスト主導の価格設定)

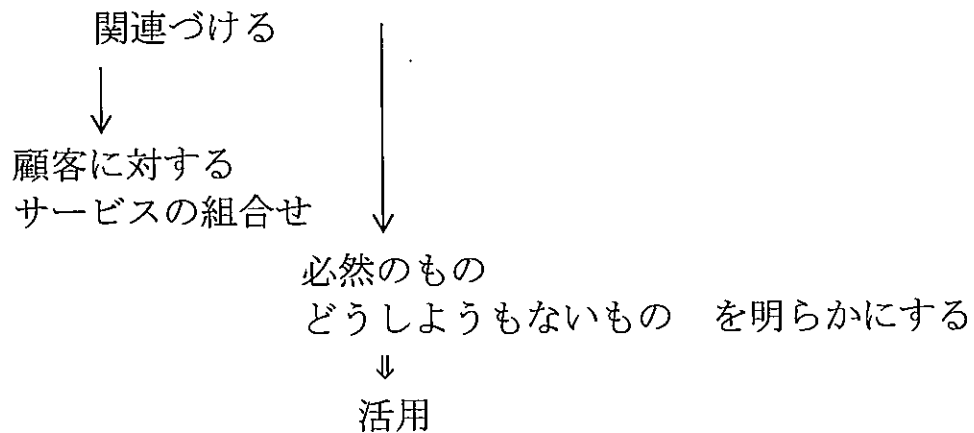
× 売価 ← コスト+利益

(価格主導の価格設定)

△ 売価 → コスト+利益

(価格主導のコスト管理)

○ 売価とは(成果 ← コスト) その結果である。



このような経済連鎖全体のコスト管理を行わなければならない。さもないければ、いかに自社内において生産性の向上をはかろうとも、コスト上の不利は免れない。

原価計算による製品イノベーションと製品の改善

しかし、これらの改善が、改善のための努力が、いずれも従来の原価計算の枠内で行われたため問題は残されたままになっていた。

5. 富の創造のための情報

企業が収入を得るのは、コストの管理ではなく、富の創造によってである。
これが新しい会計に反映されなければならない。

新しい会計には、事業をマネジメントするために、

①基礎情報、②生産性情報、③強み情報、④資金情報、⑤人材情報などの富の創造のための情報を豊富に提供できるシステムが不可欠である。

企業は清算のために経営しているのではない、富を創造するために経営している。事業をマネジメントするにはこれらのためのツールが必要である。

①基礎情報

キャッシュフロー、在庫台数と販売台数の比、金利支払いと収益の比、売掛金と売上高の比など、定期健康診断、すなわち体重、脈拍、体温、血圧に該当する。情報が異常ならば、発見し処理すべき問題の所在を教える。

②生産性情報

肉体労働者、サービス労働者、知識労働者などすべての働く者の生産性を測定した情報である。

EVA（経済的付加価値）を超えることが富を創出したことになる。EVAは、資金コストを含むあらゆる種類のコストについて、付加した価値を把握することによって、生産要素すべての生産性を測定する。

EVAから価値をもたらした。製品、サービスから、そのうまくいっている理由を学び考えなければならない。
理由

もう一つの手法はベンチマーキングである。それは自社の仕事ぶりを業界で最高の仕事ぶりと比較することである。自らの生産性を把握し、コントロールするために、何が原因で、格差が生じるのかを明らかにしなければならない。リーダー的な地位にあるものと同じ水準の仕事ができなければ競争力は維持できない。

③強み情報

機会の発見である。自社の強味と成功、自社の弱味と失敗を明らかに説明する必要がある。自社の中核的卓越性（コアコンピタンス）を明らかにできなければならない。日本メーカーの電子機器を小型化する能力、GMの80年に渡る企業買収を成功させる能力、スウェーデンの医薬品メーカー、アメリカの特殊工作機械メーカー…など。その卓越性と競争の理由

自社の工作機械は、技術的にきわめて高度であるにもかかわらず維持補修が簡単だった。あるメーカーはこの発見を全製品に利用したところ今までに

取引のなかった膨大な市場を得ることができた。

自らのイノベーションを^{組織化、体系化}し、評価するシステムが必要である。一定期間における業界全体のイノベーションを調べあげ、本当の成功と言えるものを明らかにし、何故それらの機会を逃したのかを確認する。

④資金情報

投資案について、(イ)収益率、(ロ)回収期間、(ハ)キャッシュフロー、(ニ)現在価値、(ホ)予算対比表…等が必要である。今やこれらは、パソコンで数分で計算できる。

これらの投資案を検討し、

投資が約束の成果をもたらさなかったとき、何が起こるか。

投資案件の60%は失敗する。投資が成果をもたらさなかったとき重大な損失が発生するのか、さしたる損失は出ないのか。

投資が成功し、成果をもたらしたときには何をしなければならないことになるのか。

さらに、成果についての期限、いつまでに何を期待するのかを明らかにしなければならない。

政府の諸々のプログラムについて、このようなフィードバックを当然のこととしてしていたら、はるかにましなものが実現していた筈である。

⑤人材の獲得と育成

米軍は人事の決定するためのシステムを確立している。

ロケのシステム

軍では、将校の配属に当って、期待するものを明らかにする。

そして、期待に基づいて実績を評価する。さらには配属のプロセス自体を評価する。富を創造するためには、人材の配置についても体系的な取り組みが必要である。

ロケの兵隊性同し

6. 成果が生まれるところ

以上、5つの種類の情報は、現在の状況について教える。

すなわち、**戦術**を教える。

戦略については、外部環境についての組織的な情報が必要である。

戦術	戦略	〔孫子はどちらを〕
(内部的なもの)	(外部的なもの)	重視したか

戦略には、市場、顧客、非顧客、産業内外の技術、さらには国際金融市場、グローバル経済についての情報が必要である。それら外の世界こそ、事業活動の成果が生まれるところだからである。

組織内部にはコスト・センター（見える）があるにすぎない、プロフィット・センター（見えない）は外部の顧客にある。

すなわち、変化はつねに組織の外からやってくる。

自社の店舗で買物をしてくれる人たちについては知ることができる、しかし、重大な変化に発展して行くのは、外の世界の非顧客の世界である。業界、産業すら、その変化は50%以上は、それぞれの産業の外からやって来る。

外の世界を知る必要がある。

90年代における日本企業のカリフォルニアにおける不動産投資の失敗は、土地の用途規制や税制についての初歩的な情報の不足に原因があった。

致命的な誤りの原因は、税制や社会規制、消費者の好みや流通チャンネル、知的財産権などの経営環境が、自分たちの考えるようなものであるにちがいない。あるいは、あるべきであるという前提に立つことにある。

そのような前提に疑問を投げかける情報を手に入れるシステム、期待する情報を提供するだけでなく、正しい疑問を提起する情報システム（会計）が必要である。

だが、そのためには、そもそも自らが必要とする情報が何であるかを知らなければならない。

何故、ドラッカーは改革された会計に期待するのか？

7. 仕事に必要な情報

競争相手についての情報収集を意味する企業諜報にとどまってはならない。

仕事に必要な情報を手にするためには、

(1) 共に働く者や部下に対し、提供すべき情報は何か

(2) 自分の必要とするべき情報は何か

を共通の課題に焦点を合わせた、コミュニケーション（人間関係一般）の観点から入手する必要がある。

従って、先ず考えるべきは、自分が何を必要とするかというよりも、人は自分に何を求めるか、それは誰かという点である。

8. 情報の体系化

整理して体系化（目的を明確にして…それが会計か）しないかぎり、データは情報とならず、データにとどまる。

ジャック・ウェルチが1981年にCEOに就任して以来GFは世界でも最高の成長をみせてきた。

その成功の大きな原因の一つが、事業ごとの業績データを、目的によって、異なる形で情報の体系化したことであった。

- (1) 事業ごとに財務上、マーケティング上の数字を明白にした
- (2) それらを長期的な戦略のための数字として使った
- (3) それらをイノベーションの実績をみるために使った
- (4) そして、事業部門の経営陣の昇給とボーナスの査定に使った
- (5) 事業部門のそれぞれの人材開発の実績を知るために使った
- (6) 事業部門の経営陣の昇進判断の材料として使った

情報の選別と体系化の基本

- (1) それぞれの優先順位による情報の体系化。（新しい会計の仕事）
中心的な課題は何か。
- (2) 蓋然性理論による情報の体系化。
これはTACの基本であり、誤差内のことと例外とを区分する考え方である。誤差内なら行動の必要はないデータであるが、誤差外の情報は意味あるデータである。何らかの行動を必要とする。
- (3) 認識心理学の基礎理論である数居理論による情報の体系化である。
一定の限界に達しない限り、意味のある現象と見る必要はない。
①売上と利益の落込み、②労働災害発生率、③退職率、④苦情件数…
- (4) 尋常ならざることの報告による情報の体系化である。

9. 不意打ちをなくす

(1) 新興国のデータ

アジアの経済情勢に不意をつかれた先進国企業の例とそれを免れた3つか4つのアメリカの金融機関の例

(2) 外へ出かける

外の世界の情報を手にするためには、自分で外へ出かけるしかない。人の書いた報告書はいかに優れていようと、自分の目で観察することになうはずはない。

- ① アイルランドのスーパーの例 CEO の心構え
- ② アメリカ最大の病院用品の卸会社の例
- ③ 医者として成長する最高の方法

(新しい会計→外へ出る)

10. 伝統的原価計算の欠陥 (新しい会計のために!!)

- (1) 原材料を除く総コストのうち、直接労働コストが80%を占めていた 20年代の状況を基礎にしていた。その他はすべて間接費としていた。
今日では直接労働コストは10%程度に下がっている。しかるに原価計算は緻密に算出した労働コストを計算の基礎にしている。
- (2) これでは製造プロセスの変更によるコスト削減を直接労働コストの節減としてしか把握できない。他のコスト削減については、直接労働コストの比によって比例計算している。
- (3) 生産時のコストしか把握していない。
故障や生産上の欠陥から生ずる非生産時のコストは把握しない。
- (4) 工場を孤立した存在と扱っている。
工場内のコスト削減のみを現実のものとして把握する。
製造プロセスの変化が、市場における製品の評価や、サービスの質に及ぼす影響は、推定にとどまっている。
- (5) 部品やフレーム、エンジンなどの共通化が直接労働コストを削減するという考え方が誤っている。そのためあらゆる車が似たものになって顧客に対する訴求力を失った。
- (6) これまでの原価計算では、製品や製造プロセスのイノベーションはもちろん、製品の改善さえ正当化できない。(コスト主義であるため)

新しい会計—成果の計算

11. 変動コストではない (新しい会計!!)

変動費とか直接労働コストを尺度とすることは誤りである。
このコンセプトは真のコストと便益を定義しなおすものである。

- (1) 新しい尺度は、時間でなければならない。
- (2) 一定の時間内に発生するコストはすべて固定的である。
変動コストなどというものはない。
- (3) 可変であってコントロール可能な唯一のものは時間だけである。(清水のPC工法)
- (4) 時間を削減するものこそが重要である。
- (5) これまでの原価計算では、最終製品の在庫は、直接労働コストを消費しないがゆえに、コストがかからないとされてきた。
- (6) しかも、最終製品は資産として扱われていた。
新しい原価計算では、埋没コストである。
- (7) 在庫内の製品は、何も生まないどころか、高価な資金を釘付けにし、時間を消耗する。
- (8) 時間コストは高い。
- (9) 新しい原価計算は、この在庫についても、その便益（例えば顧客サービスの迅速さ）を、時間コストとの対比によって評価測定することができる。
- (10) 新しい原価計算が工場内だけでなく、工場外の経営陣をして、生産プロセスに関わる問題を事業上の意思決定として行わせなければならない。

(新しい会計—時間)

12. ABC の基本概念

Activity - based Costing - ABC

'22

1. We may have gone furthest in redesigning both enterprise and information in the accounting.
(the most traditional of our information systems)
2. In fact, many businesses have already shifted from traditional cost accounting to ABC.
3. Activity - based Costing represents both a different concept of the businesses process and different ways of measuring.

4. Traditional cost accounting

GM first developed 70 years ago
total manufacturing cost
the sum of the costs of individual operations

ABC accounting

for competitiveness and profitability

the cost of the total (cost) process

the new activity-based costing records and make manageable

business is an integrated process

when starts supplies, materials and parts arrive

after the finished product reaches the end-users

cost of the product, it the customer pays

What measures ABC

1. Traditional cost accounting measures what it costs to do something, for example, ^{only} to cut a screw thread.
 2. ABC record the cost of not doing, such as the cost machine downtime, the cost of waiting for a needed part or tool, the cost of inventory waiting to be shipped
 - 3 The cost of not doing, which traditional cost accounting cannot and does not record
 - 4 ABC is much better cost control, it gives result control
 - 5 ABC asks, "Does it have to be done? If so, where is it best done?"
- ABC integrates ^{into one analysis} what were once several procedures New Accounting
- value analysis, process analysis, quality management

6. Using that approach, ABC can substantially lower manufacturing costs, in some instances by a full third.
7. Its greatest impact is likely to be in services.
8. Now, service industries - banks, retail stores, newspapers and radio, television stations - have practically no cost information at all.
9. Because of reasons, the wrong assumptions
They must start with the assumption there is only one cost that of the total system, fixed and variable costs do not make sense in service.
10. All costs are fixed over a given time period.

11. the customer, The cost per customer in any major area of banking is a fixed cost.
12. Some Western Europe Retail discounters assume that once self space is installed, its cost is fixed, and management consists of maximizing the yield on space over a given time span. This focus on result control has enabled to increase profit. clear

Shelf space cost is fixed
 — maximizing the yield on the space ^{given}

13. Thinking more clearly about costing in services should yield new insights into the costs of getting and keeping customers in business of all kinds.

From Legal Fiction to Economic Reality

1. Legal entity, "the company" is fiction, economically
2. Knowing the cost of operation is not enough.

A company has to know the costs of its entire economic
 (entire economic process)
 chain, and maximize yield.

3. What matters in the marketplace is the economic reality, the costs of the entire process, regardless of who owns what

4. Keiretsu is one of the economic chain
 — outsourcing, alliances and joint ventures

5. Price-led costing from cost-led pricing, They arrived at a price

6. ^{in order} To switch to economic-chain costing, Doing so requires uniform or at least compatible accounting systems of all companies along the entire chain.

Information for Wealth Creation

New Accounting

1. Enterprise are paid to create wealth, not to control costs
But that obvious fact is not reflected in traditional measurements.
2. To do that requires four sets of diagnostic tools.
 - (1) foundation information
 - (2) productivity information
 - (3) competence information
 - (4) resource allocation information

for wealth creation

3. Foundation Information (the first tool)

standard measurement:

dealer's inventories and sales of new cars

the ratios receivables outstanding more than 6 months
total receivable, and sales

These may be likened to the measurement a doctor takes at a routine physical: weight, pulse, temperature, blood pressure. If those readings are normal, they do not tell us much. If they are abnormal, they indicate a problem that needs to be identified and treated.

Productivity Information

(the second tools)

New Accounting needs

for wealth creation 28

1. The productivity of knowledge-based and service work.
2. We need data on total-factor productivity
3. What we generally call profits, the money left to service equity, is not profit at all because mostly a genuine cost
4. Until a business returns ^{profit > cost of capital} a profit that is greater than its cost of capital, it operates at a loss.
Until then, it does create wealth; it destroys it.
5. EVA ^{including the cost of capital} (value-added analysis) show which products, services, operations or activities have unusually high productivity and add unusually high value.
Then we should ask ourselves, "What can we learn from these successes?"
6. Benchmarking - comparing one's performance with the best performance in the industry in the world.
7. Together, EVA and benchmarking provide the diagnostic tools to measure total-factor productivity and to manage it.

Competence Information (the third tools)

1. Leadership rests on core competencies that mold market
(needs) (convince)
or customer value with a special ability the product or supplier

2. the Core Competences : Some example

(1) the Japanese to miniaturize electronic components,
"inRo" , "natsuke"

(2) for 80 years to make successful acquisition of GM

(3) unique ability to design packaged and ready-to-eat
gourmet meals for middle-class purses
of Marks & Spencer

"

3. How does find out what is one's core competence?
whether one's core competence is impro-
ving or weakening?, whether it is still the right core competence,
and what changes it might need?

4. A U.S. toolmaker found its products were easy to maintain
and to repair despite their technical complexity (its high-tech
, high-priced tools) When that insight was applied in the U.S.
and Western Europe, huge markets where it had done practically
no business before.

Resource Allocation Information

1. the allocation of scarce resources
 - (1) capital
 - (2) performing people
2. Those two convert into action all the information. They determine whether the enterprise will do on poorly
3. return on investment, payback period, cash flow, discounted present value. — But we have known for a long time (since the early 1930s), that none of these is the right method.
4. To understand a proposed investment, a company needs to look to all four.
5. The capital-appropriations processes must ask for two vital pieces of information:
 - (1) What will happen if the proposed investment fails to produce the promised results,
 - (2) If the investment is successful, what will it commit us to?
6. There is no better way to improve an organization's performance than to measure the results of capital spending against its promises and expectations that led to its authorization

第3回 ビジネスとは何か (イノベーションとは、D (5) (6))

会計と経営のブラッシュアップ
平成 27 年 7 月 13 日
山内公認会計士事務所

1. 野球部の顧客の定義は何か、顧客はどこにいるか

みなみには、野球部の定義が「野球をすること」でないように、野球部の顧客が「試合を見にくる人」というのもやっぱりしっくりこなかった。

(1) われわれの事業は何か、ミッションは何か

成功を収めている企業 は、「われわれの事業は何か」を問い、その問いに対する答えを考え、明確にすることによってもたらされている。ドラッカーは、事業とは市場を生み出すもの、創造するものといい、利潤はいい経営をしていれば自然に生まれてくるもので、利潤の追求を目的にすることは誤りだという。利益と付加価値の違い。事業は変化する。だから捨てる必要がある。

(2) 顧客は誰か

顧客は何を欲しているか。それは全体的に考えるべきである。
(ニーズ、満足、ステータス)

(3) シュンペーターの経済発展の理論 (1912)

経済発展の基本動因は、innovation 技術革新である。これに当るものは次の5点である。

- ① 企業者の創造的活動による新製品の生産
- ② 新生産方式の導入
- ③ 新販路の開拓
- ④ 新資源の占有
- ⑤ 新組織、方式の達成 (出現)

また彼は、景気循環論(1939)で、コンドラチェフの長期波動およびジュグラー循環をイノベーションによる景気活動の消長で説明しようと試みている。

(4) 顧客の創造－マーケティング

価値の創造－イノベーション (創造的破壊)
ともに経済の本質

(マネジメント・エッセンシャル版 2~3、9~10、22~28 頁)

事業は何か、あらゆる組織において、共通のものの見方、理解、方向づけ、努力を表現するには、「われわれの事業は何か。何をなすべきか」を定義することが不可欠である。われわれの事業はサービスであるとしたヴェイルの言葉こそ考え抜かれた定義である。

もしドラの特色 (他にない長所) は、この点を問いつめていることである。「われわれの事業は何か、われわれのミッションは何か」この問いを明確にすることによって、企業の姿が変わる。

○企業の目的と使命を定義するとき。出発点は一つしかない。

顧客を満足させることこそ、企業の使命であり目的である。したがって、「われわれの事業は何か」の問いは、企業を外部すなわち顧客と市場の観点から見て、初めて答えることができる。

○したがって「顧客は誰か」の問いこそ、個々の企業の使命を定義するうえで、もっとも重要な問いである。やさしい問いではない。まして答えのわかりきった問いではない。しかるにこの問いに対する答えによって、企業が自らをどう定義するかがほぼ決まってくる。

われわれのボスは誰か。顧客である。

○組織が存在するのは、組織自体のためではない。自らの機能を果たすことによって、社会、コミュニティ、個人のニーズを満たすためである。組織は目的ではなく手段である。したがって問題は、「その組織は何か」ではない。

「その組織は何をなすべきか、機能は何か」である。

それら組織の中核の機関、組織を働かせ、機能させるものがマネジメントである。

組織に成果をあげさせる

1920 年代シアーズが再び成功した秘密の一つは、顧客がそれまでとは違う場所にいることを発見したことであった。農民は自動車を持ち、町で買い物をするようになっていた。

清水和合社

↓

車道の脇

↓

社長の高橋

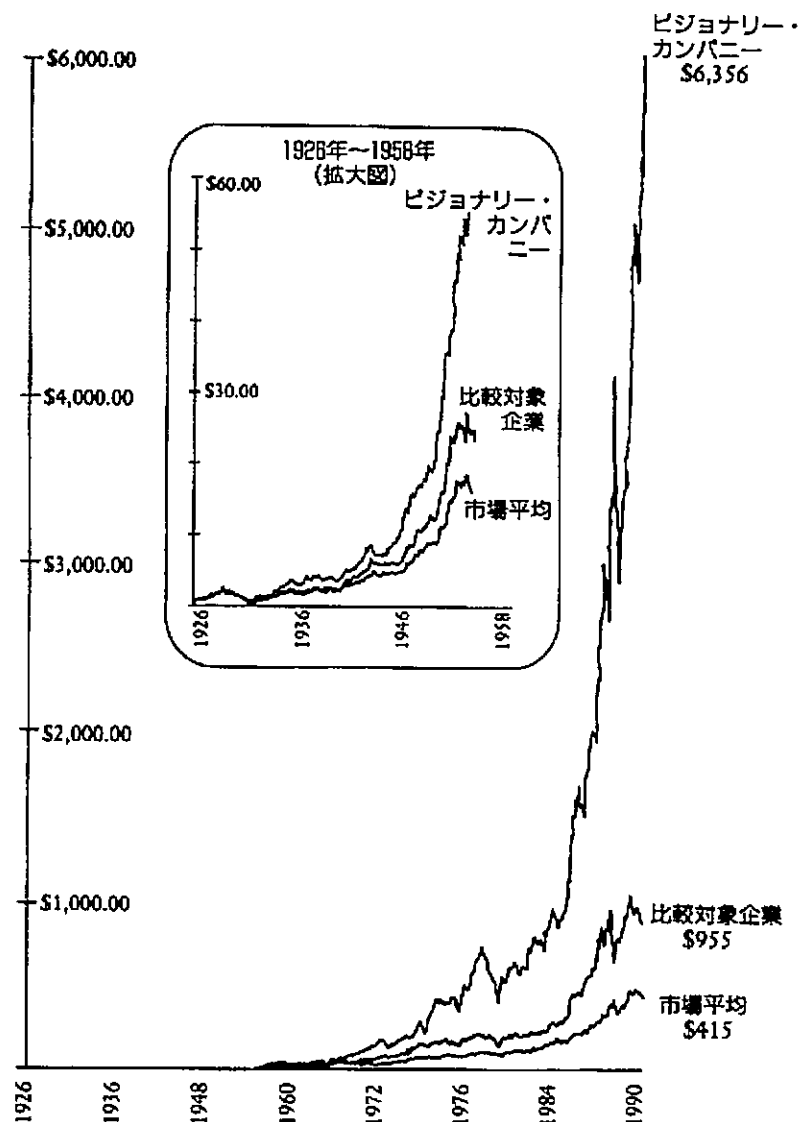
↓

後輩の何人

ビジョナリー・カンパニー①（トム・コリンズ）

ビジョナリー・カンパニー	比較対象企業
ボーイング	マクダネル・ダグラス
フォード	GM
GE	ウエスチングハウス
ヒューレット・パッカード	テキサス・インスツルメンツ
IBM	バローズ
ソニー	ケンウッド
ウォルマート	エームズ
ウォルト・ディズニー	コロンビア

チャート1A
株式の累積総合利回り
(元本1ドル、投資期間1926年1月1日～1990年12月31日)



(現代の経営 第5章 事業とは何か)

- シアーズ物語から得られる第一の結論は、企業は人が創造し、人がマネジメントすることである。
人以外の「力」がマネジメントするものではない。

人が作った組織、人がマネジメントする



同じような物的資源を使うチーム

一方は勝ち、

一方は負ける

—その理由は何か—一人である

- 経済的な力(市場の力)は機会(チャンス)でもあり、それ自体は力であるが、それ自体では、事業が何であり、何をするかを決定しない。マネジメントは、市場の力に事業を適用させるだけであるというのばかりけている。市場の力を見い出すとともに、自らの行動によって市場の力を生み出す。そしてそれぞれには必ず人を必要とする。シアーズは繁栄を続けるか衰退するか、生き残るか消滅するかを決める意思決定のために、人を必要とした。

- 具体的な表現が必要

抽象的な表現(あらゆる。管理する。明確にする。統合する…といった表現)からは、具体的な目的や現実は生まれない。

「利益最大化」という抽象的な表現は、あまりに一般的かつ曖昧なものとなってしまう、具体的な目的からはずれ、あらゆる目的を網羅するような抽象的な表現になっている。

- 事業の目的は外にある。

事業の目的として有効な定義はただ一つ。それは顧客を創造することである。

顧客が必要と考えるもの、価値と考えるものが、決定的に重要である。それらのものこそ事業が何であり、事業が成功するか否かを決定する。顧客が事業の土台であり、事業の存在を支える。

顧客だけが雇用を創出する。

市場は、神や自然や経済的な力によって創造されるのではない。

人によって創造される。従って事業の目的は外にある。

○マーケティング(市場の受入れ)

顧客の創造

「工場が生産したものを販売する」→「市場が必要とするものを提供する。」

○イノベーション(変化と成長)

価値の創造

企業とは、成長、拡大、変化のための機関である。
より優れた、より経済的な財やサービスを創造する。

○生産性の向上

それは肉体労働によって実現されない。

逆に、生産性の向上は、つねに肉体労働をなくす努力、肉体労働を他のものに置き換える努力によってもたらされる。

○イノベーション(産業を一変させる変化)

ファスナー — 海上輸送の穀物袋向けに開発

まさか衣料産業で成功するとは思わなかった

C P — B Kから生まれたものでなく、ノンバンクから生まれた

当初、証券でありB Kでは扱えなかった

ファイバーケーブル — 電話会社でなく、ガラス会社のコーニングが開発

金融サービス業は、もう 30 年間もイノベーションを行っていない、
デリバティブは業界内のゼロサムゲームである。

1. 企業家としての活動

- ① 企業家としての創造性
- ② 企業は利益の点から意義も説明も必要ない
- ③ 長期的な視点
- ④ 利益は条件によって目的ではない
(天候)
- ⑤ 事業の目的とは

2. 事業の目的

先に市場を創出す。

- ① 顧客を創造する

これは経済環境の中での全体的な視点

3. 事業家の行為は、人間の欲求を有効需要に変化させ、初めて顧客を生み、市場を生み出す

顧客が買いたいと考えるもの、価値と考えるものに決断後に重要になる。

4. 顧客は事業の主体であり、事業の存在を支える。

顧客が計画の活用を創出す。例として、顧客は企業に資源を

提供し、その顧客は市場サービスを提供し、その長所である。

5. 生産性について

- ① 時間
- ② 費用とコスト
- ③ 70%と20%の法則
- ④ 組織と活動のバランス

5. What is a Business?

作成日

作成者

2-7

1. The purpose of a business

- (1) marketing — to create a customer
- (2) innovation — as a organ of economic growth
- (3) productive — time, product mix, process mix
organization structure
- (4) Risk taking — profit

2. its purpose must lie outside of the business,
it must lie in society since a business enterprise is
an organ of society.

3. Marketing is the distinguishing, the unique function of
the business. it is the economic revolution.

- 1 The enterprise as the organ of economic growth
A business enterprise can exist only in an expanding economy, and business is the specific organ of growth, expansion and change.
- 2 The innovation is provision of better and more economic goods and services.
- 3 It may also a new and better product, a new convenience or the creation of new want.
- 4 Innovation extends through all forms of business.
It is as important to a bank, an insurance company or a retail store as it is to a manufacturing or engineering business.

- 1 The productive utilization of wealth-producing resources.
- 2 Productivity means that balance between all factors of production that will give the greatest output for the smallest effort.
- 3 Concept of productivity rather than labor is the only ^{time} productive effort.
 - (1) First there is time - man's most perishable resource.
 - (2) Product mix, combinations of the same resources.
 - (3) Process mix: what is the most productive utilization of its specific knowledge, ability, experience, reputation?
 - (4) not wasted the company's scarce resources.
- 4 The Risk, in the original Arabic meant "earning one's daily bread" $\equiv$ continuity.
- 5 The business is not the maximization of profit, it is the avoidance of loss.
business enterprise must produce the premium to cover the risks in its operation.

(現代の経営 第6章 われわれの事業は何か、何でなければならないのか)

○事業とは何かの問は外部が答える。

- (1) GE のウェルチに言った—No.1、No.2 以外の事業は捨てる
- (2) 清掃会社に言った—それは、従業員の教育です

○事業の本質 — 簡単な言葉

アメリカの電信電話会社(ATT) — 「われわれの事業はサービスである」

(考え抜かれた末の回答である、表面的なものでなく事実である)

○正面から真剣に受け止めるべき客観的な事実

— 顧客が見、考え、欲するものこそ事業の本質である

(企業の憶測ではない、決定権者の回答である、憶測と回答の違い)

○事業の失敗の最大原因、市場の変化と対応

(事業とは何かの問を明確に発し、十分に検討しないこと、事業が成功している時に問う)

シアーズ・ロビンソン

○顧客は何を買うか — キャデラックの例

(顧客は誰か、どのように買うか、ヒューズ Box メーカーの例)

○顧客にとって価値とは何か、何に支払っているか

(正面から真剣に受けとめるべき客観的な事実、外部からの視点、キャデラックの成功とパッカートの失敗)

○デパートは、自分の店の顧客については十分なデータを持っていた。しかし、新種の膨大な消費者、デパートの営業時間中に買物に來られない顧客を満足させることはできなかった。

○事業とは顧客の創造である。

顧客にとってのニーズ、現実、価値から出発せよ。企業の目的は欲求の満足であると定義せよ。

○消費者運動はマーケティングの恥である。

長い間説かれて来たマーケティングとは何だったのか。

消費者運動が強力な大衆運動として出てきたことは、それが実践されなかったということである。

○マーケティングの心得

- (1) 顧客を買収しようとするなかれ (2) 製品が行えることにどのような市場があるか定義せよ (3) 自社の顧客だけでなく市場の顧客を対象に考えよ (4) 人口構造の変化を機会とせよ

仕事に必要な情報

21st Century

1. データを情報に変える。データを情報に変える者は本人である
2. 今頃では、知識常中者の必要とする情報を手に入れるのは、彼ら自身を助けて他に代わりの明らかなものがある
3. 提供するべき情報は何か？ 自分が必要とするべき情報は何か、
自分は何を必要とするか？ 人は自分に何を求めているか？
4. 仕事に焦点を合わせる 共通の課題に焦点を合わせる！！
5. 組織の外に求めなければならない情報
内部の情報システムから得られる情報
6. 自分は何を提供すべきかという問題 と
自分は何を必要とするかという問題は、
簡単に見えて、実はこれほど難しい問題はない。
7. 外のデータを情報に変えられる
新創、同友会、...

シマツク・ツエルキの方法

1. 情報の体系化 —

整理して体系化しない限り、データは情報とはならず、
データにとどまる。

2. 同じ情報を目的により、異なる視点から体系化しなければ ならない

3. シマツク・ツエルキの情報の整理 — 目的により異なる体系化

(1) どの企業でもやっている、財務上およびマーケティング
上の数字として使った

(2) 長期的な経営戦略のために使った

予期せぬ成功、予期せぬ失敗、予期せぬことすべてを
明らかにするために使った

(3) イノベーションの業績を見るために使った

これは、事業部内それぞれの経営陣の昇進とポストの査定にも使った

(4) 事業部内それぞれの人材開発の業績を見るために使った

また、事業部内の経営陣の昇進判断の材料としても使った

4. 同じデータを違った角度、目的から見て、利用するとは、どういうことか

情報の選別と体系化の基本

1. それぞれの優先順位による情報の体系化

中心的事業分野は中心

研究開発'70位以下、人材開発、新製品、新サービス、大に顧客との成約

2. 蓋然性理論による情報の体系化

これはTQCの基本である。誤差内のことは例外とは峻別する。誤差内のことは必要ない。データとして扱い、情報として扱うには足りない。

逆に誤差外の例外は情報である。何らかの行動を必要とする

3. 認知心理学による数量理論による情報の体系化

一定の数量の認識を越えない限り、判別感や痛みを感じない。

一定の限界に達しない限り、意味ある現象と見る必要はない。データに与える

threshold (Oxford) the point just before a new situation begins
利益と売上の両面から一定期間内、差の発生を一定水準を越える

4. 異常からなることの報告

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者 ジェフリー・A・クレイムズ 訳者 有賀裕子 2009年8月30日発行 ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

第3章 組織のほころび (61～頁を読んで)

企業の生き残りと繁栄を大きく左右する分野では、業績や成果についての目標が欠かせないのだ。(60 頁から引用)

1980 年代半ば、ドラッカーは「アメリカ株式会社」に深い憤りを感じていた。CEO たちが、あまりに法外な報酬を得ていたからである。彼等は何万人もの従業員を解雇する一方、自分は何百万ドルもの給与やストックオプションを手にしていたのだ。長期的な利益を犠牲にして足元の利益を増やそうとする。「強欲もいいところだ」(62～63 頁から引用)

記録的な人員カットが行われる中で、CEO の報酬が青天井で増えて行く。人材こそが企業にとっての最大の資産だという見方からは我慢のならないことだったのだろう。ドラッカーは、CEO の報酬は一般の働き手の 20 倍以内であるべきだというジェファースン流の理念であった。つまり企業がほころびだらけになってしまったということである。

組織のほころびを防ぐ

- ① 適材適所を心がけ、強味を最大限に引き出す
- ② 優先すべき仕事を紙に書き出す (但し、多くて 2 つまで)
- ③ 外向きの発想をする
- ④ 制度、方針、業務の手順などを見直す
- ⑤ 報酬のあり方を再検討する

(68～69 頁から引用)

「病院は、重い病気に苦しむ患者 (全体の 20%) 以外には真剣に対応しない」が病院の使命は、「痛みや苦痛を感じる患者に安心をもたらす」ことだとした。この使命は、患者全体の 20% を占める重患だけでなく、残りの 80% の患者をも尊重しているからだという。マネジャーの仕事は一般の働き手に具体的な指令を示すことで、それがなければ一般の働き手は組織の目標に向けて自分はどう貢献すべきか解らないのだという。使命をはっきりすれば、出来の悪い組織ですら、特定の分野で優れた成果をあげられる。

機械との競争



ロボット

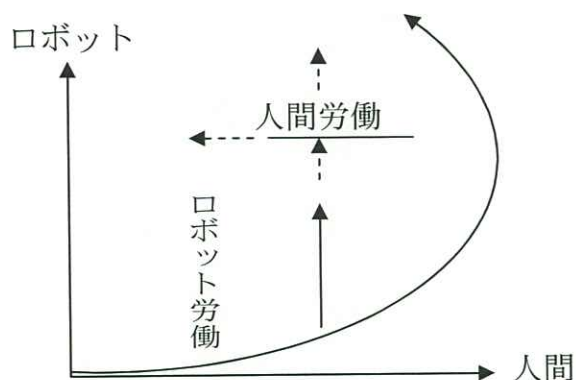
(9月のごあいさつ)

平成 26 年 9 月 1 日 (月)

9 月の声を聞くと蟬の鳴き声は少なくなり、赤トンボの数が増えてきました。

人間と機械の競争の歴史上で最も明確な転換点は、ロボットの発明と実用ではないだろうか。進化したロボット、人間労働に代替する無人システムの脅威的技術、人間を超える正確性は機械の優位性を表す。まして、組織や社会内でそれらの諸機能を見るとき、人は、それに感心することを超えて、その機械的正確性が、人間の能力や感情を超えることに恐怖を感じるのではなかろうか。

人は手だけを雇うことはできないと言う。労働者にせよ、技術者にせよ、彼を雇用する時には、必要な作業や技術の部分に付随して、人としての人間を雇用することになる。それ故に機械を超えた能力を有していた人間は、産業革命から今まで常に機械に打ち克って来た。オートメ化された工場のフロアには、働いている人は一人も見当たらなくなるかもしれない。しかし見えないところでは、設備や製品や工程を設計し、管理し、評価測定する多くの人たちがいる。しかし、その人と機械の競争が逆転しつつあるのではないか。



ロボットによる人間労働の代替の開始？

ロボット特有の、いつでも命令に従い、人間をはるかに超える能力と恐れを覚えない無感情と正確性は人間にとって脅威である。人間の感情や理性を超えるということは、例えば、3Kといわれる、キツイ、キタナイ、キケンな仕事でも何の抵抗もなくこなせるということになる。その先を考えると、人間を超えて拡大する働きの様子は微分方程式で画くグラフのように変化するのではないか。

明らかにある一点から、指数的にロボットが普及しだし、タイムラグをおきながら人間労働が縮減するのではないかと感じられる。特に、ロボットや無人システムを戦闘に使ったマレーシア機撃墜のミサイルもこのように無機質なロボットであったのではなかろうか。とは言っても、この無感情、無機質で凶暴とも言えるロボットを動かし、利用するのも人間である。人には、調整し、統合し、判断し、想像する力がある、機械との競争を社会にプラスであるものにする必要がある。

デジタル化の意味

H26.10.08

日本の小売業全体の 2011 年の EC 化率は 2.83% (2013.9 経産省データ 3.1%) と発表され、ほぼ同時期のアメリカ 6.7%とイギリス約 9%と大きく遅れている。

1785 年頃、ジェームス・ワット等の発明した蒸気機関により、19 世紀の中頃から普及しはじめた鉄道は、距離を克服した。産業革命の生んだ鉄道が、経済と雇用を最も大きく変えるにいたったのは、距離を克服し、人の思考を変え、視野を変え、世界感を変えたからだとドラッカーは言っている。

これと並ぶ変化が e コマースだと言うドラッカーは、e コマースは距離を消したと表現する。

1946 年頃開発されたコンピューターは、約 50 年を経て、世界中のコンピューターを結ぶインターネットとして利用されはじめ、現在経済取引の手段として活用されている。

蒸気機関	1785 年	50 年	1935 年	15 年	1950 年 (1970 年)
	(ジェームス・ワット)		(初期の鉄道建設)		(鉄道建設時代→)
コンピューター	1946 年	50 年	1996 年	15 年	2011 年 (2031 年)
	(エニアック)		(初期のインターネット)		(e コマースの普及)

e コマースは売り手はどこに居てもよい。顧客は売り手がどこにいるかを気にかけない。そして、世界最大の書店である売り手のアマゾンなども、注文がどこから来たかを気にしていない。残る問題は配達の差別化だけだとする。

原文

孙子曰：凡用兵之法，全国为上，破国次之；全军为上，破军次之；全旅为上，破旅次之；全卒为上，破卒次之；全伍为上，破伍次之。是故百战百胜，非善之善者也；不战而屈人之兵，善之善者也。

故上兵伐谋，其次伐交，其次伐兵，其下攻城。攻城之法，为不得已。修橧轂，具器械，三月而后成，距闾，又三月而后已。将不胜其忿而蚁附之，杀士三分之一，而城不拔者，此攻之灾也。故善用兵者，屈人之兵而非战也，拔人之城而非攻也，毁人之国而非久也，必以全争于天下，故兵不顿而利可全，此谋攻之法也。

故用兵之法：十则围之，五则攻之，倍则战之，敌则能分之，少则能守之，不若则能避之。故小敌之坚，大敌之擒也。

夫将者，国之辅也，辅周则国必强，辅隙则国必弱。

故君之所以患于军者三：不知军之不可以进而谓之进，不知军之不可以退而谓之退，是谓糜军。不知三军之事，而同三军之政，则军士惑矣。不知三军之权，而同三军之任，则军士疑矣。三军既惑且疑，则诸侯之难至矣，是谓乱军引胜。

故知胜有五：知可以战与不可以战者胜，识众寡之用者胜，上下同欲者胜，以虞待不虞者胜，将能而君不御者胜。此五者，知胜之道也。

故曰：知彼知己，百战不殆；不知彼而知己，一胜一负；不知彼不知己，每战必殆。



無理数 e

参考書 (対数eの不思議 堀場芳数著 1998.6 講談社刊)

H27. 7. 13
H27. 4. 13
H26. 11. 3

I 自然数 e

1. 自然対数 $\log_e a$ の底 e

$$e \doteq 2.718281828$$

$(1 + \frac{1}{x})^x$ の極限值

$x \rightarrow \pm\infty$ のとき、 $(1 + \frac{1}{x})^x \rightarrow e$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

又は

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

2. 指数関数 $y=e^x$

微分すると、

$$\frac{dy}{dx} = (e^x)' = ex$$

(微分しても同じ)

積分すると、

$$\int y dx = \int e^x dx = e^x + c \quad (c \text{ は積分定数})$$

となり、他のいかなる関数も持ちあわせない、不変というすばらしい性質を持っている。

$$\text{実数} \begin{cases} \text{有理数} \begin{cases} \text{正、負の整数} \\ 0 \\ \text{分数、小数} \quad (\text{分数に化ける}) \end{cases} \\ \text{無理数} \begin{cases} \text{代数的無理数} (\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{m}) \quad (\text{分数に化ける}) \\ \text{超越数} (e, \pi, i) \end{cases} \end{cases}$$

3. ピタゴラスの定理

「直角三角形の直角をはさむ2辺(b,c)の上にできる2つの正方形の面積の和は、斜辺(a、直角に対する辺)の上にできる正方形の面積に等しい」

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}, \quad b = \sqrt{a^2 - c^2}, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

3つの辺の割合 $a : b : c = 5 : 4 : 3$

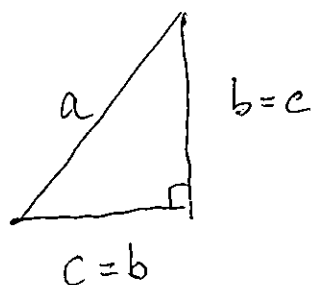
$$= 5 : \sqrt{5} : \sqrt{5}$$

ガウス (独 1777~1855) 数学の元首

ワイエルシュトラス (独 1815~97) 独学の大数学者

デデキント (独 1831~1916) 有名な無理数論

カントール (デンマーク 1845~1918) 集合論の祖



$$a \text{ の正方形} = a \times a = a^2$$

$$b \text{ の正方形} = b \times b = b^2$$

$$c \text{ の正方形} = c \times c = c^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

数々上、きわめて重要な数

e

π

i

$$e^{\pi i} = -1 \quad e \text{ オフ } \pi \text{ の } i \text{ は たて "ー"}$$

$$e^{\pi i} = -1, \quad i^2 = -1 \text{ から } e^{\pi i} = i^2 \quad e \text{ の } \pi \text{ は 後情いけい}$$

$$e^{\pi i} = -1 \quad e \text{ の } \pi \text{ は 後情いけい } -1 \text{ で つめたい}$$

4. 指数法則

(1) 乗法は指数を加える $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(2) 除法は指数を引く $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

(3) 累乗は指数を掛ける $(a^m)^n = a^{mn}$

$$\begin{aligned}\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} &= a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = a^{\frac{3+2}{6}} = a^{\frac{5}{6}} \\ &= \sqrt[6]{a^5} = (\sqrt[6]{a})^5\end{aligned}$$

(1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ において —① (指数の掛け算は指数の足し算)

$a^m = A$, $a^n = B$ とおくと、

$m = \log_a A$ —②, $n = \log_a B$ —③ となり、

$A \cdot B = a^m \times a^n = a^{m+n}$ となる。

これを対数になおすと、 $\log_a AB = m+n$ となる。

この式の右辺に②, ③を代入すると、

$\log_a AB = \log_a A + \log_a B$ となる。 (対数の掛け算は対数の足し算)

このことから、積の対数は対数の和となり、対数の掛け算は足し算に代えることができる。

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ —① において、 (指数の割り算は指数の引き算)

$a^m = A$, $a^n = B$ とおくと、

同様に $\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$ となる。 (対数の割り算は対数の引き算)

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$ —① において、

$a^m = A$ とおくと、 $m = \log_a A$ —② となり、 (指数のべき乗は指数の掛け算)

①式は、 $A^n = a^{mn}$ となる。 $= \log_a A \times n = n \log_a A$

対数に直すと、 $\log_a A^n = mn$ で、この右辺に②を代入すると、

$\log_a A^n = n \log_a A$ となる。 (対数のべき乗は対数の掛け算)

このことから、A の累乗または、累乗根の対数は、A の対数に指数を掛ければよいということになる。

5. 微分法の発見

- (1) $y=ax$ において、 x のおのおのの値 a に対して、
微分係数 $f'(a)$ を対応させる関数を、 $f(x)$ の導関数 と言って、 $f'(x)$ で表わす。

いま、関数 $y=f(x)$ において、 x の増加分を Δx とし、 Δx に対する y の増加分を Δy で表わすと、

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

となる。

つまり、 $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ や、 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ は、直線の傾きである。

導関数を求めることが、関数を微分することになる。

- (2) $y=x^2$ の導関数

$$\begin{aligned} y' = \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2 - x^2}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) \\ &= 2x \end{aligned}$$

- (3) $y=x^3$ の導関数

$$\begin{aligned} y' = (x^3)' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3 - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(3x^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2)}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2 \\ &= 3x^2 \end{aligned}$$

以上から、 n が正の整数のとき、 $(x^n)' = nx^{n-1}$ となる。

$$y = x^n \rightarrow y' = nx^{n-1} \text{ となり、}$$

6. 対数関数の微分

何回も読み、書き

 $y = \log_a x$ の導関数は微分すると

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x + \Delta x) - \log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} (\log_a(x + \Delta x) - \log_a x) \quad \textcircled{*} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \frac{x + \Delta x}{x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) \end{aligned}$$

↑
 $\textcircled{*} (\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N})$ の基本公式

ここで、 $\frac{\Delta x}{x} = h$ とおくと、 $\Delta x = hx$ となって

$\Delta x \rightarrow 0$ のとき、 $\Delta h \rightarrow 0$ 、 $\frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{h}$ となることから、

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{h} \log_a(1 + h) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}}$$

ところが、 $h \rightarrow 0$ のとき $(1 + h)^{\frac{1}{h}}$ を計算すると、

h	0.1	0.01	0.001	0.0001	...
$(1 + h)^{\frac{1}{h}}$	2.5937...	2.70481...	2.71692...	2.71814...	...

と一定の値 2.71828... に限りなく近づく。

これをオイラーの無理数「 e 」と名付け、

$e = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} = 2.71828... \text{ と無理数 } e \text{ を定義した。} \quad *$

$y = \log_a x$ の導関数 $\frac{dy}{dx}$ は、

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\log_a(x + \Delta x) - \log_a x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \log_a \left(1 + \frac{\Delta x}{x}\right) \quad \left(\frac{\Delta x}{x} = h \text{ とおくと } \Delta x = hx \text{ とおくと}\right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{hx} \log_a(1 + h) = \frac{1}{x} \lim_{h \rightarrow 0} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{hx} \log_a(1 + h) \quad \left(\frac{\Delta x}{x} = h \text{ とおくと}\right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x} \lim_{h \rightarrow 0} \log_a(1 + h)^{\frac{1}{h}} \\ &= \frac{1}{x} \log_a \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} = \frac{1}{x} \log e \text{ となる。} \quad \left(\text{上記で } e = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + h)^{\frac{1}{h}} \text{ とした}\right) * \end{aligned}$$

つまり、関数を微分するということは、 Δx の変化に対する Δy の変化を求めている。
 導関数を求めることである。

7. 指数関数と微分 (対数微分法)

何回も読み直せ

指数関数 $y=a^x$ ($a \neq 1, a > 0$) として —①

両辺の自然対数をとると、

$$\log_e y = x \log_e a$$

両辺の対数をとって、両辺の同じ変数(ここでは x) について微分すると、対数微分法という両辺を別々に x について微分する $\log_e y = u$ とおき、

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{1}{y} \cdot y' = \frac{y'}{y} \text{ から}$$

$$\text{左辺は、} (\log_e y)' = \frac{y'}{y}$$

$$\frac{x \log_e a}{x} =$$

右辺は、 $(x \log_e a)' = \log_e a$ となることから、

$$\text{①の微分は、} \frac{y'}{y} = \log_e a \text{ から } y' = y \log_e a \text{ —②}$$

となる。

①式は、 $y=a^x$ となっているので、②の関係式は、 $y' = y \log_e a = a^x \log_e a$ 、つまり、 $(a^x)' = a^x \log_e a$ となる。従って、 $y=e^x$ から、 $y' = y \log_e e = e^x \log_e e = e^x \times 1 = e^x$ つまり、 $(e^x)' = e^x$ となる。

$$(1) y = a^x \rightarrow y' = a^x \log_e a$$

$$(2) y = e^x \rightarrow y' = e^x$$

$$(3) y = \log_a x \rightarrow y' = \frac{1}{x \log_e a}$$

$$(4) y = \log_e x \rightarrow y' = \frac{1}{x}$$

(1) ~ (4) から得られる

いずれにしても、底に自然数 e を用いると、たいへん簡単になることがわかる。合成関数 ($y=f(u)$ と $u=g(x)$ の合成関数) y は u の関数で、 $y=f(u)$ と表わせ、 u は x の関数で、 $u=g(x)$ と表わすとき、 y は x の関数であり、 $y=f(u)=f\{g(x)\}$ と表わすことができる。 $y=a^x$ と
 $y=e^x$ とするとき、

$$y=a^x$$

$$\text{①式の } a^x = y \text{ から}$$

$$(a^x)' = y' \text{ から}$$

$$\log_e e$$

8. 不定積分

微分法の定義は、関数 $f(x)$ において、

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

つまり、関数を微分するということは、導関数を求めることである。

（ x 軸の x を $x + \Delta x$ に変えて導関数を求める）

いま、 $F'(x) = f(x)$ という関係があるとき、

いいかえると、 $F(x)$ の導関数が $f(x)$ になっているとき、

$F(x)$ を $f(x)$ の原始関数といい、

$F(x) = \int f(x) dx$ と表わし、 dx を加えて積分、掛ける $F(x)$ になる

$F(x)$ を $f(x)$ の「不定積分」という。

+1

つまり、 $F'(x) = f(x)$ と $F(x) = \int f(x) dx$ とは

全く同じことを、別々の記号で表したことになる。

x^2 の導関数は、 $2x$ 、 $2x$ の原始関数は x^2

($x^2 + 1$ 、 $x^2 + 2 \dots$ 等無数にある)

前頁 ----

たとえば、関数 $y = (2x^2 + 1)^3$ は、 $u = 2x^2 + 1$ とおくと、

$y = u^3$ とおくと、 $y = u^3$ と $u = 2x^2 + 1$ の合成関数となる。

合成関数の微分法については、 $y = f(u)$ 、 $u = g(x)$ のように微分可能なとき、この合成関数 $y = f(g(x))$ の導関数は、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \text{ となる。}$$

9. 定積分

$$= \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a) \text{ とする.}$$

いま、関数 $f(x)$ を区間 $[a, b]$ において連続な関数として、 $f(x)$ の定積分を

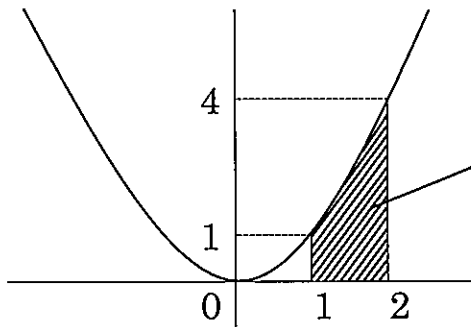
$\int_a^b f(x) dx$ で表わす。

ここに区間 $[a, b]$ と言うのは、 $a \sim b$ のこと、 $a \leq x \leq b$ のことである。つまり、両端の定まった x の値のこと。(1対1区)

(x 軸の間の部分で)

$y = x^2$ の x 軸の $a(x=1)$ から $b(x=2)$ までの面積 S を定積分で求めると

$$+1 \rightarrow S = \int_1^2 y dx = \int_1^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ となる。}$$



$\frac{6}{3}$ 一辺1の正方形2つ分
 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

約束

微分法の定義は、関数 $f(x)$ において、 $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ を求めること、

つまり、関数を微分するとは、 Δx の変化に対する Δy の変化を求めると、

導関数を求めることとした。

ここで、 $F'(x) = f(x)$ という関数があるとき、いいかえれば、 $F(x)$ の

導関数が $f(x)$ ($F(x)$) になっているとき、 $F(x)$ を $f(x)$ の「原始関数」として

$F(x) = \int f(x) dx$ と表わすことにする。

このとき、 $F(x)$ を $f(x)$ の「不定積分」とも言う。

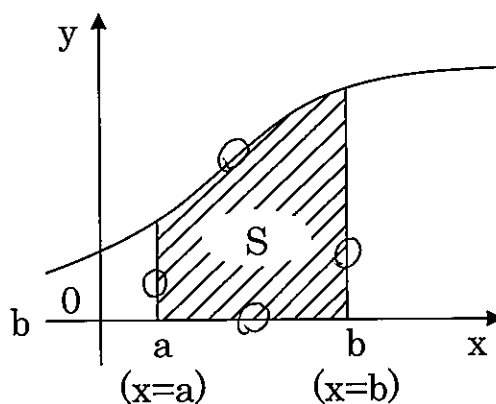
つまり、 $F'(x) = f(x)$ と $F(x) = \int f(x) dx$ とは、同じことを別の記号で表している。

10. 面積を求めると

図において、 $x=a, x=b, y=f(x)$ と $x=0$ (x 軸)
に囲まれた部分の面積は、定積分で、

$$S = \int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b \\ = F(b) - F(a) \text{ と計算できる。}$$

例のグラフ



$y = x^2$ において、この曲線と x 軸の間の部分で $x = 1$ から $x = 2$ までの面積 S を定積分によって求めると、

$$S = \int_1^2 y dx = \int_1^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} \\ = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} \text{ となる。}$$

すなわち、1 辺 1 の正方形 2 と $\frac{1}{3}$ だということになる。

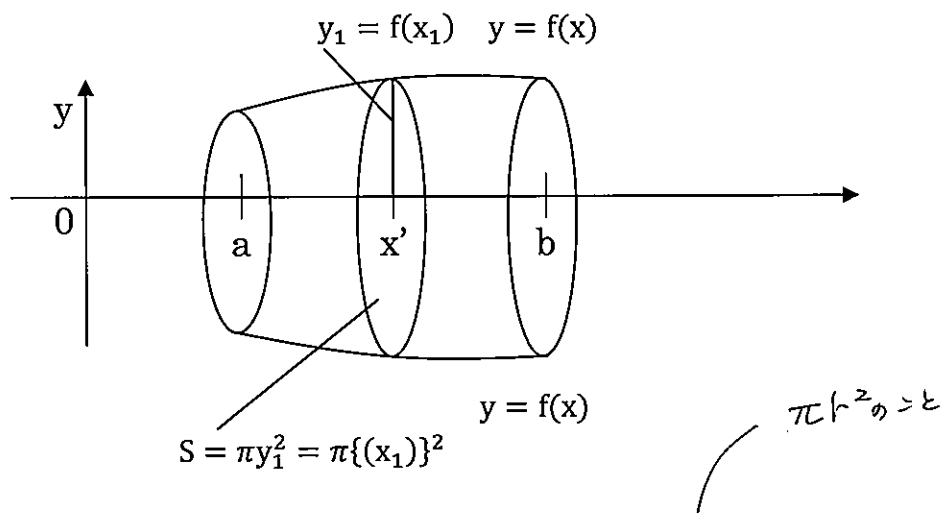
指数関数 e^x は微分すると、 $(e^x)' = e^x$ となる。
 $f(x) = e^x$ とすれば、原始関数 $F(x)$ の一つは、 $F(x) = e^x$ で、
 積分すると、 $\int e^x dx = e^x + C$ となる。
 e^x の導関数は e^x で、 e^x の原始関数は、定数 C を除いて
 e^x であり、指数関数 e^x は、微分しても積分しても、
 まったく形が変わらないという奇妙な性質をもつ関数である。

人類は数千年前の「ヒリフル法」から始めて、17世紀の「微分法」
 までの間、約2000年近くかかった。定積分の発見に終わったこと
 になる。

11. 体積を求めると

x 軸のまわりで、曲線 $f(x)$ を回転させると、回転体ができる。

$x = a$ から $x = b$ までの間の体積 V は、 $x = x_1$ における x 軸に垂直な平面の切口の面積 S を、 $x = a$ から $x = b$ まで定積分すればよいことになる。



切り口の面積 S は、半径が y_1 なので $S = \pi y_1^2 = \pi \{f(x_1)\}^2$ と計算できる。
従って、

$$V = \int_a^b \pi y^2 dx = \int_a^b \pi \{f(x)\}^2 dx = \pi \int_a^b \{f(x)\}^2 dx \text{ となる。}$$

また、球の体積は、半径を r とすると、中心は座標の原点 0 をとって、
曲線(円)の方程式は、
 $x^2 + y^2 = r^2 \rightarrow y^2 = r^2 - x^2$
 $y = \pm \sqrt{r^2 - x^2}$ となる。

$x = x_1$ における球の切り口の面積は、

$$S = \pi y_1^2 = \pi (r^2 - x_1^2) \text{ となる。}$$

そこで球の体積は区間 $[0, r]$ の半径の体積の 2 倍として、

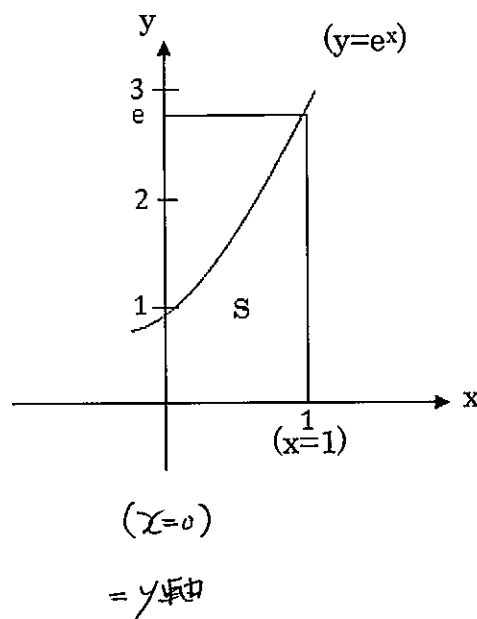
$$\begin{aligned} V &= 2\pi \int_0^r (r^2 - x^2) dx = 2\pi \left[r^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^r \\ &= 2\pi \left(r^2 \cdot r - \frac{r^3}{3} \right) = 2\pi \left(r^3 - \frac{r^3}{3} \right) \\ &= 2\pi \cdot \frac{3r^3 - r^3}{3} = 2\pi \cdot \frac{2}{3} r^3 = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ となる。} \end{aligned}$$

半径が 2 倍になると、体積は 2^3 倍、 n 倍になると体積は n^3 倍になる。

12. e^x の定積分

右の図のように、 y 軸($x=0$)と、 y 軸に平行な直線 $x=1$ との間で、曲線 $y=e^x$ と x 軸に囲まれた部分の面積を S とすると、

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 \\ &= e^1 - e^0 = e - 1 = 2.71828 \dots - 1 \\ &= 1.718 \text{ となる。} \end{aligned}$$

無理数 e

オイラー (Euler) の発見、「自然対数 $\log_e a$ の底 e 」のこと
 e の近似値は、 $e = 2.718281828459 \dots$

この無理数 e の値は、 x を限りなく大きくしたときの、 $(1 + \frac{1}{x})^x$ の
 極限値で、

$$x \rightarrow \pm \infty \text{ のとき、} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow e$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \text{ と書く。}$$

$$\text{また、} x \rightarrow 0 \text{ のとき、} (1+x)^{\frac{1}{x}} \rightarrow e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \text{ と書く}$$

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots \text{ と表す}$$

$$= 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \dots + \frac{1}{n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1} + \dots \text{ と表す}$$

13. 2つの関数、 $f(x)$ と $g(x)$ の積の関数の積分

公式によると、

$$\{kf(x)\}' = kf'(x) \quad (\text{定数 } k \text{ は定数})$$

$\{f(x) \pm g(x)\}' = f'(x) \pm g'(x)$ となっている。

今、 $y=f(x) \cdot g(x)$ を微分すると、

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} \text{ となり、}$$

分子を書き直して、

$f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x+\Delta x) + f(x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)$ とする。

$$\begin{aligned} y' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \times g(x+\Delta x) + f(x) \times \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \right\} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \cdot g(x+\Delta x) + f(x) \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta x \rightarrow 0$ のとき

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right) = f'(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x) = g(x)$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = g'(x) \text{ となるので、}$$

$$y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ となる。}$$

このことから

$$\{f(x) \cdot g(x)\}' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \text{ となる。}$$

ここで、この式の両辺を x について積分すると

$$f(x) \cdot g(x) = \int f'(x) \cdot g(x) dx + \int f(x) \cdot g'(x) dx$$

となり、

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$$

となる。

この式を使って積分する方法を、「部分積分法」という。この式の意味は、ある関数 $f(x)$ と別の関数 $g(x)$ の導関数 $g'(x)$ の積になっている関数に限って、2つの関数の積 $f(x) \cdot g'(x)$ が積分できるということ

14. $\log_e x$ の積分は

e を底とする対数関数 $y = \log_e x$ の積分,
 $\log_e x$ の導関数は, $(\log_e x)' = \frac{1}{x}$

$\log_e x$ の積分 $\int \log_e x dx$ については, $\int \log_e x \cdot 1 dx$ とし, $(x)' = 1$ と,
 仮に $f(x) = \log_e x$ と, $g'(x) = (x)' = 1$ とおくと,

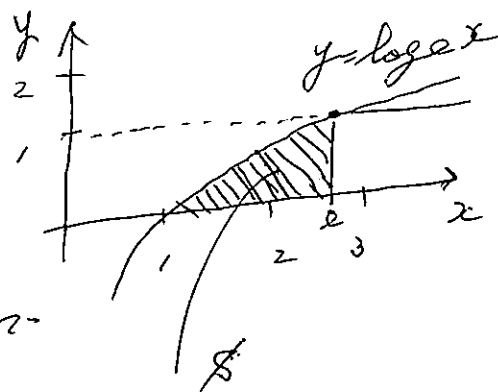
$g(x) = x$, $f'(x) = \frac{1}{x}$ とおくと,

$$\int \log_e x dx = \int \log_e x \cdot 1 dx = x \cdot \log_e x - \int \frac{1}{x} \cdot x dx + C_1$$

$$= x \cdot \log_e x - \int dx + C_1 = x \cdot \log_e x - x + C_1 + C_2$$

$$= x(\log_e x - 1) + C \quad (C = C_1 + C_2) \text{ とおくと}$$

左の図で, $y = \log_e x$ と
 x 軸との間で, $x=1$ から $x=e$ までの
 面積 S は



$$S = \int_1^e \log_e x dx = \left[x(\log_e x - 1) \right]_1^e = e(\log_e e - 1) - 1(\log_e 1 - 1) \\ = e(1 - 1) - \log_e 1 + 1 = 1 - \log_e 1 = 1 - 0 = 1 \text{ とおくと, } S = 1 \text{ とおくと}$$

この例で, $x=2$ から $x=e$ までの面積 S は,

$$S = \int_2^e \log_e x dx = \left[x(\log_e x - 1) \right]_2^e = e(\log_e e - 1) - 2(\log_e 2 - 1) \\ = -2 \log_e 2 + 2 \text{ とおくと, } \log_e 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} e} = \frac{0.3010}{0.4343} \approx 0.6931 \\ S \approx -2 \times 0.6931 + 2 = -1.3862 + 2 = 0.6138$$

15. e の計算

e の値は無限数列の和として求むる。

その値は、循環しない無限小数である。

$$e \text{ の定義は } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{または} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$f(x) = e^x$ とおいて、無限級数に展開すると、

$$f(x) = e^x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n + \dots \quad \text{--- ①}$$

この式で $x=0$ とおくと

$$f(0) = e^0 = 1 = a_0 \quad \text{よって} \quad a_0 = 1$$

そこで、 n 次導関数を求めると、 n 次導関数は、

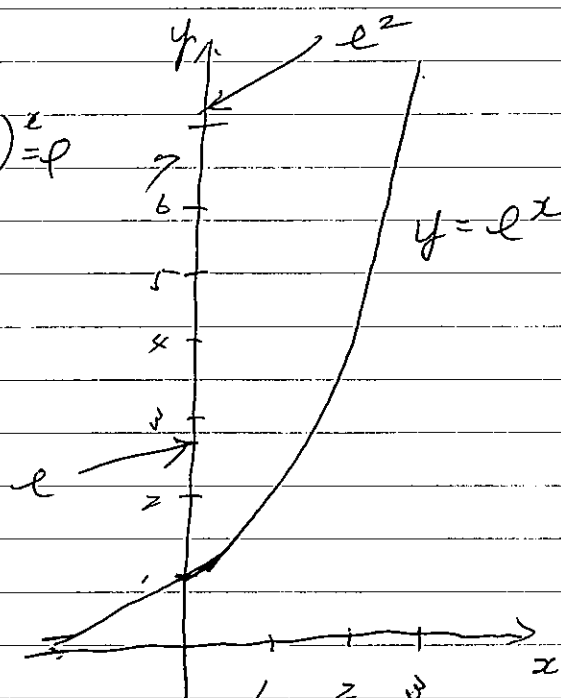
微分しても積分しても、その形は変わらないから、

$$f'(x) = (e^x)' = e^x = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + \dots + n a_n x^{n-1} + \dots \quad \text{②}$$

中略 (要項 427)

$$\text{つまり、極限値 } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x\right)^{\frac{1}{x}} = e \text{ となる}$$



symmetry 左右対称.

作成日

作成者

16. π と e --- 無理数 (後数)

ϵ - epsilon (épsilon)

Greek alphabet ギリシャ

ダイナミクス (問題解決のための段階的技法)

2027.3.10

π ratio of the circumference of a circle to its diameter

平面上の円の 円周と直径との比をいう。

円周の長さを直径で割った比の値は 無理数。

有理数を係数とする1次方程式の根と見做し得る数。

(1) 級数 級数

項の和が 有限に 無限に何もう級数を 級数 級数といふ

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \rightarrow \infty$$

(級数) 級数 series $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ 1254

級数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ $a_1 + a_2 + \dots + a_n = S_n$

その級数の和を 級数の和 といふ。

級数の各項を加法記号 (+) で結ぶとき

$$\sum_{i=1}^n a_i \quad \text{有限級数} \quad a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = A_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad \text{無限級数}$$

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots \rightarrow \infty$$

(2) 幾何級数

(1) 1/2, 1/4, 1/8, ... の逆数の級数の和が無限大に向かうということ。
 あたかも、逆数のための無限級数は無限大に向かうのだろうか？

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2$$

$$2^0 \quad 2^1 \quad 2^2$$

級数の収束性について、その和に
 漸近する値を示す

幾何級数の2に収束し、同和級数の
 無限大、級数の収束性について示す

$$1 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right) \quad (0.5) = 2$$

$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right) \quad (0.25)$$

$$\frac{1}{8} + \left(\frac{1}{8}\right) \quad (0.125)$$

(3) 指数級数

整数の和と逆数の和は、いずれも無限大に可なり。

階乗の和も無限大に可なり。

それと対照、階乗の逆数の和も無限大に可なりか？

$$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = 2.718281828\dots = e$$

その和は小さな数(2.718281828...)に収束し、1をその級数に
加えると、「指数級数」という、極めて重要な級数を得る。

常に小文字で書かれる「e」は、重要な意味をもった普遍的な定数
であり、よく知られたオウム貝の殻から宇宙の右大の
銀河や銀河系外の星雲に至る幅広い領域を考察する
重要な役割を果している

幾何級数 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2$

(e-1) $\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = 1.718281828\dots = e-1$

2つの級数の3番目の項とそれ以降の項を比べてみると、

$$\frac{1}{3!} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1}{6} < \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4!} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{24} < \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{5!} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} < \frac{1}{16}$$

(e-1) 級数の和が2より1.5以下に収束することから、それゆえにeは、
3より小さくなければならない

(4) 階乗! 省略記号の高度利用 --- 数考

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = e - 1 \quad \textcircled{1} \quad \sum \quad \text{すべての項の和}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e \quad \textcircled{2} \quad \sum \quad n=1 \text{ から } n \rightarrow \infty \text{ に至るすべての項の和}$$

$$\textcircled{3} \quad n \quad \text{任意の正の整数}$$

$$\textcircled{4} \quad n! \quad n \text{ の階乗}$$

(5) 対数級数

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \dots = \log_e 2$$

$$= \ln 2 = 0.6931471805 \dots$$

たとえば、すべての整数の逆数の和である調和級数は
無限大に発散する。交代項をもった左の端母関数の
級数(上記)はどのように振る舞うか?

この級数は、対数級数(特殊なケース)として、
その和は、2 の自然対数 (0.6931471805 ...) に
収束する。

初等微積分の公式から $\frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x} \therefore \frac{d}{dx} (\ln(1+x)) = \frac{1}{1+x}$

積分を用いて $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} \cdot dx = \ln x \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{1+x} \cdot dx = \ln(1+x)$

公式から、 $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$, $\ln(1+x) = \int \frac{1}{1+x} dx = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$

加得法、 $x=1$ と代入して $\ln(1+1) = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$

$\ln 2 = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$

(6) $\pi/20 = \pi/4$ 、グレゴリー級数

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \dots = \frac{\pi}{4} = 0.78539816\dots$$

奇数の整数の逆数の和は無限大に発散する。

交代項を持ったこの級数は、 π に関連するもっとも美しい級数の1つであり、 $\pi/20 = \pi/4$ - グレゴリー級数と呼ばれている。この級数は、互いの和が $\frac{\pi}{4}$ へと収束することで、 π の値を計算する世界へと等しく。

この定数 π をほとんどの数学者たちは、この世で最も重要な意味をもった定数だと考えている。

(7) π の定義

$$\pi = \frac{\text{円周}}{\text{直径}} = \frac{\frac{\text{円周}}{2h}}{2h} \quad \text{円周} = 2\pi h$$

$$= \frac{C}{D} = \frac{C}{2R}$$

π は 約 4000 年前、バビロニアとエジプトにおいて発見されている。
 この二人は、直線に対する円周の比率として認識していた。

バビロニア人は $\pi \rightarrow \frac{25}{8}$ (誤差 0.5%)

エジプト人は $\pi \rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{256}{81}$ (誤差 0.6%)

という値を与えていた

円の面積	πR^2 (R 半径)
球体の表面積	$4\pi R^2$
球体の体積	$\frac{4}{3}\pi R^3$
円柱の側面積	$2\pi R H$ (H 円柱の高さ)
円柱の体積	$\pi R^2 H$