

第 6 回 SQC と会計

(資産の会計)



SQCは現物的 会計上事務的
部分的 経理的
行動的 非行動的

会計と経営のブラッシュアップ

平成27年 2月 2日

山内公認会計士事務所

SQCのレベルアップ ← (現物的) (各論)

(概論) (机上的) → 経理の現物化

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(財務会計論Ⅱ 佐藤信彦外著 H23年4月中央経済社発行)

(ゼミナール現代会計入門9 伊藤邦雄著 H24.3日本経済新聞社刊)(経理のTQC 金津孝著 1987.9日科技連刊)

(SQC教本 竹内義明著 2008.6日刊工業新聞社刊) 明日を支配するのPFDラガー上田孝生氏 1999.3ダイヤモンド社

I 貸借対照表の役割は何か？

(誰のために)

利害関係者に一定時点の財政状態を表示した一覧表である。

(1) 企業のすべての資産と負債を表示し、純資産を計算する。

(2) 資金の調達源泉と調達された資金の運用状態を表示する。

(3) 経営管理に役立てるべき経営資源を明確にする。

1. 貸借対照表は何を表示するのか

(何のために)

(1) 企業の財政状態の表示

リスク表示と評価

債務・義務の完全性

資 産	流 動 資 産		負 債	流 動 負 債		他人資本
				固 定 負 債		
	固 定 資 産	有形固定資産	純 資 産	株 主 資 本	資本金	自己資本
		無形固定資産			新株申込証拠金	
		投資その他の資産			資本剰余金	
	繰 延 資 産				利益剰余金	
					自己株式	
					自己株式申込証拠金	
		評価・換算差額等		※		
		新株予約権				

※その他の包括利益累積額

(2) 企業の資金調達と運用状態の表示

資金の運用状態
(借 方)

資金の調達源泉
(貸 方)

資 産(運用状態)

負 債(外部資金調達)

純資産(内部資金調達)

(B/S 等式) 資産 = 負債 + 純資産

(資本財としての
知識蓄積)

(3) 経営資源の明確化

本レジュメはブラッシュアップ日迄にホームページに up してあります

<http://yamauchi-cpa.net/index.html>



山内公認会計士事務所
yamauchi@cosmos.ne.jp

2. TQC の中心テーマ

それを最大限に活用して

- (1) 経営の中心テーマは、経営資源を明確にし、経済社会全般の多様化にどう対応するかということである。

(2) マーケティングの基礎の問題

/ 経理 / TQC

- (1) 活動面 営業活動の課題
(2) 経営管理の基礎面 人間関係と経理の課題
(3) 現物的観点の課題

(3) TQC の最重要テーマ

事務 現物

マーケティングの土台面である経理面に TQC がどのように働くかを考えること

↓

TQC が真の経営管理に役立つ
それが TQC の値打ち

経理、TQC は
マーケティングに役立つか

要は、“マーケティング、経理、TQC の関連付け”が可能

(4) 経済社会の特色（多様化時代）

① 倒産の多い場合

- | | | |
|------------------|-------------------|-----------|
| 中小企業 | 99.7% | 中小 !! |
| 卸小売業 | 50.0%以上 | 物販 !! |
| 創業 10 年以上 | 50%以上（米国では 18%程度） | それ、陳腐化 !! |
| （創業 3 年未満 15%程度） | | |
- 新製品、商品の導入、新市場への進出、業態の改革など経済社会の変化への対応が困難な時代

② 販売不振が不調の原因（マーケティングの問題が最大）

③ スピード化する経済社会、市民生活、消費者

④ 時代の変化、商品の多様化の現実

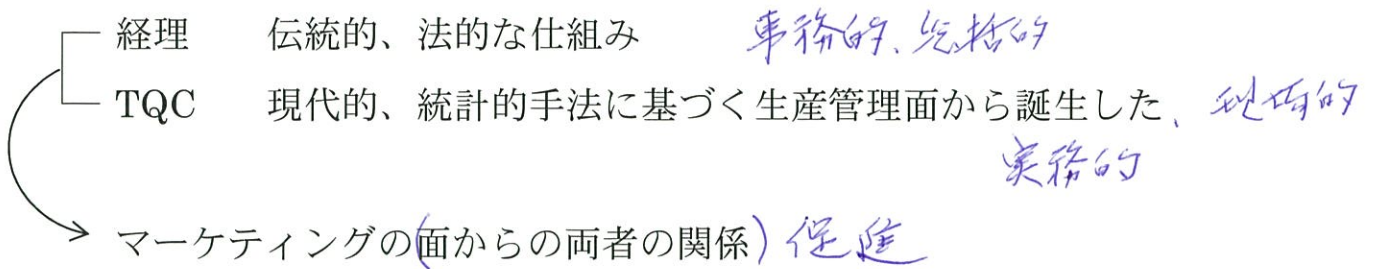
店頭販売 → 訪問販売 → 通信販売 → ネットへ インターネットからウェブへ
物品の販売 → サービスの販売へ

⑤ 新市場の開拓（自社技術の見直し）の必要性

⑥ 経営部門の刷新（金額から → 数量、品質、シェアへ）の必要性

事務、

3. 経理の立場



(1) 経理とは、

経営の記録管理 財産、物… *以上の計算、但し最高水準の確保を目指す*
 資金の調達、管理

(2) ゴーイングコンサーンの公準

(3) 企業は1年単位の損益というよりも常に年々発展し、継続するものでなければならない。 そのためには利益よりも発展の原動力となる人的資源の充実強化、社会的貢献、シェアや顧客の要望への満足、ニーズ対応が重点となる。

(4) 経営の中心テーマを把握すること
 それはマーケティングである。

各社とマーケティング活動

(5) 手法 (TQC 的に)

(イ) 経営目標をたてる : 利益計画、予算管理
 (ロ) 原価節減を図る : 原価管理、経費管理
 (ハ) 問題点の発見 : 経営分析など
 (ニ) 問題点の改善 : 改善活動

Plan *現代的にしている*
 Do
 Check *事務的やりとり*
 Action *双方の協力*

(6) 経営分析による真の問題点 — 在庫回転率

品揃えの拙さ
 陳列の不手さ
 従業員の教育不足…

ポイント
 物事の

TQCは最低限 以外の水準
 最低限 以外の水準
 (化境に)

作成日

作成者

トランプの必要性を示す SAC
知識習得への活用

4.

5.

TQCの定義

在庫管理、防

品質向上

(1) 1924年 ホーバート博士によって.

製品品質のバラツキを管理図法という統計的手段によって

製造工程の中で最小限に抑え込むことを行ってきた.

(オシカ大戦下の米国軍需品の規格に貢献
戦後の経済発展、後進に大きな貢献
戦後の経済危機脱出に)

生産性の排除

品質の不良対策、生産効率の向上という面から見てみる.

打撃、連貫図表法、系統図法の開発

(2) 生産性の向上

① 生産性の P-D-C-A

TQCに引き継がれる.



金額(金銭)の効率化

事務所から現場へ

金額を別の面から
考える.

② TQCの特色

金額に生命を与える

P-D-C-Aのどの段階においても

基準や方法に重点を置かれる

基準や方法
マニュアル化

いる

③ 要するに

7Vの7Pと統計的手段

SQCの必要性 - トラック -

作成日

作成者

5

6 TQCと経営との連携 (違う) (相違は)

TQCも経営は密着している。

但し 現場から

(1) 管理の着重点は

マネジメント化により 改善の差異をVLMUへ

(2) 統計的手法の活用

データによる差を把握。

(3) 統計図表化による共通の認識

(4) 統計学の活用

(5) トヨタ方式の徹底

(6) TQCの点と 経営の利益との点。

現場からの統計が強い
最初から統計的 徹底

(7) 経営の強みと (違う)

P-D-C-A の場合の「P」について

TQCのように「その実行方法」までは明確に示していない。

TQCでは「計画」の中に、数値による目標設定と共に
その目標達成のための方法の設定から「基本は必要」として
強調されている。

↑
経営の強みと
具体的な
図解・説明等。

経営者等、数値的目標設定

目標達成の徹底

TQCは徹底的に現場から

7 経理とTQCの関係

両者の相違

統合の必要性

経理
(概論)

法的な規制、
事務的な枠

作業のマンパワーの増加

> 自己流では行かない

マーケット感覚の不足

経理系
1人1人

TQC
(現物)

生産管理
統計的手法
工夫による改良

>

工夫、自由、改善

統計や推計の手法

理工系
代表者

机の上

現場

数値的な目標

現物の

数値的

パフォーマンスの排除

両者の共通点

厳しい数値的管理体制

経理の管理

厳しい差異分析や原因追求 (Step重視)

TQCの管理

Plan - Do - Check - Action (Step重視)
パフォーマンスの排除

管理会計の意義の経理 — TQC

TQC

フルタイム・パートの科学的管理法からの転写
現場での生産性向上

↓
短時間での生産性向上へ
パフォーマンス

労働の生産性

Management Challenges for the 21st Century
Peter F. Drucker

1. 20世紀の偉業

製造業における肉体労働者の生産性を 50倍に上げた
 生産者 → 生産設備 労働はコスト削減

2. 21世紀に期待される偉業

知識労働者の生産性を大幅に上げる
 生産者 → 知識労働者

3. テーラーの偉業

テーラーに長い歴史において、
 より多く生産する方法は、労働者自身からより激しく働き、
 より長く働くことと、公平であった。

テーラーは肉体労働者の生産性を50倍に引き上げた
 このテーラーの偉業は、20Cにおける経済と社会のすべり
 発展の基盤となった。

肉体労働の生産性の飛躍的向上により、先進国経済を築き上げた。

4. テラーの手法

- (1) まず、仕事を何の動作に分解する
- (2) 次に、それぞれの動作に要する時間を記録する
- (3) 次に、無駄な動作を採す
- (4) 次に、不可欠な動作を短い時間内、簡単に行之ようにする
- (5) 最後に、動作に必要な道具を揃える

テラーの手法は非常に簡単である。優れた方法では、1分以内である。

しかし、この手法を正確にするには、20年の歳月を要した。

(時間の管理)

タスク分析、タスク分解 → 科学的管理法 (Taylor's Scientific Management)

→ インターナル・エンジニアリング (米、日) → ファクトリーの組み立てライン

→ 合理化、フレイミング (米)

↓
品質管理サークル
カンパニイズム

5. 仕事を知識と適用した最初の人デュー

当中 — 単純な反復動作 — これを生産的に好む知識
未熟な若手で行う単純な動作化

テラーは、労働時間ではなく、その 生産量を報酬に加えて支払われるべきものとした

8. 経営管理とTQC (Plan)

概説から詳説の必要程

机上 " 現場 "

Plan

経 理

TQC

全般

経営計画 → 経理計画
生産計画



資金計画

投資計画

設備計画

経理計画、管理の中心

T (Total) QC

全社的

方針管理

団体帯中のいらつき排除のため

知識帯中の生産性向上へ

販売

販売計画の策定

自社と市場の状況把握

売上高の予測の基礎

商品別、売上部門

商品寿命の予測、季節変動

シェア、在庫管理

採利率の管理



今後の企業の方針

拡大、縮小、改善...

市場の動き (今-7)

団体帯中の管理回

水準の向上、1-2%向上



経理帯中の水準向上

経 理

X 対前年対比の売上目標
利益目標は7-X

T O C

← T O C の経差計画とは
全く違ったもの

70%をカバーしたい
真の計画ではない

概説を改める

具 体 的

70%をカバーしたい

経指を強化する

内体常中管理からの脱皮

70%をカバーしたい

3年計画の向上、
拡充、経指目標との統合

机上の空論を改める

現 場 的

一年計画を70%✓

組織的

統合的

目的の向上

内体常中から知識常中

1. 倉庫活動と品質管理

(1) 商品は常に買手要求に応えるものでなければならぬ



仕庫の尺度を品質とする

(2) 品質

価格にふさわしい機能、性能、構造、材料、耐久性等を反映。

品質の表は、次工程に対するサービスという品質である。

(3) 管理

管理とは改善であり、常に品質の維持を怠らない。

倉庫活動に悪い結果を生み出す要因を省くこと

(4) 事実に立脚

事実に基づいて判断し、それに基づいて行動すること

(5) 統計的手法

統計的手法で得られた結果は、ある精度確立を前提とした

ものであるため、それに基づく危険率の許容と、想定される結果への

対応という両者の必要である。

(6) 重点管理思考

(7) Loss Minimum 化指向

選択指向となる。

2. 代表的な統計的手法

(1) サンプリングと抜取検査法

(2) 要因結果を知るための組合せ条件の最適化
実験計画法

(3) 推定法

少ないサンプル数のデータで母集団の性質を推測する

(4) 検定法

母集団の平均値やバラツキの差異の検定をサンプルから得た正規分布、 t 分布、 χ^2 (カイ 2乗) 分布、 F 分布などの確率分布

(5) 分散分析、相関分析、回帰分析

バラツキの要因別の整理、比較

2. 開発 - 製造 - 販売 - サービスの流れ

(1) 新商品の開発

開発の計画

① 既存の製品の評価

② 変化への対応 - 市場調査

③ 新しい発想

(2) 資料調達、準備

調達の品名、計測機器の目録、受入検査基準の整備
外注の管理、

(3) 競争

(4) 販売、サービス

市場調査、需要予測

商品の取扱説明、サービスの標準

商品、サービスの管理

3. 品質管理の留意点 — 仕事のやり方.

(1) 開発期間内の経緯、変化への対応

(早期化)

(ナタ化)

(透明化)

○ 事業が成果をあげるためには、一つ一つの仕事を事業全体の目標にむけることが必要である。目標に向けた活動の必要性

○ 経営管理者を誤って方向づける三つの要因

- (1) 仕事の専門家
- (2) マネジメント構造の階層化
- (3) ものの見方や仕事の違い

} 仕事に焦点を充てなければ
いけない

○ 上司による間違った方向づけの解決

経営管理者や上司の目を、それぞれの上司にではなく、仕事及要求するものに向けさせる。全体の成功に焦点が合わされているか。

経営管理者の仕事は、企業の目標の達成に必要な課題によって規定され、仕事の目標によって方向づけされなければならない。

仕事の実体、目に見える貢献、評価測定、適正な権限

仕事は下から組み立てられる。設計、生産、販売、最も基本的な仕事を行うのは、第一線の現場管理者である。上位の経営管理者の仕事は派生的であり、第一線の現場管理者の仕事を助けるものに過ぎない。従って、あらゆる権限と責任は、第一線に集中させることが必要である。

○ 目標の統一ということが、組織には必要である。そして全体の成功に焦点を合わせる。

○ 事業の目標

実績と結果が事業の存続、発展に重大な影響を与える領域に対する的確な目標

- (1) 市場における地位 (2) 革新 (3) 生産性 (4) 財務管理 (5) 労働者の能力と育成 (6) 経営担当者の能力と育成 (7) 収益性 (8) 社会的責任

○ 専門化した仕事に潜む危険性

3人の石工の話、専門家の目標とすべきところ

専門的な技能の追求が、事業の目標をそらすものであってはいけない。

○ キャンペーンによるマネジメントは、効果がないだけでなく、人々を誤った方向に導く。他のあらゆることを犠牲にして、仕事の側面だけを強調する。これは誰かの「狼だ」という声だ。

労働の生産性

Management Challenges for the 21st Century
Peter F. Drucker

1. 20世紀の偉業

製造業における肉体労働の生産性を 50倍に上げた
生産 → 生産設備

2. 21世紀に期待される偉業

知識労働の生産性を大幅に上げる
生産 → 知識労働者

3. テーラーの偉業

テーラーに長い歴史において、

より多く生産する方法は、労働者自身からより激しく働き、
より長く働くことを公理であった。

テーラーは肉体労働者の生産性を 50倍に引き上げた

このテーラーの偉業から、20Cにおける経済と社会のすべり
発展の基盤となった。

肉体労働の生産性の飛躍的向上から、先進国経済を築き上げた

4. テラーの手法

- (1) 首先、仕事を1つの動作に分解する
- (2) 次に、それぞれの動作に要する時間を記録する
- (3) 次に、無駄な動作を除去する
- (4) 次に、不可欠な動作を短い時間で、簡単に済ませようとする
- (5) 最後に、動作に必要な道具を近づける

テラーの手法は簡単である。優れた方法では、1つにすぎない。

しかし、この手法を正確にするには、20年の歳月を要した。

(有名な経歴)

タスワル、タスワル → 科学管理技法 (Taylor's method, 1911年)

→ インタースタイル・インベントリー (米、日) → フォトの組み立てライン

→ 合理化、フジタ・メソッド (米)

↓
品質管理サークル
カンパニイ

5. 仕事に知識を適用した最初の人テラー

当中 — 単純な反復動作 — 21歳で生産的に仕事をする知識
未熟な若者が単純な動作

テラーは、その
常時時間よりも、
生産量よりも報酬が支払われるべきことを
示した

タイラーシステム

6. テーミンクの TQC

テーミンクの行ったことは、タイラーの仕事の分析とシステム化したこと。

新たなこととは、これに統計理論を導入したところ。

7. 第一次世界大戦の頃、このタイラーの科学的管理法の
ファクトの組み立てに関しては アメリカを変えた。

8. 第一次世界大戦の頃

ドイツ - 兵士の仕事の訓練、軍事訓練

ビオラは強力な 戦闘部隊を創り出した

アメリカ - 工場労働者の仕事の訓練

戦争の争うための工場生産能力

戦時と平時の 両方を教えることが。

9. 日本での経済発展は、

世界中のしあわせのほんおこても、
技術上のイノベーションによって実現されていた。



ところが第二次大戦後に 経済発展をとげた日本は、
技術革新イノベーションとして力をいれたかった。

現代例、アメリカが第二次大戦中に ティラーノ 手廻り
紡績機で 発展させた 絹織の手法を 導入した。

そして、繊維織り、いわば工業化前の 蚕糸力の 生産性、
（平均値）一歳に 1 匹 高めた。

そして、先進国並の 製品を、（平均値）生産し得る
水準の 1.5 倍 生産する 部門 となる

10. そして 先進国における中心経済 発展

日本や 韓国 国内の 繊維 生産 部門 同様に なく、
高度技術 部門 繊維 部門 生産 部門 同上

11. 知識労働の生産性向上

知識労働者が、労働人としての中核を占める。

知識労働の生産性を向上させるための条件は、

- (1) 企業の目的を考える
- (2) 生産性向上の責任を負い、自律性を持つ
- (3) 継続的なインプット・アウトプット
- (4) 学び、人に教える
- (5) 量よりも質の問題にありことの理解
- (6) 知識労働は 資本財であることの理解

上記の知識労働の生産性を 肉体労働と比較すると

	<u>肉体労働</u>	<u>知識労働</u>
企業の存在	利益 最良の基準	目的 企業の存在
企業の量	重要、量に取組	質の面から取組
重要事項	企業の方法	企業の目的 企業とは何か structure
企業のプログラム	structure	

12. 身体労働と知識労働

身体労働知識労働

生産性向上

定着率の向上

1914.1.1 78トニハ
日給80セキを1奉に外に上げた
採用と訓練の2つ領域
利益は倍増した。

仕事とは何か

技を以て持てはこころをこめ

あゝ大病院で

行う仕事の内容を明らかにする

その仕事に集中する

その他のことはなくして(す)

知識労働者自身で考える

そのために悩まなければならない

その期待されているもの

邪魔なことはする

仕事の目的は「患者の看護」

「患者の補助」

仕事を邪魔しているもの

「集書書き」「電報」「花火」

邪魔しているものを医療事業に与へ
させ、生産性を倍にあげる。

仕事の質

失敗を基準

同一

成功を基準

仕事の質の区別

労働者の寿命

コスト

減らさねばならぬ
技を以て持てはこころをこめ

資本財

生産財の存在

増やさねばならぬ

知識を以て持てはこころをこめ

11章 目標と自己管理

作成日

作成者

1. 企業はチームを「作り出す」、一人ひとりの人間の働きを統合させて
共同の働きをする
それによって一つの企業にすべきことと個人にすべきこと
2. マネジメントの目標は企業成功である
3. マネジメントを誤る3つの原因
 - (1) 仕事の専門化 事業の目標から外れる
 - (2) 組織の階層化 全力を出さねえ、仕事の要するものを決める
 - (3) 仕事の速さ
4. 指示命令だけでなく、自由な人間として行動させる
5. toward a common goal
without gaps, without frictions, without unnecessary
duplication of efforts.
6. Professional workmanship is also danger, it tends to
direct a man's vision and efforts away from the
goals of the business.

The first thing First

6-7

作成日

作成者

1. 成果をあげるための秘訣 — 1つ — 集中

1つに1つのことだけを行う

海苔巻の 乾杯の本販

人肉の本販

(理由) 貢献を行いたいから < 行いたいけど出来ない貢献 >

早くほど時間がない

早くほど多くの必要時間



1つは常に赤字である

2 成果をあげるためには、

継続的に努力が必要である — 時間の必要

1と2と3と

3 人の強味とは

重要な機会に集中すること

4 これは、ある、1つに1つ、よいことをすることである

これから集中が必要、人間は多様 — 1つに1つに集中が必要

First Thing First

作成日

作成者

Effective executives

1. If there is one "secret" of effectiveness, it is concentration. Effective executives do first thing and they do one thing at a time.
2. Yet to get even that half-day or those two weeks of really productive time requires self-discipline and iron determination to say "No".
3. This is the only way to get results.
4. 力を集中し続けるの唯一の方法は、他の何事にも手を出さず、
過去を捨てることである。

原文

孙子曰：凡先处战地而待敌者佚，后处战地而趋战者劳。故善战者，致人而不致于人。

能使敌人自至者，利之也；能使敌人不得至者，害之也。故敌佚能劳之、饱能饥之、安能动之者，出其所必趋也。行千里而不劳者，行于无人之地也；攻而必取者，攻其所不守也；守而必固者，守其所必攻也。

故善攻者，敌不知其所守；善守者，敌不知其所攻。微乎微乎，至于无形；神乎神乎，至于无声，故能为敌之司命。进而不可御者，冲其虚也；退而不可追者，速而不可及也。故我欲战，敌虽高垒深沟，不得不与我战者，攻其所必救也；我不欲战，画地而守之，敌不得与我战者，乖其所之也。

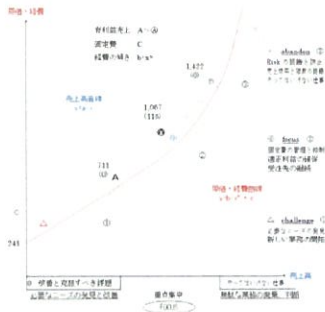
故形人而我无形，则我专而敌分；我专为一，敌分为十，是以十攻其一也，则我众而敌寡。能以众击寡者，则吾之所与战者，约矣。吾所与战之地不可知，不可知，则敌所备者多，敌所备者多，则吾所与战者寡矣。故备前则后寡，备后则前寡，备左则右寡，备右则左寡；无所不备，则无所不寡。寡者，备人者也；众者，使人备己者也。

故知战之地，知战之日，则可千里而战。不知战地，不知战日，则左不能救右，右不能救左，前不能救后，后不能救前，而况远者数十里，近者数里乎？以吾度之，越人之兵虽多，亦奚益于胜哉？故曰：胜可为也。敌虽众，可使无斗。

故策之而知得失之计，作之而知动静之理，形之而知死生之地，角之而知有余不足之处。故形兵之极，至于无形；无形，则深间不能窥，智者不能谋。因形而措胜于众，众不能知；人皆知我所胜之形，而莫知吾所以制胜之形。故其战胜不复，而应形于无穷。

夫兵形象水，水之行，避高而趋下；兵之胜，避实而击虚。水因地而制行，兵因敌而制胜。故兵无成势，无恒形。能因敌变化而取胜者，谓之神。

故五行无常胜，四时无常位，日有短长，月有死生。



指数・対数

会計と経営のブラッシュアップ
平成 27 年 2 月 2 日
山内公認会計士事務所

次の図書を参考にさせていただきました。

(ゼロからわかる指数・対数 2007.12 深川和久著 ベレ出版刊)

(図解雑学指数・対数 2013.5 佐藤敏明著 ナツメ社刊)

I. 指 数

1. 指数とは、いくつかかけ算されているかということ

つまり、大きな数、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ を 2^5 と書き、2 の 5 乗という累乗のこと。

大きな数を表すことに適している。

- (1) 世の中は、かけ算的（指数的、曲線、複利）に従う傾向にあり、人はそれを足し算的（直線）に理解しようとする傾向がある。

（例）かけ算、指数

国や経済の伸び — 対前年比〇%

預金やローンの利息 — 金利の計算

指数とは — かけ算のくり返し

現象は複雑いっても 大抵かけ算で理解したい

従って世の中は指数的に変化する傾向にある（激しい変化の世界）
しかし、人は足し算的にものを見ようとする（静かな変化の世界）

世の中はかけ算的・指数的（変化・変動）であるのに、人は足し算的（静止的固定的）に勘違いしている。この面において世の中は複雑である。

そして、この指数の逆が対数（単純化）である。

対数（大量、複雑）は複雑なものを単純にしようとする。

そして人の五感はことごとく対数的である。しかし、現実には指数的

人の記憶や歴史も対数と深く関係している。だから、過去は対数的

歴史上の出来事は、1 年を 1 とすると、10 年は 2、100 年は 3、1000 年は 4・・・という並び方になるかもしれない。（記憶の量）

過去は合計の形でインパクトを報告や後述している。
(内訳、数量)

戦後の歴史

振り返ると対数的スケール (現在は指数スケールでも)

S20 (1945)	S25 (1950)	S30 (1955)	S35 (1960)	S40 (1965)	S47 (1972)
終戦 財閥解体	朝鮮特需 第1回ブーム	TV もはや戦後ではない	所得倍増計画 東京タワー	東京オリンピック 東京-名古屋新幹線	本エ後帰 沖縄返還
(4. 疎開)	(9. 小学)	(13. 中学)	(18. 高卒)	(23. 社会)	(30. 会社)

2. 指数の法則

(1) かけ算がたし算に変わる

$$10^2 \times 10^3 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^{2+3} = 10^5$$

$$10^8 \times 10^4 = 1 \text{ 億} \times 1 \text{ 万} = 1 \text{ 兆}$$

$$= 10^{8+4} = 10^{12}$$

指数のかけ算は、底が同じならば指数のたし算となる。

(2) 累乗はかけ算に変わる

$$(2^3)^4 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3}$$

$$= 2^{3 \times 4}$$

2 の 3 乗の 4 乗は、2 の 3×4 乗となる。つまり、指数の指数は、指数のかけ算になる。

(3)

指数法則

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = (a^m)^n = a^{nm}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$a^0 = 1$$

ただし $a, m, n > 0$

3. 小さい数を表す指数

① 2^0 は、

$a=2$ 、 $b=3$ 、 $m=3$ 、 $n=0$ とすると

指数法則① $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$$2^3 \times 2^0 = 2^3 \times 1 = 2^{3+0} = 2^3 = 8$$

指数法則② $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$(2^3)^0 = 8^0 = 2^{3 \times 0} = 2^0 \cdots 1 \text{ となる}$$

指数法則③ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

$$(2 \times 3)^0 = 6^0 = 2^0 \times 3^0 = 1 \times 1 \cdots 1 \text{ となる}$$

② 0 乗とは、

$2^0=1$ となる理由

$$2^3=8$$

$$\times \frac{1}{2} = 2^2 = 4$$

$$\times \frac{1}{2} = 2^1 = 2$$

$$\times \frac{1}{2} = 2^0 = 1$$

$0 \text{ でない数 } a \text{ に対して}$ $a^0 = 1$

③ マイナス乗とは、

$2^{-n} = \frac{1}{2^n}$ となる理由

$$2^2 = 4$$

$$\times \frac{1}{2} \quad 2^1 = 2$$

$$\times \frac{1}{2} \quad 2^0 = 1$$

$$\times \frac{1}{2} \quad 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\times \frac{1}{2} \quad 2^{-2} = \frac{1}{4}$$

$0 \text{ でない数 } a、\text{自然数 } n \text{ に対して}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
--

$$a^m a^n = a^{n+m}$$

$$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a^1 = a$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

4. 分乗数

$a^{\frac{m}{n}}$ を n 乗したら a^m になる数

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\left[a^{\frac{m}{n}}\right]^n = a^m$$

5. 数 列

ある規則にしたがって並んだ数の列。

① 等比数列の第 x 項 $am=a^{5-1}$

最初の日に 1 円、2 日目に 2 円、3 日目に 4 円・・・
 というように、前の日の倍という倍々で増える。

つまり、前の項に同じ数をかけて得られる数列。

a 、 ar 、 $ar \times r$ 、 $ar \times r \times r$ ・・・

a 、 ar 、 ar^2 、 ar^3 、・・・ ar^{n-1} 、・・・

すなわち、等比数列は、指数が増えていく数の列である。

さて、30 日目の金額は、 $a^{30-1} = a^{29} = 536,870,912$ 円
 5 億 3 千 6 百 8 十 7 万 912 円となる。

2日目は $a^{2-1} = a^1 = 2$

初項 a 、公比 r の等比数列の第 n 項・・・ $a_n = ar^{n-1}$

② 等比数列の和

そして、30 日目の累計は、
 10 億 7 千 3 百 74 万 1 千 823 円である。

等比数列の和(累計)を S_n とすると(初項 a 、公比 r の第 n 項

$$S_n = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \quad \text{--- ①}$$

①の両辺に公比 r を乗ずる

$$rS_n = ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + ar^n \quad \text{--- ②}$$

②-①は

$$rS_n - S_n = S_n(r - 1) = ar^n - a$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

等比数列の和

初項から第 n 項までの和 S_n

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

5頁. 積を全との
総和性

③ 等差数列と等比数列

1 から n までの累計は等差数列

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n \quad \text{①}$$

更にもう一つの S

$$S = n + (n-1) + \cdots + 2 + 1 \quad \text{②}$$

②+①は

$$S + S = 2S = (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) = n(n+1)$$

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

単利法は等差数列

毎年の利息を元本のみに乗じて計算する。

元利合計＝元本＋ n 年の利息（元本× n × r ）

元本 a 、利率 r 、期間 n の元利合計は、

$$a(1+nr) \text{ 円}$$

複利法は等比数列

元本 a 、利率 r 、期間 n の元利合計は、

$$a(1+r)^n \text{ 円}$$

積立預金も等比数列

毎月 a 円を預金、利率 r 、 n ヶ月後の元利合計

$$a(1+r) \{ (1+r)^n - 1 \} \div r$$

毎月 165,000 円を月利率 0.1% で 60 ヶ月積立てる

$$x = 165,000(1+0.001) \times \{ (1+0.001)^{60} - 1 \} \div 0.001 = 10,207,975 \text{ 円}$$

ローンの月々の返済額

月利率 r で、 a 円借り、 n ヶ月で完済するための月々返済する金額

x 円は、

$$x = ar(1+r)^n \div \{ (1+r)^n - 1 \}$$

月利率 0.1%

借入金 9,900,000 円

60 ヶ月返済 月 170,082 円

$$y = 9,900,000 \times 0.001 \times (1+0.001)^{60} \div (1+0.001)^{60} - 1 \\ = 170,082 \text{ 円}$$

$$170,082 \times 60 = 10,204,917$$

元金 9,900,000

利息 304,917

等比数列、30 日目の金額は？

初項が a 、公比が r である等比数列、 n 日目の数は、
 a 、 ar 、 ar^2 、 ar^3 ... a^{n-1} ...

$$a_n = ar^{n-1}$$

30 日目の金額は、 $a_{30} = a^{29} = 536,870,912$

数 列：ある規則に従って並んだ数の列

等比数列：前の数に同じ数をかけて得られる数列

等比数列の和

初項 a 、公比 r の等比数列の n 時点の和 S

$$\text{上記②} - \text{①} = \text{②} - \text{①} = (r-1)S_n = -a + ar^n$$

$$r \neq 1 \text{ のとき、 } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$r = 1 \text{ のとき、 } S_n = a + a + \cdots \cdots a + a = na$$

30 日目の累計は、

$$S_{30} = \frac{1(2^{30} - 1)}{2 - 1} = \frac{1(1 - 2^{30})}{1 - 2} = 1,073,741,823$$

毎月一定額を複利で積立てて、元利合計はいくらになるか？

毎月 1 万円ずつ積立てて、月利 0.5% の複利で、12 カ月後には、

$a=10,000$ 円

$r=0.5\%(0.005)$

$n=12$ ケ月

4~5 頁との整合性

$$\begin{aligned} \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} &= \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r} \\ &= \frac{10,000 \times 1.005 \times (1.005^{12} - 1)}{0.005} = 123,972 \text{ 円} \end{aligned}$$

最初 a (最初日の預金 a)

1 ケ月後 $a(1 \text{ ケ月目の入金}) + (a + ar) = a + a(1 + r)$ (10,050)

2 ケ月後 $a + a(1 + r) + a(1 + r)^2$ (20,150)

3 ケ月後 $a + a(1 + r) + a(1 + r)^2 + a(1 + r)^3$

⋮ ⋮ ⋮

n ケ月後 (123,972)

最後 a (最後日の預金は不要)

(最初日の a は最後日の Δa と相殺して)

$$\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$a(1+r) + a(1+r)^2 + \cdots + a(1+r)^n$$

これは、初項 $a(1+r)$ 、公比 $(1+r)$ の等比数列の和であるから

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ に代入して}$$

$$\frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{a(1+r)\{(1+r)^n - 1\}}{r} \text{ 円となり}$$

毎月 a 円を預金、利率 r 、 n ヶ月後の元利合計は、
 積立預金： $a(1+r)\{(1+r)^n - 1\} \div r$ 円

エクセルによる元利返済計画

(H26.07.06)

【借入金1】 元利均等返済

借入額 200,000,000 円

利率 1.650 % 金利1(1～3年目)

利率 1.650 % 金利2(4～5年目)

利率 1.650 % 金利3(6～20年目)

期間 20 年

年	返済額	利息	元金	残高
1ヶ月目	978,950	275,000	703,950	199,296,050
2ヶ月目	978,950	274,032	704,918	198,591,133
3ヶ月目	978,950	273,063	705,887	197,885,246
4ヶ月目	978,950	272,092	706,858	197,178,388
5ヶ月目	978,950	271,120	707,829	196,470,559
6ヶ月目	978,950	270,147	708,803	195,761,756
7ヶ月目	978,950	269,172	709,777	195,051,978
8ヶ月目	978,950	268,196	710,753	194,341,225
9ヶ月目	978,950	267,219	711,731	193,629,495
10ヶ月目	978,950	266,241	712,709	192,916,785
11ヶ月目	978,950	265,261	713,689	192,203,096
12ヶ月目	978,950	264,279	714,671	191,488,426
1	11,747,397	3,235,823	8,511,574	191,488,426
2	11,747,397	3,094,315	8,653,082	182,835,343
3	11,747,397	2,950,454	8,796,943	174,038,401
4	11,747,397	2,804,202	8,943,195	165,095,206
5	11,747,397	2,655,518	9,091,879	156,003,327
6	11,747,397	2,504,363	9,243,035	146,760,292
7	11,747,397	2,350,694	9,396,703	137,363,589
8	11,747,397	2,194,470	9,552,927	127,810,662
9	11,747,397	2,035,649	9,711,748	118,098,914
10	11,747,397	1,874,188	9,873,209	108,225,705
11	11,747,397	1,710,043	10,037,355	98,188,351
12	11,747,397	1,543,168	10,204,229	87,984,122
13	11,747,397	1,373,519	10,373,878	77,610,244
14	11,747,397	1,201,050	10,546,347	67,063,896
15	11,747,397	1,025,713	10,721,684	56,342,212
16	11,747,397	847,461	10,899,936	45,442,276
17	11,747,397	666,246	11,081,151	34,361,125
18	11,747,397	482,018	11,265,379	23,095,745
19	11,747,397	294,727	11,452,670	11,643,075
20	11,747,397	104,322	11,643,075	0

ローン返済計画

自動車を買うために、銀行から 100 万円を借り、月利 2% の複利で 30 ヶ月で完済する。毎月の元利返済はいくらか。

$a = 100$ 万円

$r = 2\% (0.02)$

$n = 30$ ヶ月

(1) 月利率 r で a 円借り、 n ヶ月で返済すると、 $a(1+r)^n$ 円となる。

(2) 月々の元利の返済は、

はじめ 0 円

1 ヶ月後 x 円

2 ヶ月後 $x + (x + xr) = x + x(1+r)$ 円

3 ヶ月後 $x + x(1+r) + x(1+r)^2$ 円

⋮

n ヶ月後 $x + x(1+r) + x(1+r)^2 + \cdots + x(1+r)^{n-1}$ 円
 $= \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{(1+r) - 1} = \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r}$ 円

(3) (1) と (2) が等しい x は

$$(2) \frac{x\{(1+r)^n - 1\}}{r} = (1)a(1+r)^n$$

よって、 $ar(1+r)^n \div \{(1+r)^n - 1\}$

$$x = \frac{1,000,000 \times 0.02 \times (1 + 0.02)^{30}}{(1 + 0.02)^{30} - 1} = \frac{20,000 \times 1.8114}{0.8114}$$

$= 44,649$ 円

月々の返済は 44,649 円となる。

ローン返済：利率 r で a 円を借り、 n 回で返済するために月々返済する額は、

$$ar(1+r)^n \div \{(1+r)^n - 1\} \text{円}$$

7頁の計算

$$200,000,000 \times (1 + 0.0165/12)^{20 \times 12} \times (1 + 0.0165/12)$$

$$\frac{1}{12} \left((1 + 0.0165/12)^{20 \times 12} - 1 \right) = 978,949.762 = 978,950$$

平均法による方法

6. 指数関数 $y = a^x$

(1) $a > 0$ ならば、

$$a^{1.5} = a^{\frac{3}{2}} \cdots \cdots a \text{ の } 3 \text{ 乗の } 2 \text{ 乗根}$$

$$a^{2.3} \cdots \cdots a \text{ の } 23 \text{ 乗の } 10 \text{ 乗根} \quad a^{\frac{23}{10}}$$

(2) 指数関数は、 x が大きくなると、あっという間にグラフ用紙からはみ出するか、値がゼロになってしまう。このように x の範囲によって y が急激に変化するのが指数関数の特徴で、それゆえに対数という考え方が生まれたということが出来る。

(3) 指数関数 $y = a^x$ には特別な地位を持つ 2 つの数がある。1 つは 10、もう 1 つは定数 e (ネイピア数)
あらゆる $y = a^x$ は、 $a = e^m$ と置いて $y = e^{mx}$ とする。

(4) ネイピア数 e

$$\frac{d}{dx}(a^x) = k a^x$$

k a によって決まる定数

つまり、指数関数の微分 (増加率) は常に関数の値に比例する。

a	k
1	0
2	0.6931...
2.5	0.9162...
2.718281828	1
$\rightarrow 2.65329/3$	1.0986...

e は $(1+n)^{\frac{1}{n}}$ という式で
 n をどんどん大きく近づけて極限の値

$$(1 + 0.05)^{\frac{1}{0.05}} = 2.65329$$

a の 2.5 と 3 との間に $k=1$ となる a が想像される。これを計算すると $a=2.71828\cdots$ となり、これを ネイピア数 と名付けられた。
 自然対数の底 e と呼ばれる。

$$y = 10^x$$

$$x = \log_{10} y$$

7. 指数法則 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ は、

数のかけ算が指数のたし算になっている。

このことを使って、かけ算をたし算に直して計算することを考える。

たとえば $19,683 \times 243$ は、 $19,683 = 3^9$ 、 $243 = 3^5$ 、 $3^{14} = 4,782,969$ であるから、 $14 = \log_3 4,782,969$ と書く。

$$c = \log_3 b$$

において、 $b = 4,782,969$ が分かっているとして c を求める。

即ち $3^c = 4,782,969$ の c を求める。

即ち対数とは、指数が解らない時に指数を導く計算である。

$\log$ c
対数は 1594 年ごろスコットランドのネイピアが考えた。

$\log$ もネイピアが考えた記号で logarithan (比例する数) という意味である。当時は、ドイツのケプラーやイタリアのガリレオなどの天文学の研究が盛んになった時代で、非常に大きな数の計算を効率よく、短時間で計算する必要がある、フランスの天文学者ラプラスが「対数が天文学者の生命を 2 倍にした」と賛美した。

$$y = \log_a M$$

M は a の何乗 (y) か

$$M = a^y$$

8. $\log_2 3^4 = 4 \log_2 3$ が成り立つことの説明

$$\log_2 3 = p \rightarrow 2^p = 3 \rightarrow \text{両辺を 4 乗}$$

$$\rightarrow (2^p)^4 = 3^4 \rightarrow \text{対辺の形で} \rightarrow \log_2 3^4 = 4p$$

$$\rightarrow p = \log_2 3 \text{ を代入して} \rightarrow \log_2 3^4 = 4 \log_2 3$$

$$\text{すなわち } \log_a x^n = n \log_a x$$

$$\text{また } \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

Ⅱ. 対 数

1. 対数とは、かけ算をたし算にする計算

ある数 M に対して $M=2^X$ となる実数 X を求める。

今までは、 X が与えられていて 2^X を計算したが、今後は M から $M=2^X$ となる X を求める。

この X を $\log_2 M$ で求める。

この $X=\log_2 M$ と書き、2 を底といい、 $\log_2 M$ を 2 を底とする M と言い、 X の対数という。

$$(1) 2^x = 2 \rightarrow x = 1$$

$$2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$3 = \log_2 8$ と表す

$$x = \log_2 8 = \frac{\log 8}{\log 2}$$

それでは $2^x = 6 \rightarrow X = ?$ ということを、

$x = \log_2 6$ と表す

対数とは指数の値を
求めること

$$a^c = b \leftrightarrow c = \log_a b$$

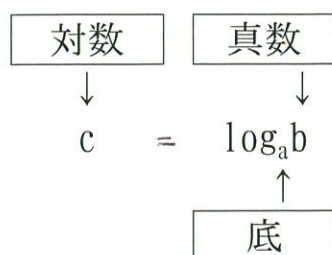
① c はかけ算

$$a \times a \times a \times \dots$$

② $\log_a b$ はたし算

c の数、ベキ乗（指数）の数を算出する

(2) 対数、真数、底の位置関係



(3) 対数の定義

対数は、一言でいえば指数関数の逆関数である。

$y = \log_a x \cdots$ 意味は $a^y = x$ となる y をさがせということである

常用対数 10 を底とする対数

$$\log 1 \rightarrow 10^0 \quad 0 \quad y=0$$

$$\log 10 \rightarrow 10^1 \quad 1 \quad y=1$$

$$\log 100 \rightarrow 10^2 \quad 2 \quad y=2$$

常用対数とは、ある数 x は 10 の何乗か？を求めているものである。

自然対数 e を底とする対数

(4) 対数とは何か

- ① かけ算的（指数）をたし算的にする
- ② 世の中は指数的にできている $\rightarrow$ 複雑
- ③ 複雑なものをより単純なものにする
- ④ かけ算をたし算で済ませたい

(5) 指数法則と対数法則

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

常用対数で... $\log (a \times b)^n = n \log (a \times b) = n (\log a + \log b)$

(6) 光の量と等級の関係

1 等星の光の量が 6 等星の光の量の約 100 倍であるとする $r^5 = 100$ となる。即ち $r = 100^{\frac{1}{5}}$ である。

n 等星の光の量が 6 等星の光の量の N 倍だとすると、

$$r^{6-n} = N, \text{ つまり、} 100^{\frac{6-n}{5}} = N$$

$$\text{これより、} \log 100^{\frac{6-n}{5}} = \log N, \quad \frac{6-n}{5} \log 100 = \log N$$

$$\frac{2(6-n)}{5} = \log N, \quad n = 6 - 2.5 \log N$$

という関係式が成り立つ。

$$6-n = \frac{5}{2} \log N,$$

2. 対数の公式

かけ算的な性質をたし算的に変える。

指数はかけ算（べき乗）的であるが、

$10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$

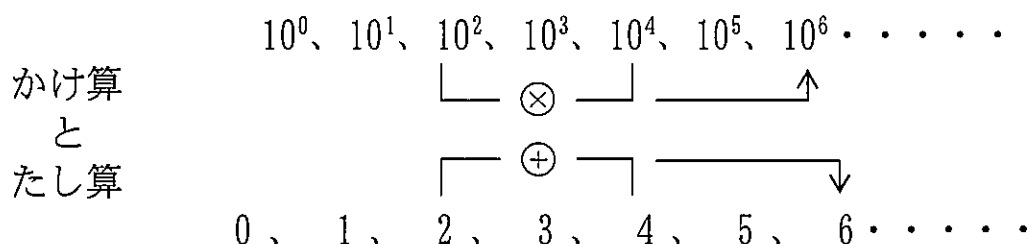
対数の部分は $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ と足し算的に増えている。

指数は、「 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 」という簡単な数に

「 $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$ 」という大きな数を対応させる。

対数は、「 $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, \dots$ 」という大きな数に、

「 $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 」という簡単な数を対応させる。



① $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

$MN = (a^m \times a^n = a^{m+n})$, $\log_a MN = m+n = \log_a M + \log_a N$
 かけ算をたし算で済ませるありがたい公式

② $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

③ $\log_a M^n = n \log_a M$

$(a^m \div a^n = a^{m-n})$

わり算をひき算で済ませるありがたい公式

対数法則

$$\log_a AB = \log_a A + \log_a B$$

$$\log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$$

$$\log_a A^n = n \log_a A$$

$$\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

ただし $a > 0, a \neq 1$

$A, B > 0$

3. 10 を底とする常用対数

ブリックスがネイピアの賛同を得て発明した[↑]底が 10 の対数を常用対数という。

261 の常用対数は、

$261 = 2.61 \times 10^2$ となるから

$$\log_{10} 261 = \log_{10} (2.61 \times 10^2) = 2 + \log_{10} 2.61$$

$$(\log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2 \times 1 = 2)$$

そこで $\log_{10} 2.61$ の値が解れば、 $\log 261$ が決まる。

$$\underline{2} + \underline{\log_{10} 2.61} = 2 + 0.4166 = 2.4166$$

指標 仮数

また $261 \div 10^{2.4166}$

ある数 N は、 $N = a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, n は整数)

と書けるから、その常用対数は

$$\log_{10} N = \log_{10} (a \times 10^n) = n + \log_{10} a$$

(a は $\log_{10} a$, $0 \leq a < 1$)

この時 n を指標、 a を仮数という。

261×973 をたし算で計算

$$261 \rightarrow 2.61 \times 10^2 \quad \log_{10} 2.61 + 2 = 0.4166 + 2$$

$$973 \rightarrow 9.73 \times 10^2 \quad \log_{10} 9.73 + 2 = 0.9881 + 2$$

$$\text{計} \quad \quad \quad 0.4047 + 5$$

$$\therefore 10^{0.4047} = 2.54 \text{ (a)}$$

$$10^5 \text{ (b)}$$

$$(a) \times (b) = 2.54 \times 10^5 = 254,000$$

$$10^c = 4,782,969$$

$$c = \log 4,782,969$$

$$= \log 4.782969 \times 10^6$$

$$= \log 4.782969 + 6$$

$$= 6.67970$$

$$10^c = 500$$

$$c = \log 500 = \log 5 \times 10^2$$

$$\log 5 + 2 = 2.69897$$

$$10^c = 10^{2.69897} = 500$$

基本公式 (1)	$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
----------	-----------------------------------

$$\log_{10} 10^2 = 2 \times \log_{10} 10 = 2 \times 1 = 2$$

$$\log_{10} 10 = 1$$

$$10^1 = 10 \quad \log_{10} 10 = 1$$

$$\log_{10} a + \log_{10} 10^n = \log_{10} a + n \log_{10} 10 = \log_{10} a + n$$

$$\log_{10} N = \log_{10} (a \times 10^n)$$

$$= \log_{10} a + \log_{10} 10^n$$

$$= \log_{10} a + n \log_{10} 10$$

$$= \log_{10} a + n$$

8,720 ÷ 57 を常用対数で行う

$$\begin{array}{rclclcl}
 8,720 & \rightarrow & 8.72 \times 10^3 & \rightarrow & \log_{10} 8.72 + \log_{10} 10^3 & \rightarrow & 0.9405 + 3 \\
 \div) \quad 57 & \rightarrow & 5.7 \times 10 & \rightarrow & \log 5.7 + \log 10 & \rightarrow & -) \quad 0.7559 + 1 \\
 & & & & & & \hline
 & & & & & & 0.1846 + 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl}
 153 & \leftarrow & \left[\begin{array}{l} 1.53 \\ \otimes \\ 10^2 \end{array} \right. & \leftarrow & \begin{array}{l} \log_{10} 0.1846 \\ \log 10^2 \end{array} & \leftarrow & \begin{array}{l} 0.1846 + 2 \\ 2 \end{array}
 \end{array}$$

基本公式(2)	$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
---------	--

$\sqrt[3]{12.4}$ 累乗根をかけ算に変換

$$\begin{aligned}
 \sqrt[3]{12.4} &= (1.24 \times 10)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{1}{3} \times (\log 1.24 + \log_{10} 10) \\
 &\rightarrow \frac{1}{3} (0.0934 + 1) \rightarrow 0.36446 \\
 &\rightarrow 10^{0.36446} \rightarrow 2.31
 \end{aligned}$$

基本公式(3)	$\log_a M^k = k \log_a M$
---------	---------------------------

4. 底の変換公式

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (a > 0, b > 0, c > 0, a \neq 1, c \neq 1)$$

$$\text{即ち } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log_d b}{\log_d a} = \dots$$

何故なら、 $\log_a b = x$ とおくと、 $b = a^x$ である。

この両辺を、 c を底にした対数で表わすと、

$\log_c b = \log_c a^x$ であるから、 $\log_c b = x \log_c a$ となる。

そこで、両辺を $\log_c a$ でわると

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = x \text{ となり、 } \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \text{ が成り立つ}$$

$$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{x \log_c a}{\log_c a}$$

この式を使えば、どんな対数でも常用対数に直して、その値が求められる。

$$\log_2 3 = \frac{\log 10^3}{\log 10^2} = \frac{0.4771}{0.3010} = 1.5850 \dots$$

5. 古代を測る（対数で年代を測る）

ある生物の化石の炭素 14 の量を調べたら、3 分の 1 に減っていた。この生物は何年前に生きていたか。

残存割合

はじめの炭素 14 の量：A（半減期は 5,730 年）

1 年につき p 倍の割合で減少する。

1 年後は $A \times p$ 、 x 年後の炭素 14 の量 $= Ap^x$ となる。

半減期が 5,730 年だから、 $A \times p^{5730} = A \times \frac{1}{2}$ となり、

$$p^{5730} = \frac{A}{A} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ よって } p = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{5730}}$$

すなわち $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5730}} = \frac{1}{3}$ で、常用対数で表わすと、

$$\frac{x}{5,730} \log_{10} \frac{1}{2} = \log_{10} \frac{1}{3} \rightarrow \frac{x}{5,730} \log_{10} 2 = \log_{10} 3 \rightarrow \frac{x}{5,730} = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \frac{0.4771}{0.3010}$$

$(\log_{10} \frac{1}{2} = \log_{10} 2^{-1} = -\log_{10} 2 \text{ 両辺に } -1 \text{ をかける})$

$$x = 5,730 \times \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = 5,730 \times \frac{0.4771}{0.3010} = 9,082 \text{ 年となる。}$$

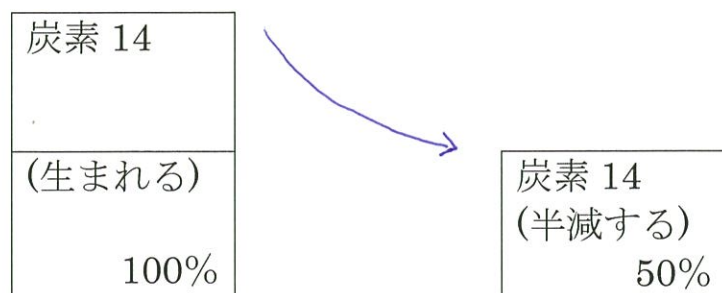
炭素 14 — 放射性炭素

(炭素 14 は生きもの)

電子を放出して炭素 14 に変わる

炭素 14 → 窒素 14

炭素 14 の数が半分になるまでの
期間(半減期)は 5,730 年



生物が死ぬと炭素
14 の崩壊が始まる

5,730 年かかる

半減期

炭素 14 の半減期

- (1) 炭素 14 は 放射性炭素ともいわれ、半減期は 5,730 年 である。
- (2) 大気中に含まれる炭素 14 の割合は一定であり、生きている生物も炭素 14 の割合は 大気中の割合と同じである。
- (3) 生物が死ぬと炭素 14 の供給がなくなり、崩壊だけが続くので、死んだ植物の炭素 14 の割合を調べると死んでからの年数から推定できる。

(問 1) ある木棺の炭素 14 の割合を調べたら、75% に減っていた。
 このとき、この木棺の年代は _____ ト = 残存割合

炭素 14 が 1 年で (ト) 割合 に減少するとして、

この木棺が x 年前のものだとすると、

$$r^x = 0.75 \quad \text{また} \quad r^{5730} = 0.5 \quad \rightarrow \log r = \frac{\log 0.5}{5730}$$

$$x \log r = \log 0.75 \quad \text{--- ①} \quad 5730 \log r = \log 0.5 \quad \text{--- ②}$$

$$\text{① ② より} \quad x = \frac{\log 0.75}{\log r} = \frac{5730}{\log 0.5} \times \log 0.75$$

$$= \frac{5730 \times \log \frac{3}{4}}{\log \frac{1}{2}} = \frac{5730 (\log 3 - 2 \log 2)}{-\log 2} = 5730 \times 0.4150 = 2378 \text{ 年前}$$

6 酸性、アルカリ性

pHとは、水素イオン濃度 $[H^+]$ の $1 \sim 10^{-14}$ の

対数をとる、

$$pH = -\log_{10} [H^+]$$

	<u>酸性</u>		<u>中性</u>	<u>アルカリ性</u>	
pH	0	4	7	10	14
$[H^+]$	1	10^{-4}	10^{-7}	10^{-10}	10^{-14}
$[OH^-]$	10^{-14}	10^{-10}	10^{-7}	10^{-4}	1
<u>胃液 pH 2.0</u>		<u>血液 pH 7.35 ~ 7.45</u>		<u>尿 pH 9.0 ~ 10.0</u>	

pHと食品

肉、魚、牛乳、野菜 pH 4.6 ~ 8

酢、トマト " 3.5 ~ 4.5

炭酸飲料、お酢 " 3.5 以下

野菜類は心臓、体内の燃焼に 残った物質の
アルカリ性になるため、アルカリ性食品を食べる

7 地震と対数の関係

アメリカの地震学者 ハーリス・F・リヒターが1935年に定義

エネルギー E ジュール
マグニチュード M として

$$E \text{ と } M \text{ の関係} \rightarrow \log_{10} E = 4.8 + 1.5M$$

$$\rightarrow \text{つまり } E = \frac{10^{4.8+1.5M}}{\text{である}}$$

そこで、 M が1増えたときのエネルギーを E_1 とすると、

$$\begin{aligned} E_1 &= 10^{4.8+1.5(M+1)} = 10^{4.8+1.5M+1.5} = \frac{10^{4.8+1.5M}}{\text{}} \times 10^{1.5} \\ &= 10^{1.5} E \end{aligned}$$

つまり $E_1 = 10^{1.5} E$ である。

マグニチュードが1増えると エネルギーは $10^{1.5}$ 倍 ≈ 3.16 倍
になる。

$$\text{マグニチュードが2増えると } E_2 \text{ は } 10^{1.5} \times E_1 = 10^{1.5} \cdot 10^{1.5} E$$

$$= 10^3 E = 1000 E \text{ となり、1000倍となる。各地での}$$

(エネルギーの大きさ)

巨大地震	マグニチュード 8 ~	スストラップ (M9.3)
大地震	" 7 ~ 8	関東大震災 (M7.9)
中々	" 5 ~ 7	新潟中越地震 (M6.8)
大気の子爆弾	" 6.1	

(揺れの大きさ)

震度とはある地点での
揺れの程度

震度 3	棚のものが たふ
" 5	" 食器が たふ
" 6	窓が たふ
" 7	壁が たふ