



第 6 回 企業価値の評価

(生きた企業をどう評価するのか)

(経営資源の集約)

会計と経営のブラッシュアップ
平成27年5月4日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業価値評価ガイドライン 日本公認会計士協会編)
(株式・新株予約権の評価と実務マニュアル 茂腹敏明著 2006.4 清文社発行)(M&Aとガバナンス 井上光太郎外著 H18.3 中央経済刊)

I 企業価値とは何か

- ①企業価値とは企業が将来にわたって生み出す価値の合計
- ②価値とは企業に対する社会の評価の結果

1. 企業とは、継続して、価値を生み出す (経営資源の集約)

- (1) 価値を出来るだけ多くあげ続けることを目的として設立される
- (2) 価値をあげ続けるためには社会に対して役立たなければならない
- (3) 「企業価値を創造せよ、さもなくば撤退せよ」とは、(1)、(2)を要約したものでいつの時代にも変わらない原則である。

会計で企業価値の表現と報告をしなければ!!

2. ライブドアや村上事件は、継続的価値（企業価値）を目標としたか

ニッポン放送に対する敵対的TOB（株式公開買い付け）は、企業価値を十分に高めて経営を行っていない企業に対して、株式を買い集め、その経営権を握って企業価値を高めようとする者からの買収攻撃でもあった。

村上ファンド（非効率な企業経営を行う企業に対し「もの言う株主」として資産の有効活用による企業価値の向上等を提案した）はライブドア代表者からニッポン放送株式の獲得（目標3分の1）の情報を得て、同株の買付を行ない、ライブドアの株式取得中（5%）に株式を売却して利益を得た。

H21. 2. 3 東京高裁は村上世彰氏のインサイダー取引を認定し、懲役2年（執行猶3年）及び罰金300万円、追徴金11.49億円の判決を言い渡した。



3. 企業価値の評価に関する変化

(1) 会計制度の改革

会計基準の国際的統合化の波。

連結決算中心主義、年金負債等のオンバランス化、金融商品の時価評価等。
海外と同一尺度で計られることとなった日本企業の財務。

(2) 株式所有構造の変化

従来日本企業は、事業法人や金融機関などの安定株主の存在（持ち合い株）により、他企業からの買収の脅威の少ない経営をすることができた。
しかし、それは必ずしも企業価値の最大化を目指すことに適合しない。

(3) M & Aの増加

グローバル競争の激化に伴い、もはや一企業の競争力では市場に残って行けない。企業価値を十分に高めなければ敵対的M & Aの標的となる。

4. 企業買収の脅威

(経営資源の集約)

(1) 株式持合などによる安定株主の変化（株式所有目的の明確化）

(2) 株式交換による買収資金の不要化、容易化

(3) 終身雇用制など日本的経営の崩壊による人事制度や環境の変化

(4) 企業の評価

企業は日々動いている。会計とはその生きた企業を写し出す技術である。
企業評価とは企業の価値をとらえることであり、企業の過去の情報（資産の成長性、収益性等）と現在の情報（他社との比較、資産活用の効率性、リスク評価等）と将来の情報（事業計画、将来予測等）の適正な収集と適切な評価である。

評価項目	過去	－	現在	－	将来
財 産					
事 業					
収 益					
リスク	△		○		◎

会社の構成

(経営者・会社員を区別するために)

どこのほうか ・現在 将来性 取引先	資産の構成	借入金	主要な借入先 人・企業
		株主	主要なオーナー

事業活動の概要

現在の状況

① 会社の将来性について

② 会社の現状について

5. 公正価値とは

金融商品の市場価額、資産の証券化、企業の評価などにおいて、公正価値が要求される。

(1) FASB、IASB の定義「測定日における市場参加者の秩序ある取引のなかで、ある資産を売却することで受取るであろう価格、あるいはある負債を移転することで支払うであろう価格、時価が想定される

(2) 公正価値

一般的には時価である。多数の売手と買手が経済合理性により市場を通じて取引するときの価格によって資産を評価した額をいう。活発な取引が成立する市場等の存在により、客観的妥当性が存在すると考えられる。

(3) いかに公正価値を見積るか（企業評価の場合）

①コスト・アプローチ

時価純資産評価額である。

すべての資産項目と負債項目の時価を個別に評価して、その差額である時価ベースの純資産を株主価値とする評価方法。

②インカム・アプローチ

過去及び将来の利益（年間基準利益）を計算し、資本還元率（マーケットリスクプレミアム）で資本還元する方法である。一連の予測経済利益を適切な割引率または資本還元率によって現在価値に割引いて算定する。

③マーケット・アプローチ

公開会社の場合には時価である「市場株価方式」を適用し、未公開会社の場合には「類似公開会社方式」又は「類似取引方式」を適用する。

マーケット・アプローチの利点は、実際の株価、取引額に基づいているという実証的な面はあるが、欠点としては、類似公開会社又は類似取引の選定などの困難な点がある。

(4) リーマンショック

2008 年 9 月の金融危機による金融市場の機能不全は、公正価値会計に対する不信を起こした。

IASB は同年 10 月に「市場が活発でない場合の金融商品の公正価値と開示」を公表し、市場が活発でない場合には、市場価格をベースとした修正理論価格といった合理的に算定された価額を開示し、公正価値とすべきとした。

企業価値は活発な市場の存在が前提とされている

客観性のある評価
行い得るか？

6. 公正価値等による企業評価の例

次のような企業について、公正価値等による企業評価を行って下さい。

評価対象株式 2,000 株

(1) 財務状態

B/S		P/L	
	千円		
資産の部	1,000,000	売上高	1,000,000
負債の部	600,000	原価・経費・税金	984,000
純資産の部	400,000	当期純利益	16,000

(2) 発行済株式数 20,000 株

(3) 資本金 100,000 千円

(4) 資産の含み益 200,000 千円、負債の計上不足 100,000 千円

(5) 有利子負債（利率 3%） 300,000 千円

(6) 遊休資産 200,000 千円

(7) 1 株当り類似業種比準価額 12,500 円

(8) 過去の年配当額 20/3 500 円、21/3 300 円、22/3-24/3 400 円

1 株当りの評価額	2,000 株の評価
-----------	------------

①コスト・アプローチ

②インカム・アプローチ

③マーケット・アプローチ

④配当還元方式
(少数株主の特例)

(1) 時価純資産方式による計算 (①コスト・アプローチ)

時価純資産方式は、会社のすべての資産を時価で評価し、判明したすべての負債を差引いて算出した純資産で評価する方式である。(即ち、清算価値的な評価である)

時価純資産方式により評価した結果は次の通りである。

1株当りの時価純資産価額 22,500 円

(企業評価@22,500×2,000株 45,000,000 円)

尚、評価益が出た場合の税金については通常の法人税等を控除することとした。

(適用税率は事業税の外形標準課税等を加味して40%とした)

$$1 \text{ 株当りの評価額} = \frac{(\text{時価純資産} - \text{法人税等})}{\text{発行済株式数}}$$

この方式により評価するために、価格時点における貸借対照表を作成した。
その結果、価格時点の評価額は次の通りとなった。

平成24年3月31日時点の財産状態

	修正後貸借対照表 (評価額)	修正前貸借対照表 (帳簿価額)
	千円	千円
資産の部	1,200,000	1,000,000
負債の部	700,000	600,000
法人税等 (修正時)	40,000	0
純資産	<u>450,000</u>	<u>400,000</u>

(発行済株式 20,000 株)

$$1 \text{ 株当りの評価額 } 450,000 \text{ 千円} \div 20,000 \text{ 株} = \underline{22,500 \text{ 円}}$$

(2) 収益還元方式による計算 (②インカム・アプローチ) — 1 の場合

会社の過去の利益実績から、現状の年間平均利益を求め、それを公表指標の利益率で資本還元し、自己資本の生み出す利益の評価額(2)とし、また、現在の自己資本に対する危険額を資本還元して自己資本の毀損評価額(3)を求め、それらを現在の自己資本額(1)に加減して、収益還元価額(1)+(2)-(3)を求めた。

以上の方法により評価した結果は次の通りである。

1 株当りの収益還元評価額 26,460 円

(企業評価@26,460×2,000 株 52,920,000 円)

	上記による計算 千円	(WACC による計算例)
(1)自己資本額	450,000	—
(2)利益の資本還元額	169,000	234,375
(3)自己資本の毀損額	△89,810	—
収益還元価額	<u>529,190</u>	<u>234,375</u>
発行済株式	<u>20,000 株</u>	<u>20,000</u>
1 株当り評価額	<u>26,500 円</u>	<u>11,719</u>

① 自己資本額 450,000 千円

平成 24 年 3 月末日の会社の時価純資産価額を採用した。

収益還元方式は、現状利益（過去～将来）の
収益からなる企業価値評価……

果ては資本（利益）に対する収益が 1% しかないのか？

(上記)

② 利益の資本還元額	169,000 千円
1) 年間 (平均) 利益	16,000 千円
2) 資本還元率	
(イ) 指標の自己資本利益率	7.58 %
(中小企業の財務指標)	(参考資料)
(ロ) 企業物価上昇率	
2003～2007 年度	1.42
(日本銀行)	(参考資料)
(ハ) 企業倒産率	④÷⑤ 0.47
企業倒産件数	13,905件 (参考資料)
法人企業数	2,964,498社 (参考資料)
計	9.47 %

16,000 千円 ÷ 9.47% = 169,000 千円

収益還元価額の計算においては、会社の過去の財務実績の平均値を主として採用し、重要な誤り以外の修正は行わなかった。

その理由は公表指標の精度とのバランスを考えてのことである。

③ 自己資本の毀損額 △89,810 千円

1) 自己資本額	450,000 千円
2) 自己資本毀損率	1.89%
(ロ) 企業物価上昇率	1.42
(ハ) 企業倒産率	0.47

自己資本額 450,000 千円 × 毀損率 1.89% = △8,505 千円

また、同時に△8,505 千円を顕在化していない年間(平均)損失と見て、
自己資本の毀損額△8,505 千円 ÷ 資本還元率 9.47% = △89,810 千円

⑨ (現在の自己資本を約 20% 評価減するのは正しいか。)

(WACC 計算例)

左記の自己資本コスト	9.47 %
自己資本	450,000 千円
有利子負債	300,000 千円
負債コスト	3 %
税率	40 %

$$\begin{aligned}
 WACC &= \frac{450,000}{(450,000+300,000)} \times 9.47\% \\
 &+ \frac{300,000}{(450,000+300,000)} \times 3\% \times (1-0.4) \\
 &= 5.68\% + 0.72\% = 6.40\%
 \end{aligned}$$

税引後 EBIT = 16,000 + 9,000 × (1-0.4) = 21,400

税引後 EBIT 21,400 ÷ 6.40% = 334,375

評価 334,375 - 負債 300,000 + 遊休 200,000
= 234,375 千円…(1)

(1) ÷ 20,000 株 = 11,719 円

⑨ (負債は有利子負債のみで充分か。)(その他負債を加味する必要はないか。)

⑨は逆算で求めたものだから、
将来の代表と将来の不意 → せむ。

(1)

← 元資産評価とバランス、公平？

②利益の将来に対する不意-Riskは⑨を
計算するから、①のR/R②③と考える。

②インカム・アプローチ — 2 の場合 簿価純財産、混合 WACC で計算 (利率の高い時、再検討)

仮定：(1) 自己資本利益率（自己資本コスト、資本還元率）10%

(2) 税金 40%

(単位：千円)				簿価純財産 (コストアプローチ)	WACC (インカムアプローチ)
(A)	資産	100,000	自己資本	100,000	$\frac{100}{100} \times 10\% = 10\%$
	営業利益		10,000		$6,000 \div 10\% = 60,000$ (評価)
	税金		4,000		評価 60,000
	当期利益		6,000		
				100,000	60,000

仮定：(3) 支払利率 12% (以下、通常利益と同じ)

(B)	資産	100,000	借入金	50,000	$\frac{50}{100} \times 10\% + \frac{50}{100} \times 12\% \times (1-0.4) = 8.6\%$
			自己資本	50,000	
	営業利益		10,000		$2,400 \div 8.6\% = 27,907$ (評価)
	支払利息		6,000		借入金控除 50,000
	税金		1,600		
	当期利益		2,400		
				50,000	△22,093

仮定：(4) 支払利率 3%

(C)	資産	100,000	借入金	50,000	$\frac{50}{100} \times 10\% + \frac{50}{100} \times 3\% \times (1-0.4) = 5.9\%$
			自己資本	50,000	
	営業利益		10,000		$5,100 \div 5.9\% = 86,441$ (評価)
	支払利息		1,500		借入金控除 50,000
	税金		3,400		
	当期利益		5,100		
				50,000	36,441

仮定：(5) 支払利率 3%

(D)	資産	100,000	借入金	100,000	$\frac{0}{100} \times 10\% + \frac{100}{100} \times 3\% \times (1-0.4) = 1.8\%$
			自己資本	0	
	営業利益		10,000		$4,200 \div 1.8\% = 233,333$ (評価)
	支払利息		3,000		借入金控除 100,000
	税金		2,800		
	当期利益		4,200		
				0	133,333

仮定：(6) 支払利率 3%

(E)	資産	100,000	借入金	150,000	$\frac{\Delta 50}{100} \times 10\% + \frac{150}{150} \times 3\% \times (1-0.4) = 1.8\%$
			自己資本	△50,000	
	営業利益		10,000		$3,300 \div 1.8\% = 183,333$ (評価)
	支払利息		4,500		借入金控除 150,000
	税金		2,200		
	当期利益		3,300		
				△50,000	33,333

加重平均資本コスト (WACCBT)

税引後加重平均コスト

$$WACCBT = \frac{D}{D+E} \times R(d) + \frac{\frac{E}{D+E} \times R(e)}{(1-T) \text{ 税引後}}$$

D : 負債資本の金額 (借入金額)

R (d) : 平均利率 (負債コスト)

T : 実効税率 40%

E : 株主資本の金額

R (e) : 株主資本コスト (期待収益率)

株主平均コストの計算 ($R(e)$)

$$R(e) = R(f) + [E(R_m) - R(f)] \times B$$

$R(e)$: 株主資本コスト

$R(f)$: リスクフリーレート(新発 10 年国債)(05.4 1.240%)

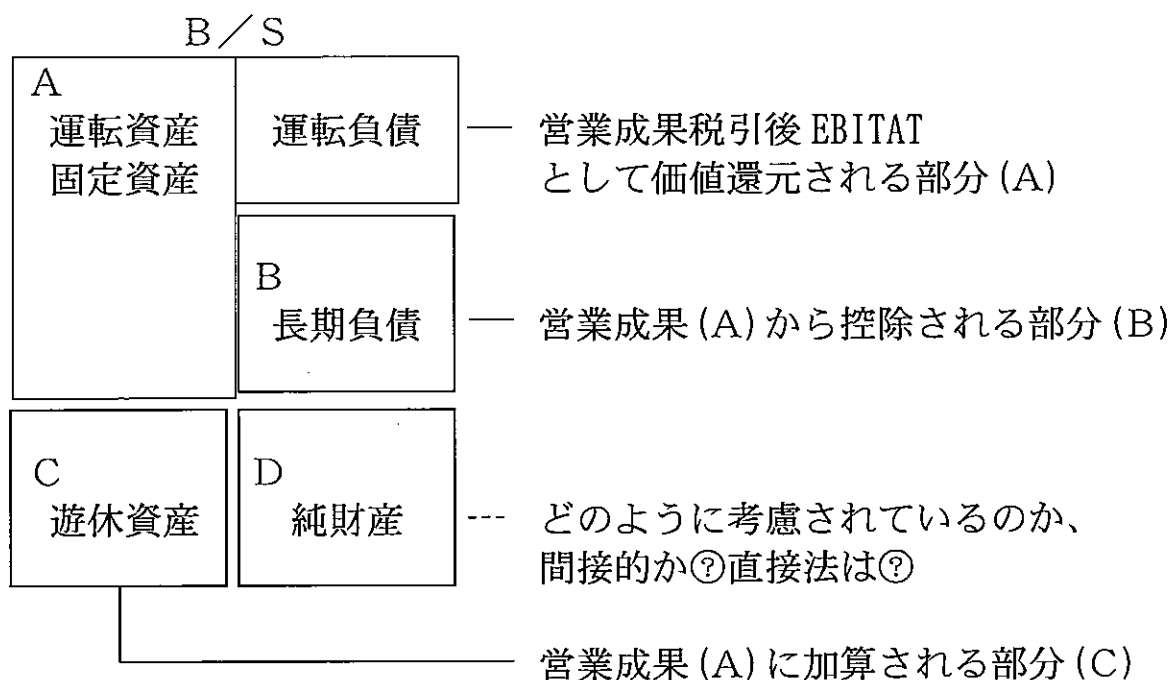
B : ベータ値 (個別株式の株式市場全体に対する

相対的なリスク、1 又は 1.5 とする)

$E(R(m) - R(f))$ = マーケット・リスクプレミアム

期待収益率 $R(m)$ を法人企業統計の非製造業の売上営業利益率とする。(05.4~6 3.1%)

WACCの計算



WACCによる企業評価…… (A) - (B) + (C)

	EBITAT	計算 P/L	
売上高	100,000	100,000	
原価・経費	95,000	95,000	
営業利益	5,000	5,000	
税金 (40%)	2,000	—	
利息	-900	-900	
税金	+360	—	
税引利益	4,100	4,100	
(税金)	(-1,640)	(-1,640)	
税引利益	2,460	2,460	(価値還元される営業成果)

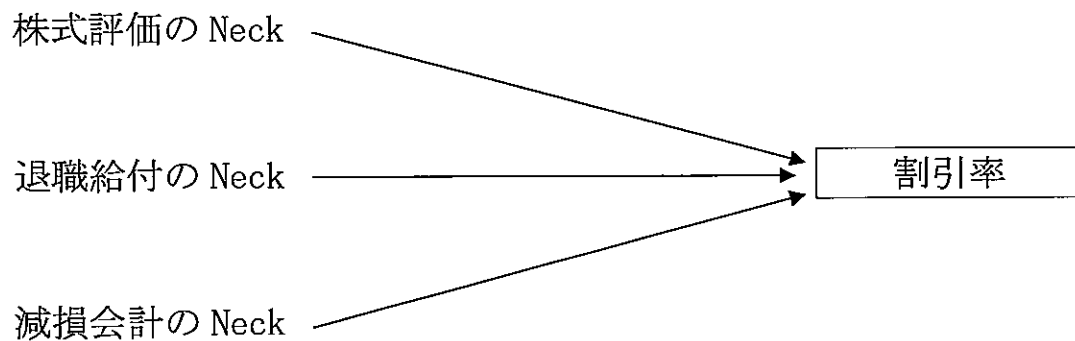
評価とは

目的資産のリスクを反映する適切な割引率(期待収益率か?)を求め、その率を用いて、その資産の収益の期待値(実現収益か?)を割引く。

$$\frac{\text{税引後期待値(年)} \cdots \cdots \cdots \text{将来変動}}{\text{税引後割引率} \cdots \cdots \cdots \text{リスクマイナス}} \left\{ \begin{array}{l} \text{収益リスク} \\ \text{資産リスク} \end{array} \right.$$

市場リスク — 利子率など
経済全体のマクロ的条件によって引起されるもの

個別リスク — 工場に置ける事故のように個別の経済主体に固有の事情によって引起されるリスク



評価方法の比較

時価純資産法			収益還元法	
従前分	100,000③	↑ 評価益 200,000 ↓	企業評価	200,000④
時価評価資産	100,000①		剰余金	56,000⑤
営業権評価	100,000②			(80,000 × 0.7)
		資本金		256,000
		剰余金		

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = 300,000$$

超過収益力

$$\text{平均利益率} = 5\%$$

$$\text{当社} \quad " \quad = 10\%$$

差⑤5%の評価

自己資本利益率(税前) 差⑤5%

5年間の差益

$$\textcircled{+} 5,000/\text{年}$$

$$5,000 \div 0.05 = 100,000 \textcircled{2}$$

$$\text{利益 } 10,000/\text{年} \div 0.05$$

$$= 200,000$$

①時価純財産

②営業権評価超過収益力を加味

③従前分

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} = \underline{300,000}$$

④収益還元(将来収益)の現在価値

⑤利益剰余④(現在の収益計上)

⊖(現在の欠損計上)

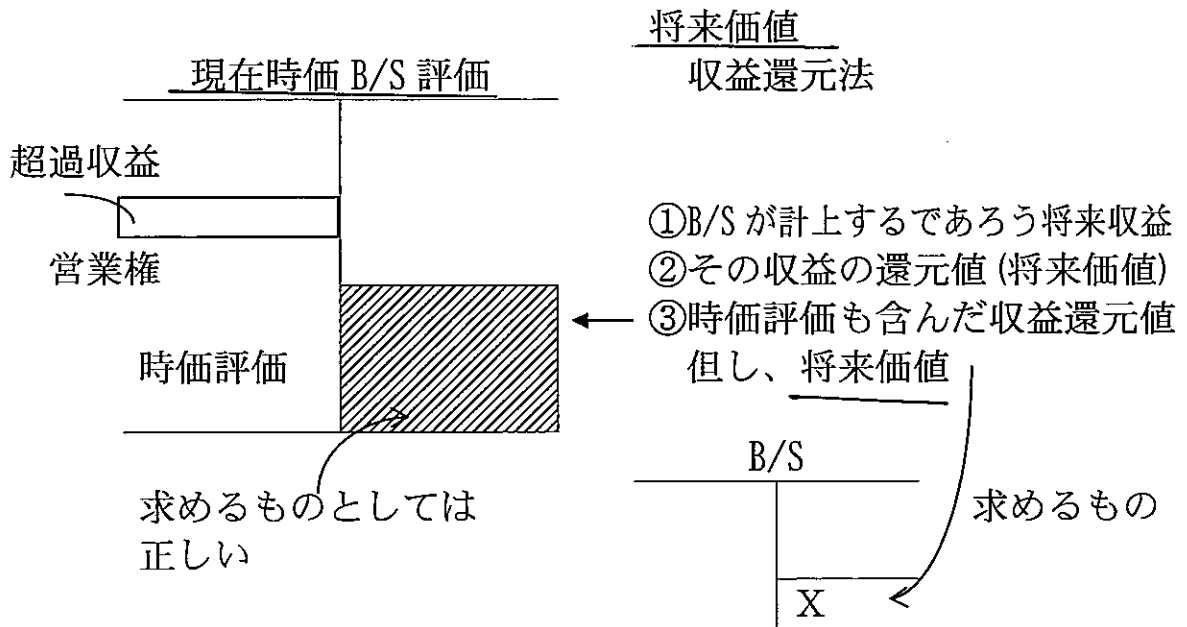
⑥⑤のリスク(0.7)ーおかしい/現時点評価

立場による評価の違い

買い手 ———— やはり将来に着目するか
 売り手 ———— でも、ここ数年で実現する
 程度でいいのではないか? ⇒ 増加額

厳密な意味での 現在価値 とは $\left[\begin{array}{l} \text{清算価値か} \\ \text{継続価値か} \end{array} \right] \Rightarrow 10 \text{ 年程度で OK か}$

収益還元法



過去価値 収益還元法

- ②③の中にXは含まれているか、含まれていないか
- (1) 将来収益の価値と見ればXは含まれていない
- (2) 過去収益価値と見れば含まれている
- (3) (1) と考えXを加えても OK ではないか
- (4) そしてXの将来リスクの現在価値についても判断すべきである?
- ①Xは含まれていると ← 考えてもいいのでは

評価しているものは何か

時価純財産 B/S	
時価評価	+
	-
営業権評価	自己資本

1. 将来リスク評価はどうするか
2. 積上 (B/S) と還元 (利益) の関係は明確か
3. 右側 (収益還元) と一致しなくてもよいか

収益還元法 P/L
収益力評価 ⊕
既得剰余金として

1. 収益力評価は将来のみか
過去+将来
過去の成果+収益力評価
過去の評価は B/S 評価か
2. 既得剰余金を加えてよいのか、資本金部分は？
3. 収益力評価に、No.2 を加えてはいけないのではないか
4. 配当還元の時、簿価部分は評価しないのか、収益を還元しているからそれでよいのか
5. No.2、No.3 は、収益力評価だけで収益還元されているのではないか
6. No.5 だとすると、赤字累積企業と黒字累積企業の公平性はどうするか
7. (収益) 期間のとらえ方に問題があるのか

1 億円の株式
(1) 1 億円で売れる時
(2) 5 千万円で売れる時
(3) 1.5 億円で売れる時

1 億円の株式
配当 5%、500 万円 $500 \div 0.05 = 1$ 億円か
配当 0%、計算はできず 0 円か
配当 10% の時 $1,000 \text{ 万円} \div 0.05 = 2$ 億円か

IV コスト・アプローチの検討 (ネットアセット・アプローチ)

1. 簿価純資産法

会計上の純資産額に基づき 1 株当り純資産額を計算する方法である。

2. 時価純資産法

B/S の資産負債を時価で評価しなおし計算する方法である。

- (1) 再調達時価純資産法
- (2) 清算処分時価純資産法
- (3) 営業権を評価する方法

- ① 有形資産の時価

- ② 営業権の時価

この場合は超過利益分の割引率還元と考えられる。

インカム・アプローチにおける割引率還元の対象は、企業全体の利益である。この相違を明確に認識する必要がある。

(現代の経営 第11章 目標と自己管理によるマネジメント)

H27.02.02

H27.05.04

○ 事業が成果をあげるためには、一つ一つの仕事を事業全体の目標にむけることが必要である。目標に向けた活動の必要性

○ 経営管理者を誤って方向づける三つの要因

(1) 仕事の専門家

(2) マネジメント構造の階層化

(3) ものの見方や仕事の違い

} 仕事に焦点を充てなければ
いけない

○ 上司による間違った方向づけの解決

経営管理者や上司の目を、それぞれの上司にではなく、仕事及要求するものに向けさせる。全体の成功に焦点が合わされているか。

経営管理者の仕事は、企業の目標の達成に必要な課題によって規定され、仕事の目標によって方向づけされなければならない。

仕事の実体、目に見える貢献、評価測定、適正な権限

仕事は下から組み立てられる。設計、生産、販売、最も基本的な仕事を行うのは、第一線の現場管理者である。上位の経営管理者の仕事は派生的であり、第一線の現場管理者の仕事を助けるものに過ぎない。従って、あらゆる権限と責任は、第一線に集中させることが必要である。

仕事を下から組み立てる

○ 目標の統一ということが、組織には必要である。そして全体の成功に焦点を合わせる。

○ 事業の目標

実績と結果が事業の存続、発展に重大な影響を与える領域に対する確な目標

(1) 市場における地位 (2) 革新 (3) 生産性 (4) 財務管理 (5) 労働者の能力と育成 (6) 経営担当者の能力と育成 (7) 収益性 (8) 社会的責任

○ 専門化した仕事に潜む危険性

3人の石工の話、専門家の目標とすべきところ

専門的な技能の追求が、事業の目標をそらすものであってはいけない。

○ キャンペーンによるマネジメントは、効果がないだけでなく、人々を誤った方向に導く。他のあらゆることを犠牲にして、仕事の側面だけを強調する。これは誰かの「狼だ」という声だ。

労働の生産性

Management Challenges for the 21st Century
Peter F. Drucker

1. 20世紀の偉業

製造業における肉体労働者の生産性を 50倍に上げた
産業 → 生産設備

2. 21世紀に期待される偉業

知識労働者の生産性を大幅に上げる
産業 → 知識労働者

3. テーラーの偉業

テーラーに長い歴史において、

より多く生産する方法は、労働者自身からより激しく働き、
より長く働くことを促すことによる公理であった。

テーラーは肉体労働者の生産性を 50倍に引き上げた

このテーラーの偉業は、20Cにおける経済と社会のすべての
発展の基盤となった。

肉体労働の生産性の飛躍的向上は、先進国経済を生み出した。

4. テラーの手法

- (1) 首先、仕事を何の動作に分解する
- (2) 次に、それぞれの動作に要する時間を記録する
- (3) 次に、無駄な動作を除去
- (4) 次に、不可欠な動作を短い時間内、簡単に済ませようとする
- (5) 最後に、動作に必要な道具を揃える

テラーの手法は簡単である。優れた点については後に述べる。

しかし、この手法を確立するには、20年の歳月を要した。

(時々の要因)

タワーズ、タワーズ社外 → 科学的管理法 (Taylor's Theory of Management)

→ インタースタム・エンジニアリング (米、日) → 作りの組み立てライン

→ 合理化、フジタ・システム (独)

↓
品質管理サークル
カンパニイ等、

5. 仕事に知識を適用した最初の人テラー

当中 — 単純な反復動作 — これを生産的にやるための知識
未熟者の手で行える単純な動作

テラーは、常時時間だけでなく、^{その}生産されたものに報酬が支払われることを

タイラー・システム

6. デミングの TQC

デミングの行ったことは、タイラーの仕事の分析とシステム化であった。

新たなことは、これに統計理論を導入したところだ。

7. 第一次世界大戦の頃、このタイラーの科学的管理法が
ファクトの組み立てシステムにも 応用を変えた。

8. 第一次世界大戦の頃

ドイツ - 兵士の仕事の訓練、軍事訓練

これは強力な 戦斗部隊を創出した

アメリカ - 工場労働者の仕事の訓練

戦争に 対する 工場 生産 効率

戦争と工場の 両方を 教える 同様に。

9. 日本での経済発展は -

世界中のいかなる国においても、

技術上のイノベーションによって実現されていた。



第二次世界大戦後に 経済発展をとげた日本は、

技術革新のイノベーション として力をいれた。

即ち、アメリカの第二次大戦中の ティラー 学理に
基づいて発展させた 訓練の手法 を導入した。

即ち、訓練、いわば工業化前の労働力の生産性、
（平均値）を上げること。

即ち、先進国の製品を、（平均値）並に生産
水準の¹/₂ 以下に生産する工場を
閉鎖

10. として 先進国における中心経済の発展

日本や韓国（中国）の生産性向上とはなく、
高度技術者による生産性向上

11. 知識労働の生産性向上

知識労働者が、労働人としての中核を占める。

知識労働の生産性を向上させるための条件は、

- (1) 企業の目的を考える
- (2) 生産性向上の責任を負い、自律性を持つ
- (3) 継続的なインロージャー
- (4) 学び、人に教える
- (5) 量よりも質の問題にありことの理解
- (6) 知識労働は 資本財であることの理解

上記の知識労働の生産性を 肉体労働と比較すると

	肉体労働	知識労働
企業の存在	制約 最低の基準	目的 企業の存在
企業員数	重要、量に依存	質の面から依存
重要事項	企業の方法	企業の目的 企業とは何か structure
企業のプログラム	structure	

12. 肉体労働と知識労働

肉体労働知識労働

生産性向上

定着率の向上

行う仕事の内容を明確にする

1914.1.1 7才の子供
 日給80セウを1奉に上げて
 検用と訓練の2つ領域
 利益は倍増した。

その仕事に集中する

その他のことはなくして(する)

仕事とは何か

技術は持たなければならぬ
 心をこめ

知識労働者自身で考える

その必要はない

その期待されている

邪魔なことはする

ある大病院で

仕事の目的は「患者の看護」

「医師の補助」

仕事を邪魔しているもの

「雑用書生」「電話」「花売り」

邪魔しているものを医療部に告げ
 任せ、生産性は倍に上がった。

仕事の質

失敗を基準

成功を基準

同一

仕事の質の区分

労働者の素心

コスト

資本財

生産的労働者

減らさねばならぬ

増やさねばならぬ

技術は持たなければならぬ

知識は持たなければならぬ

○ 目標管理の最大の利点

経営管理者が、自らの仕事ぶりを自ら管理することが可能になること

より高い目標とより広い視野

○ 管理—あまりに曖昧な言葉

評価測定というべき

① 自分と自分の仕事の方向づけを行う

② 他人を支配する

目標管理の最大の利点は、支配によるマネジメント自己管理によるマネジメントに

○ GE の巡回、業務監査システム

○ 報告や手続の誤った使い方

① 手続を論理的な規範と考えること

② 手続を判断の代わりに変えること

③ 報告や手続を上からの管理の道具として

○ 報告や手続は最小限にとどめ、時間と労力を節約するためにのみ使うべきである。そして、可能な限り簡明なものにとどめておくべきである。

○ 中小企業買収の話

年間利益 25 万ドルを基礎に買収

① 売価の決め方

② 原価の決め方

③ 間接費の管理

買収先の徹底したコスト管理の導入

1 年後に年間利益 15 万ドルへ低下

○ あらゆる報告書を 2 ヶ月間停止

現在使っている報告や手続が本当に必要かどうかのテスト

5 年に一度はやるべき

…報告や書式の四分の三が削減された

○ 自由な人間として行動させること

11章 目標と自己管理

1. "企業はチームを作り出す"、一人ひとりの人間の仲をを融合させて
 共同の仲にする
 それを一つの目標にすることが大切

2. マネジメントの目標は全体の成功である

3. マネジメントを課する3つの原因

(1) 仕事の専門化

----- 単独の目標のみをやる

(2) 組織の階層化

----- 全力を生かさない、仕事の要するものを失
 いかす

(3) 仕事の速い

4. 指示・命令ではなく、自由な人間として行動させる

5. toward a common goal

without gaps, without frictions, without unnecessary
 duplication of efforts.

6. Professional workmanship is also danger, it tends to
 direct a man's vision and efforts away from the
 goals of the business.

Chapter 11 Management By Objectives and self-control

1. Any business enterprise must build a true team and weld individual effort into a common effort.
they must all contribute toward a common goal.
2. On the contrary, business contains those powerful factors of misdirection, ~~into~~ specialized work, in the hierarchical structure, and in the differences in vision.
3. GE has a special control service - the traveling auditors. The auditors study every one of the managerial units of the company thoroughly at least once a year. But their report goes to the manager of the units studied, not to the president.
not "the president Gostapo"
4. There are 3 common misuses of reports and procedures.
 - (1) too common belief is instruments of moralis, they should be that of economy.
 - (2) they are replace for judgment
 - (3) as an instrument of controll from above.
5. A large insurance company's big program for the improvement of management. — actual performance has been going down ever since.

1. Reports and procedures should be kept to a minimum, and used only when they save time and labor. They should be as simple as possible.

— We don't bother about it, ^{the} overhead. They have eaten up half the profit.

2 He acts not because somebody wants him to, but because he himself decides that he has to — he acts, in other words, as a free man

1. Management by "crisis" and "drives"

— campaign, move great force

2. In either event they become deaf to the cry of "wolf!"

And when the real crisis comes, when all hands should drop everything and pitch ~~it~~ in, they treat it as just another case of management-created hysteria

The first thing First

6-7

作成日

作成者

1. 成果をあげるための秘訣 — 一つ — 集中

一時間一時間のことを行う

読書の 読書の 本読

人間の 本読

(理由) 貢献を行うための時間 < 行わなければならない貢献 >

長くはと時間はない

長くはと多くの必要時間

└──────────┘

時間は常に赤字である

2. 成果をあげるためには、

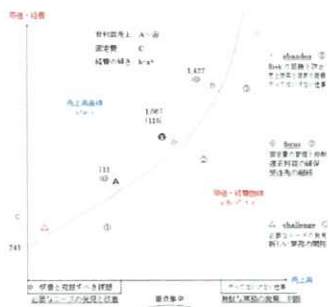
継続的な努力が必要である — 時間の必要
— と覚えておく

3. 人の強味とは

重要な機会に集中すること

4. これは、ある、一つの、よい仕事をすることである

おかしな集中の必要、人間は多様な一時的集中の必要



指数・対数

会計と経営のブラッシュアップ
平成 27 年 5 月 4 日
山内公認会計士事務所

次の図書を参考にさせていただきました。

(ゼロからわかる指数・対数 2007.12 深川和久著 ベレ出版刊)

(図解雑学指数・対数 2013.5 佐藤敏明著 ナツメ社刊)

I. 指数

1. 指数とは、いくつかかけ算されているかということ

つまり、大きな数、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ を 2^5 と書き、2 の 5 乗という累乗のこと。

大きな数を表すことに適している。

- (1) 世の中は、かけ算的（指數的、曲線、複利）に従う傾向にあり、人はそれを足し算的（直線）に理解しようとする傾向がある。

(例) かけ算、指数

国や経済の伸び — 対前年比〇%

預金やローンの利息 — 金利の計算

指数とは — かけ算のくり返し

現実の複雑さよりも 大いかに理解したい

従って世の中は指數的に変化する傾向にある（激しい変化の世界）
しかし、人は足し算的にもものを見ようとする（静かな変化の世界）

世の中はかけ算的・指數的（変化・変動）であるのに、人は足し算的（静止的固定的）に勘違いしている。この面において世の中は複雑である。

そして、この指数の逆が対数（単純化）である。

対数（大量、複雑）は複雑なものを単純にしようとする。

そして人の五感はことごとく対数的である。しかし、現実

人の記憶や歴史も対数と深く関係している。だから、過去は対数的

歴史上の出来事は、1 年を 1 とすると、10 年は 2、100 年は 3、1000 年は 4・・・という並び方になるかもしれない。（記憶の量）

過去は会計の対数にインパクトを報告の後述している。
(内蔵、書表)

戦後の歴史

振り返ると対数的心算 (現在は指数的心算としても)

S20 (1945)	S25 (1950)	S30 (1955)	S35 (1960)	S40 (1965)	S47 (1972)
終戦 財閥解体	朝鮮特需 第1回ブーム	TV もはや戦後ではない	所得倍増計画 東京タワー	東京オリンピック	本工後帰 東京名産新 沖縄
(4. 疎開)	(9. 小学)	(13. 中学)	(18. 高卒)	(23. 社会)	(27. 会社)

2. 指数の法則

過去
対数現在
指数

未来

(1) かけ算がたし算に変わる

$$10^2 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^{2+3} = 10^5$$

$$10^8 \times 10^4 = 1 \text{ 億} \times 1 \text{ 万} = 1 \text{ 兆}$$

$$= 10^{8+4} = 10^{12}$$

指数のかけ算は、底が同じならば指数のたし算となる。

(2) 累乗はかけ算に変わる

$$(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3}$$

$$= 2^{3 \times 4}$$

2 の 3 乗の 4 乗は、2 の 3×4 乗となる。つまり、指数の指数は、指数のかけ算になる。

(3)

指数法則

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = (a^m)^n = a^{nm}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$a^0 = 1$$

ただし $a, m, n > 0$

3. 小さい数を表す指数

① 2^0 は、

$a=2$ 、 $b=3$ 、 $m=3$ 、 $n=0$ とすると

指数法則① $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$$2^3 \times 2^0 = 2^3 \times 1 = 2^{3+0} = 2^3 = 8$$

指数法則② $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$(2^3)^0 = 8^0 = 2^{3 \times 0} = 2^0 \cdots 1 \text{ となる}$$

指数法則③ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

$$(2 \times 3)^0 = 6^0 = 2^0 \times 3^0 = 1 \times 1 \cdots 1 \text{ となる}$$

② 0 乗とは、

$2^0 = 1$ となる理由

$$2^3 = 8$$

$$\times \frac{1}{2} = 2^2 = 4$$

$$\times \frac{1}{2} = 2^1 = 2$$

$$\times \frac{1}{2} = 2^0 = 1$$

0 でない数 a に対して
 $a^0 = 1$

③ マイナス乗とは、

$2^{-n} = \frac{1}{2^n}$ となる理由

$$2^2 = 4$$

$$2^1 = 2$$

$$2^0 = 1$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$$a^m a^n = a^{n+m}$$

$$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$4 \times \frac{1}{2}$$

$$2 \times \frac{1}{2}$$

$$1 \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

0 でない数 a 、自然数 n に対して

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

4. 分乗数

$a^{\frac{m}{n}}$ を n 乗したら a^m になる数

$$\left[a^{\frac{m}{n}}\right]^n = a^m$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

等比数列、30 日目の金額は？

初項が a 、公比が r である等比数列、 n 日目の数は、
 $a, ar, ar^2, ar^3 \dots a^{n-1} \dots$

$$a_n = ar^{n-1}$$

30 日目の金額は、 $a_{30} = a^{29} = 536,870,912$

数列：ある規則に従って並んだ数の列

等比数列：前の数に同じ数をかけて得られる数列

等比数列の和

$$\begin{aligned} &\text{初項 } a, \text{ 公比 } r \text{ の等比数列の } n \text{ 時点の和 } S \\ &\text{上記②} - \text{①} = \text{②} - \text{①} = (r-1)S_n = -a + ar^n \\ &r \neq 1 \text{ のとき、} S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \\ &r = 1 \text{ のとき、} S_n = a + a + \dots + a + a = na \end{aligned}$$

30 日目の累計は、

$$S_{30} = \frac{1(2^{30} - 1)}{2 - 1} = \frac{1(1 - 2^{30})}{1 - 2} = 1,073,741,823$$

毎月一定額を複利で積立てて、元利合計はいくらになるか？

毎月 1 万円ずつ積立てて、月利 0.5% の複利で、12 カ月後には、

$a = 10,000$ 円

$r = 0.5\% (0.005)$

$n = 12$ ケ月

$$\begin{aligned} &\frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r} \\ &= \frac{10,000 \times 1.005 \times (1.005^{12} - 1)}{0.005} = 123,972 \text{ 円} \end{aligned}$$

最初 a (最初日の預金 a)

1 ケ月後 $a(1 \text{ ケ月目の入金}) + (a + ar) = a + a(1 + r)$ (10,050)

2 ケ月後 $a + a(1 + r) + a(1 + r)^2$ (20,150)

3 ケ月後 $a + a(1 + r) + a(1 + r)^2 + a(1 + r)^3$

$\vdots$
 n ケ月後 $\vdots$ (123,972)

最後 a (最後日の預金は不要)

(最初日の a は最後日の Δa と相殺して)

$$= a(1+r)\{(1+r)^n - 1\} / r$$

$$\frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1}$$

③ 等差数列と等比数列

1 から n までの累計は等差数列

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n \quad \text{①}$$

更にもう一つの S

$$S = n + (n-1) + \cdots + 2 + 1 \quad \text{②}$$

②+①は

$$S + S = 2S = (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) = n(n+1)$$

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{aligned} 2S &= n(n+1) \\ S &= \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

単利法は等差数列

毎年利息を元本のみに乗じて計算する。

元利合計 = 元本 + n 年の利息 (元本 $\times n \times r$)

元本 a 、利率 r 、期間 n の元利合計は、

$$a(1+nr) \text{ 円}$$

複利法は等比数列

元本 a 、利率 r 、期間 n の元利合計は、

$$a(1+r)^n \text{ 円}$$

初項 $a(1+r)$, 公比 $(1+r)$
 $165000(1+0.005) \quad -(1+0.005)$

$$\frac{a(1+r) \cdot \{(1+r)^n - 1\}}{r-1}$$

$$\frac{165000(1+0.001) \{ (1+0.001)^{60} - 1 \}}{1.001 - 1}$$

$$= 10,207,975$$

積立預金も等比数列

毎月 a 円を預金、利率 r 、 n ケ月後の元利合計

$$a(1+r) \{ (1+r)^n - 1 \} \div r$$

毎月 165,000 円を月利率 0.1% で 60 ケ月積立てる

$$x = 165,000(1+0.001) \times \{ (1+0.001)^{60} - 1 \} \div 0.001 = 10,207,975 \text{ 円}$$

ローンの月々の返済額

月利率 r で、 a 円借り、 n ケ月で完済するための月々返済する金額

x 円は、

$$x = ar(1+r)^n \div \{ (1+r)^n - 1 \}$$

月利率 0.1%

借入金 9,900,000 円

60 ケ月返済 月 170,082 円

$$y = 9,900,000 \times 0.001 \times (1+0.001)^{60} \div (1+0.001)^{60} - 1$$

$$= 170,082 \text{ 円}$$

$$170,082 \times 60 = 10,204,917$$

元金 9,900,000

利息 304,917

②

$$\frac{a(1+r)^n - 1}{r-1}$$

$$= \frac{(9900000 \times 60) \{ (1+0.001)^{60} - 1 \}}{1.001 - 1}$$

$$= 10,197,778$$

$$\times 60 = 169963$$

12-1の月々返済額

利率 r

① A 円を n ヶ月返すときの元利合計 $A(1+r)^n$ 円

② 利率 r で月々 x 円ずつ返済するときの
 n ヶ月後の元利合計

$$\begin{aligned}
 & x + x(1+r) + x(1+r)^2 + \dots + x(1+r)^{n-1} \\
 &= \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r} \quad \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r} \text{ 円}
 \end{aligned}$$

PP5.

$$A(1+r)^n = \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$

$$A = 1,000,000 \quad r = 0.02 \quad n = 30 \text{ 年と仮定}$$

$$1,000,000(1+0.02)^{30} = \frac{x\{(1+0.02)^{30} - 1\}}{0.02}$$

$$1,811,362 = \frac{x(1.02^{30} - 1)}{0.02}$$

$$x = 1,811,362 \times 0.02 / (1.02^{30} - 1)$$

$$= 44,149 \text{ 円と仮定}$$

エクセルによる元利返済計画

(H26.07.06)

【借入金1】 元利均等返済

借入額 200,000,000 円

利率 1.650 % 金利1(1～3年目)

利率 1.650 % 金利2(4～5年目)

利率 1.650 % 金利3(6～20年目)

期間 20 年

年	返済額	利息	元金	残高
1ヶ月目	978,950	275,000	703,950	199,296,050
2ヶ月目	978,950	274,032	704,918	198,591,133
3ヶ月目	978,950	273,063	705,887	197,885,246
4ヶ月目	978,950	272,092	706,858	197,178,388
5ヶ月目	978,950	271,120	707,829	196,470,559
6ヶ月目	978,950	270,147	708,803	195,761,756
7ヶ月目	978,950	269,172	709,777	195,051,978
8ヶ月目	978,950	268,196	710,753	194,341,225
9ヶ月目	978,950	267,219	711,731	193,629,495
10ヶ月目	978,950	266,241	712,709	192,916,785
11ヶ月目	978,950	265,261	713,689	192,203,096
12ヶ月目	978,950	264,279	714,671	191,488,426
1	11,747,397	3,235,823	8,511,574	191,488,426
2	11,747,397	3,094,315	8,653,082	182,835,343
3	11,747,397	2,950,454	8,796,943	174,038,401
4	11,747,397	2,804,202	8,943,195	165,095,206
5	11,747,397	2,655,518	9,091,879	156,003,327
6	11,747,397	2,504,363	9,243,035	146,760,292
7	11,747,397	2,350,694	9,396,703	137,363,589
8	11,747,397	2,194,470	9,552,927	127,810,662
9	11,747,397	2,035,649	9,711,748	118,098,914
10	11,747,397	1,874,188	9,873,209	108,225,705
11	11,747,397	1,710,043	10,037,355	98,188,351
12	11,747,397	1,543,168	10,204,229	87,984,122
13	11,747,397	1,373,519	10,373,878	77,610,244
14	11,747,397	1,201,050	10,546,347	67,063,896
15	11,747,397	1,025,713	10,721,684	56,342,212
16	11,747,397	847,461	10,899,936	45,442,276
17	11,747,397	666,246	11,081,151	34,361,125
18	11,747,397	482,018	11,265,379	23,095,745
19	11,747,397	294,727	11,452,670	11,643,075
20	11,747,397	104,322	11,643,075	0

ローン返済計画

自動車を買うために、銀行から 100 万円を借り、月利 2% の複利で 30 ヶ月で完済する。毎月の元利返済はいくらか。

$a = 100$ 万円

$r = 2\% (0.02)$

$n = 30$ ヶ月

(1) 月利率 r で a 円借り、 n ヶ月で返済すると、 $a(1+r)^n$ 円となる。

(2) 月々の元利の返済は、

はじめ 0 円

1 ヶ月後 x 円

2 ヶ月後 $x + (x + xr) = x + x(1+r)$ 円

3 ヶ月後 $x + x(1+r) + x(1+r)^2$ 円

⋮

n ヶ月後 $x + x(1+r) + x(1+r)^2 + \cdots + x(1+r)^{n-1}$ 円

$$= \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r}$$
 円

(3) (1) と (2) が等しい x は

$$(2) \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r} = (1)a(1+r)^n$$

よって、 $ar(1+r)^n \div \{(1+r)^n - 1\}$

$$x = \frac{1,000,000 \times 0.02 \times (1 + 0.02)^{30}}{(1 + 0.02)^{30} - 1} = \frac{20,000 \times 1.8114}{0.8114}$$

$= 44,649$ 円

月々の返済は 44,649 円となる。

ローン返済：利率 r で a 円を借り、 n 回で返済するために月々返済する額は、

$$ar(1+r)^n \div \{(1+r)^n - 1\} \text{円}$$

7 頁の計算

$$200,000,000 \times (1 + 0.0165/12)^{20 \times 12} \times (1 + 0.0165/12)$$

$$\frac{1}{1} \left((1 + 0.0165/12)^{20 \times 12} - 1 \right) = 978,949.762 = 978,950$$

平均法による方法

6. 指数関数 $y = a^x$

(1) $a > 0$ ならば、

$a^{1.5} = a^{\frac{3}{2}}$ a の 3 乗の 2 乗根

$a^{2.3}$ a の 23 乗の 10 乗根 $a^{\frac{23}{10}}$

(2) 指数関数は、 x が大きくなると、あっという間にグラフ用紙からはみ出するか、値がゼロになってしまう。このように x の範囲によって y が急激に変化するのが指数関数の特徴で、それゆえに対数という考え方が生まれたといふことができる。

(3) 指数関数 $y = a^x$ には特別な地位を持つ 2 つの数がある。1 つは 10、もう 1 つは定数 e (ネイピア数)

あらゆる $y = a^x$ は、 $a = e^m$ と置いて $y = e^{mx}$ とする。

(4) ネイピア数 e

$$\frac{d}{dx}(a^x) = k a^x$$

k a によって決まる定数

つまり、指数関数の微分 (増加率) は常に関数の値に比例する。

a	k
1	0
2	0.6931...
2.5	0.9162...
2.718281828	1
$\rightarrow 2.6537/3$	1.0986...

e は $(1+n)^{\frac{1}{n}}$ という式で n をどんどん大きく近づけて極限を取る

$$(1 + 0.05)^{\frac{1}{0.05}} = 2.65329$$

a の 2.5 と 3 との間に $k=1$ となる a が想像される。これを計算すると $a=2.71828\cdots$ となり、これを ネイピア数 と名付けられた。自然対数の底 e と呼ばれる。

$$y = 10^x$$

$$x = \log_{10} y$$

7. 指数法則 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ は、

数のかけ算が指数のたし算になっている。

このことを使って、かけ算をたし算に直して計算することを考える。

たとえば $19,683 \times 243$ は、 $19,683 = 3^9$ 、 $243 = 3^5$ 、 $3^{14} = 4,782,969$ であるから、 $14 = \log_3 4,782,969$ と書く。

$$c = \log_3 b$$

において、 $b = 4,782,969$ が分かっているとして c を求める。

即ち $3^c = 4,782,969$ の c を求める。

即ち対数とは、指数が解らない時に指数を導く計算である。

$\log$ c
対数は 1594 年ごろスコットランドのネイピアが考えた。

$\log$ もネイピアが考えた記号で logarithan (比例する数) という意味である。当時は、ドイツのケプラーやイタリアのガリレオなどの天文学の研究が盛んになった時代で、非常に大きな数の計算を効率よく、短時間で計算する必要があり、フランスの天文学者ラプラスが「対数が天文学者の生命を 2 倍にした」と賛美した。

$$y = \log_a M$$

M は a の何乗 (y) か

$$M = a^y$$

8. $\log_2 3^4 = 4 \log_2 3$ が成り立つことの説明

$$\log_2 3 = p \rightarrow 2^p = 3 \rightarrow \text{両辺を 4 乗}$$

$$\rightarrow (2^p)^4 = 3^4 \rightarrow \text{対辺の形で} \rightarrow \log_2 3^4 = 4p$$

$$\rightarrow p = \log_2 3 \text{ を代入して} \rightarrow \log_2 3^4 = 4 \log_2 3$$

$$\text{すなわち } \log_a x^n = n \log_a x$$

$$\text{また } \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

Ⅱ. 対 数

1. 対数とは、かけ算をたし算にする計算

ある数 M に対して $M=2^X$ となる実数 X を求める。

今までは、 X が与えられていて 2^X を計算したが、今後は M から $M=2^X$ となる X を求める。

この X を $\log_2 M$ で求める。

この $X=\log_2 M$ と書き、2 を底といい、 $\log_2 M$ を 2 を底とする M と言い、 X の対数という。

$$(1) 2^x = 2 \rightarrow x = 1$$

$$2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$3 = \log_2 8$ と表す

$$x = \log_2 8 = \frac{\log 8}{\log 2}$$

それでは $2^{\textcircled{x}} = 6 \rightarrow X = ?$ ということを、

$\textcircled{x} = \log_2 6$ と表す

対数とは指数の値を
求めること

$$a^c = b \leftrightarrow c = \log_a b$$

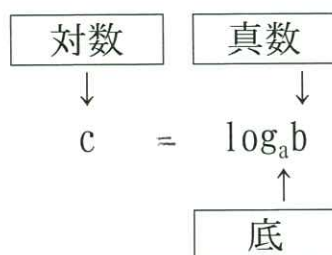
① c はかけ算

$$a \times a \times a \times \dots$$

② $\log_a b$ はたし算

c の数、ベキ乗（指数）の数を算出する

(2) 対数、真数、底の位置関係



(3) 対数の定義

対数は、一言でいえば指数関数の逆関数である。

$y = \log_a x \cdots$ 意味は $a^y = x$ となる y をさがせということである

常用対数 10 を底とする対数

$$\log 1 \rightarrow 10^0 \quad 0 \quad y=0$$

$$\log 10 \rightarrow 10^1 \quad 1 \quad y=1$$

$$\log 100 \rightarrow 10^2 \quad 2 \quad y=2$$

常用対数とは、ある数 x は 10 の何乗か？を求めているものである。

自然対数 e を底とする対数

(4) 対数とは何か

- ① かけ算的（指数）をたし算的にする
- ② 世の中は指数的にできている $\rightarrow$ 複雑
- ③ 複雑なものをより単純なものにする
- ④ かけ算をたし算で済ませたい

(5) 指数法則と対数法則

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

常用対数で... $\log (a \times b)^n = n \log (a \times b) = n \log a + n \log b$

(6) 光の量と等級の関係

1 等星の光の量が 6 等星の光の量の約 100 倍であるとする $r^5 = 100$ となる。即ち $r = 100^{\frac{1}{5}}$ である。

n 等星の光の量が 6 等星の光の量の N 倍だとすると、

$$r^{6-n} = N, \text{ つまり、} 100^{\frac{6-n}{5}} = N$$

$$\text{これより、} \log 100^{\frac{6-n}{5}} = \log N, \quad \frac{6-n}{5} \log 100 = \log N$$

$$\frac{2(6-n)}{5} = \log N, \quad n = 6 - 2.5 \log N$$

という関係式が成り立つ。

$$6-n = \frac{5}{2} \log N,$$

$$\log 100 = 2$$

2. 対数の公式

かけ算的な性質をたし算的に変える。

指数はかけ算（べき乗）的であるが、

$10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$

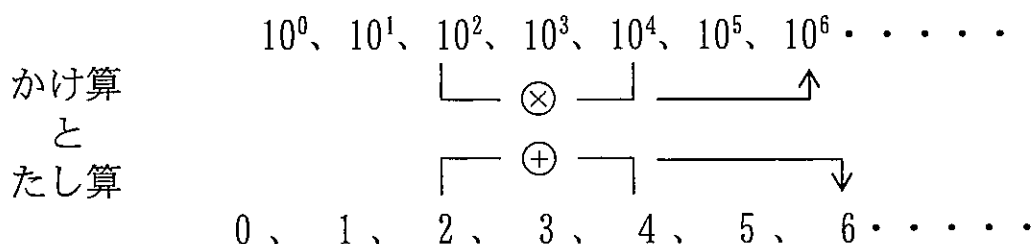
対数の部分は $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ と足し算的に増えている。

指数は、「 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 」という簡単な数に

「 $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$ 」という大きな数を対応させる。

対数は、「 $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$ 」という大きな数に、

「 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 」という簡単な数を対応させる。



① $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

$MN = (a^m \times a^n = a^{m+n})$, $\log_a MN = m+n = \log_a M + \log_a N$
 かけ算をたし算で済ませるありがたい公式

② $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

③ $\log_a M^n = n \log_a M$

$(a^m \div a^n = a^{m-n})$

わり算をひき算で済ませるありがたい公式

対数法則

$$\log_a AB = \log_a A + \log_a B$$

$$\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$$

$$\log_a A^n = n \log_a A$$

$$\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

ただし $a > 0, a \neq 1$

$A, B > 0$

3. 10 を底とする常用対数

ブリックスがネイピアの賛同を得て発明した底が 10 の対数を常用対数という。

261 の常用対数は、

$261 = 2.61 \times 10^2$ となるから

$$\log_{10} 261 = \log_{10} (2.61 \times 10^2) = 2 + \log_{10} 2.61$$

$$(\log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2 \times 1 = 2)$$

そこで $\log_{10} 2.61$ の値が解れば、 $\log 261$ が決まる。

$$\underline{2 + \log_{10} 2.61} = 2 + 0.4166 = 2.4166$$

指標 仮数

また $261 \div 10^2 = 2.61$

ある数 N は、 $N = a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n は整数)

と書けるから、その常用対数は

$$\log_{10} N = \log_{10} (a \times 10^n) = n + \log_{10} a$$

(a は $\log_{10} a$, $0 \leq a < 1$)

この時 n を指標、 a を仮数という。

261×973 をたし算で計算

$$261 \rightarrow 2.61 \times 10^2 \quad \log_{10} 2.61 + 2 = 0.4166 + 2$$

$$973 \rightarrow 9.73 \times 10^2 \quad \log_{10} 9.73 + 2 = 0.9881 + 2$$

計

$$0.4047 + 5$$

$$\therefore 10^{0.4047} = 2.54 (a)$$

$$10^5 (b)$$

$$(a) \times (b) = 2.54 \times 10^5 = 254,000$$

$$10^c = 4,782,969$$

$$c = \log 4,782,969$$

$$= \log 4.782969 \times 10^6$$

$$= \log 4.782969 + 6$$

$$= 6.67970$$

$$10^c = 500$$

$$c = \log 500 = \log 5 \times 10^2$$

$$\log 5 + 2 = 2.69897$$

$$10^c = 10^{2.69897} = 500$$

基本公式 (1)	$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
----------	-----------------------------------

$$\log_{10} 10^2 = 2 \times \log_{10} 10 = 2 \times 1 = 2$$

$$10^1 = 10 \quad \log_{10} 10 = 1$$

$$= \log_{10} a + \log_{10} 10^n = \log_{10} a + n \log_{10} 10 = \log_{10} a + n$$

$$\log_{10} N = \log_{10} (a \times 10^n)$$

$$= \log_{10} a + \log_{10} 10^n$$

$$= \log_{10} a + n \log_{10} 10$$

$$= \log_{10} a + n$$

8,720 ÷ 57 を常用対数で行う

$$\begin{array}{rclcl}
 8,720 & \rightarrow & 8.72 \times 10^3 & \rightarrow & \log_{10} 8.72 + \log_{10} 10^3 & \rightarrow & 0.9405 + 3 \\
 \div) \quad 57 & \rightarrow & 5.7 \times 10 & \rightarrow & \log 5.7 + \log 10 & \rightarrow & -) \quad 0.7559 + 1 \\
 & & & & & & \hline
 & & & & & & 0.1846 + 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
 153 & \leftarrow & \left[\begin{array}{l} 1.53 \\ \otimes \\ 10^2 \end{array} \right. & \leftarrow & 10^{0.1846} & \leftarrow & 10^2
 \end{array}$$

基本公式(2)	$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
---------	--

$\sqrt[3]{12.4}$ 累乗根をかけ算に変換

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{12.4} &= (1.24 \times 10)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{1}{3} \times (\log 1.24 + \log_{10} 10) \\
 &\rightarrow \frac{1}{3} (0.0934 + 1) \rightarrow 0.36446 \\
 &\rightarrow 10^{0.36446} \rightarrow 2.31
 \end{aligned}$$

基本公式(3)	$\log_a M^k = k \log_a M$
---------	---------------------------

4. 底の変換公式

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1)$$

$$\text{即ち } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log_d b}{\log_d a} = \dots$$

何故なら、 $\log_a b = x$ とおくと、 $b = a^x$ である。

この両辺を、 c を底にした対数で表わすと、

$\log_c b = \log_c a^x$ であるから、 $\log_c b = x \log_c a$ となる。

そこで、両辺を $\log_c a$ でわると

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = x \text{ となり、 } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ が成り立つ}$$

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{x \log_c a}{\log_c a}$$

この式を使えば、どんな対数でも常用対数に直して、その値が求められる。

$$\log_2 3 = \frac{\log 10^3}{\log 10^2} = \frac{0.4771}{0.3010} = 1.5850 \dots$$

5. 古代を測る (対数で年代を測る)

ある生物の化石の炭素 14 の量を調べたら、3 分の 1 に減っていた。この生物は何年前に生きていたか。

残存(数)割合

はじめの炭素 14 の量 : A (半減期は 5,730 年)

1 年につき p 倍の割合で減少する。

1 年後は $A \times p$ 、 x 年後の炭素 14 の量 $= Ap^x$ となる。

半減期が 5,730 年だから、 $A \times p^{5730} = A \times \frac{1}{2}$ となり、

$$p^{5730} = \frac{A}{A} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ よって } p = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5730}}$$

であるから x 年後は、 $p^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5730}}$ となる。

すなわち $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5730}} = \frac{1}{3}$ で、常用対数で表わすと、

$$\frac{x}{5,730} \log_{10} \frac{1}{2} = \log_{10} \frac{1}{3} \rightarrow \frac{x}{5,730} \log_{10} 2 = \log_{10} 3 \rightarrow \frac{x}{5,730} = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \rightarrow x = \frac{5,730 \times \log_{10} 3}{\log_{10} 2}$$

$(\log_{10} \frac{1}{2} = \log_{10} 2^{-1} = -\log_{10} 2 \text{ 両辺に } -1 \text{ をかける})$

$$x = 5,730 \times \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = 5,730 \times \frac{0.4771}{0.3010} = 9,082 \text{ 年となる。}$$

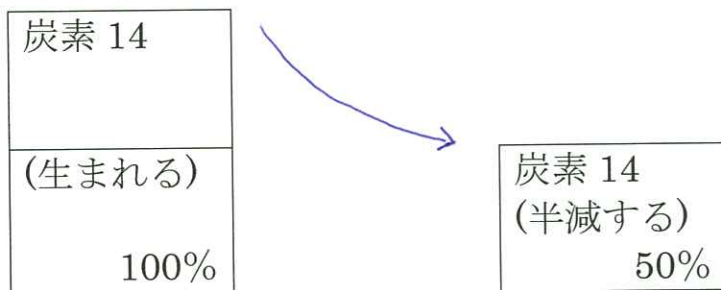
炭素 14 — 放射性炭素

(炭素 14 は生きもの)

電子を放出して炭素 14 に変わる

炭素 14 $\rightarrow$ 窒素 14

炭素 14 の数が半分になるまでの
期間(半減期)は 5,730 年



生物が死ぬと炭素
14 の崩壊が始まる

5,730 年かかる

半減期

炭素 14 の半減期

- (1) 炭素 14 は 放射性炭素ともいわれ、半減期は 5,730 年 である。
- (2) 大気中に含まれる炭素 14 の割合は一定であり、生きている生物も炭素 14 の割合は 大気中の割合と同じである。
- (3) 生物の死ぬと炭素 14 の供給がなくなり、崩壊だけが続くので、死んだ生物植物の炭素 14 の割合を調べると死んでからの年数から推定できる。

(問 1) ある木棺の炭素 14 の割合を調べたら、75% に減っていた。

このとき、この木棺の年代は _____ $t = \text{残存割合}$

炭素 14 が 1 年で t 倍 に減少するとして、

この木棺が x 年前のものだとすると、

$$t^x = 0.75 \quad \text{また} \quad t^{5730} = 0.5 \quad \rightarrow \log t = \frac{\log 0.5}{5730}$$

$$x \log t = \log 0.75 \quad \text{--- ①} \quad 5730 \log t = \log 0.5 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{① ② より} \quad x = \frac{\log 0.75}{\log t} = \frac{5730}{\log 0.5} \times \log 0.75$$

$$= \frac{5730 \times \log \frac{3}{4}}{\log \frac{1}{2}} = \frac{5730 (\log 3 - 2 \log 2)}{-\log 2} = 5730 \times 0.4150 = 2378 \text{ 年前}$$

6 酸性、アルカリ性

pHとは、水素イオン濃度 $[H^+]$ から $1 \sim 10^{-14}$ の

範囲をとる。

$$pH = -\log_{10} [H^+]$$

	酸性		中性	アルカリ性	
pH	0	4	7	10	14
$[H^+]$	1	10^{-4}	10^{-7}	10^{-10}	10^{-14}
$[OH^-]$	10^{-14}	10^{-10}	10^{-7}	10^{-4}	1

胃液 pH 2.0

血液 pH 7.35 ~ 7.45

海水 pH 9.0 ~ 10.0

pHと食品

肉、魚、牛乳、野菜

pH 4.6 ~ 8

酢、トマト

" 3.5 ~ 4.5

炭酸飲料、お酢

" 3.5 以下

野菜類などは、体内で燃焼して残った物質は

アルカリ性になるため、アルカリ性食品と呼ばれている

7 地震と対数の関係

アメリカの地震学者 G. W. S. F. リヒターが 1935 年に定義

エネルギー E ジュール
マグニチュード M として

E と M の関係 $\rightarrow \log_{10} E = 4.8 + 1.5M$

$$\rightarrow \text{つまり } E = \frac{10^{4.8+1.5M}}{\text{である}}$$

そこで、 M が 1 増えたときのエネルギーを E_1 とする。

$$E_1 = 10^{4.8+1.5(M+1)} = 10^{4.8+1.5M+1.5} = \frac{10^{4.8+1.5M}}{\times 10^{1.5}}$$

$$= 10^{1.5} E \quad \rightarrow \text{つまり } E_1 = 10^{1.5} E \text{ である。}$$

マグニチュードが 1 増えると エネルギーは $10^{1.5}$ 倍つまり 3.16 倍
になる。

$$\text{マグニチュードが 2 増えると } E_2 \text{ は } 10^{1.5} \times E_1 = 10^{1.5} \cdot 10^{1.5} E$$

$$= 10^3 E = 1000 E \text{ となり、1000 倍となる。各地での}$$

(エネルギーの大きさ)

巨大地震	マグニチュード 8 ~	ストラoup (M9.3)
大地震	" 7 ~ 8	関東大震災 (M7.9)
中々	" 5 ~ 7	新潟中越地震 (M6.8)
花火の炸弾	3 6.1	

(揺れの大きさ)
震度とはある地点での
揺れの程度

震度 3	棚のものが 落ち
" 5	家具が 倒れる
" 6	壁が 倒れる
" ~ 7	家屋が 倒壊