第２回　企業組織再編

会計と経営のブラッシュアップ
平成 26 年 10 月 6 日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業組織再編の会計と税務 山田淳一郎監修 H22.10 税務経理協会刊)
(企業買収・グループ内再編の税務　佐藤信祐外著　2010. 11 中央経済社刊)(事業再生の法務と税務　太田達也著　H25.6　税務研究会刊)

Ⅰ　企業組織再編による事業再生

１．事業再生の諸手法、譲渡（分離）側と取得側からの検討（税務、会計、経営）

区　分	内　容	メリットとデメリット
(1)事業譲渡	① 営業(財産)の一部又は全部の譲渡 ② 契約による取引行為 ③ 個々の財産の譲渡 ④ 株式の譲渡の方法 ⑤ 営業権の計上 ⑥ 充分な再建計画の必要性	① 設計がしやすい ② 簿外債務リスクが少ない ③ 許認可の引継ぎの困難 ④ 事業譲渡価額の決定 ⑤ 消費税の課税 ⑥ 資産譲渡益の処理
(2)分　割	① 個別の取引でなく、包括的な資産負債の移転(包括承継) ② 第２会社方式の活用 ③ 適格、不適格の区分 ④ 営業権(資産調整勘定等の発生)の計上 ⑤ 移転資産の範囲 ⑥ 充分な再建計画の必要性	① 個別の同意は不要 ② 許認可手続の容易化 ③ 重畳的債務引受を行う方法 ④ 簿外債務の承継リスク ⑤ 消費税、不動産取得税、登録免許税 ⑥ 資産譲渡益の処理
(3)その他の方法	① 債権放棄 ② 増減資 ③ DES ④ DDS ⑤ 株式交換、株式移転	

本レジュメはブラッシュアップ日迄にホームページに up してあります
http://yamauchi-cpa.net/index.html　山内公認会計士事務所
yamauchi@cosmos.ne.jp

Ⅱ　株式交換

企業組織再編から

(H26.10.06)
(H26.06.24)
(H26.06.15)

合併は他の法人の事業や資産を直接的に取得する行為であり、**株式交換等**は、株式取得を通じての同様の効果があり、両者は共通性のある行為とされている。そのため、合併等に関する税制と整合性が図られている。

(1) ポイント

① **100%親子関係**をつくり出すことができる。
② 既に存在している会社を完全親会社とするのが**株式交換**で、**新たに完全親会社を設立**するのが**株式移転**である。
③ グループ内の資本関係の整理の場合は、原則として、株主にとっては、**株式の交換**であり、株式の売買にかかる**税金負担は不要**である。
が多

(2) 留意点

① 特定の承継者に会社の**すべてを承継させる場合**に、持株会社化による承継手続が容易になる。
② 複数の会社の株式の評価にあたり、**類似業種比準価額方式が適用**される会社を完全親会社とするときは、子会社の株式の評価額を親会社の株式の評価に取り込むことができる。
③ 親会社が、**株式保有特定会社などに該当**することのないよう**留意**することが必要である。　50%以上
④ **税制適格要件**を満たさないと時価課税が生じてしまう(法法 62 の 9①)。

(3) 消費税の取扱い

① 株式交換等の有価証券の譲渡は、**非課税取引に該当**する(法法 6①)。
② 従って、**課税売上割合が低下**する。
③ なお、課税売上割合を計算する場合、分母に含める資産の譲渡の対価の額は、有価証券等の**譲渡対価の 5%相当額**となる(消令 48⑤)。

作成日　.　.
作成者

株式交換の利用（効果）

1. 100%親子関係を創設する組織再編
2. 複数の会社を株式による統合化 ― 持株会社化
3. 完全親会社の評価方式（類似業種比準方式）への統一
4. 税制適格の利用

（事例）

1. 自己株式の買取り
   (1) 純資産軽減
   (2) 譲渡損失

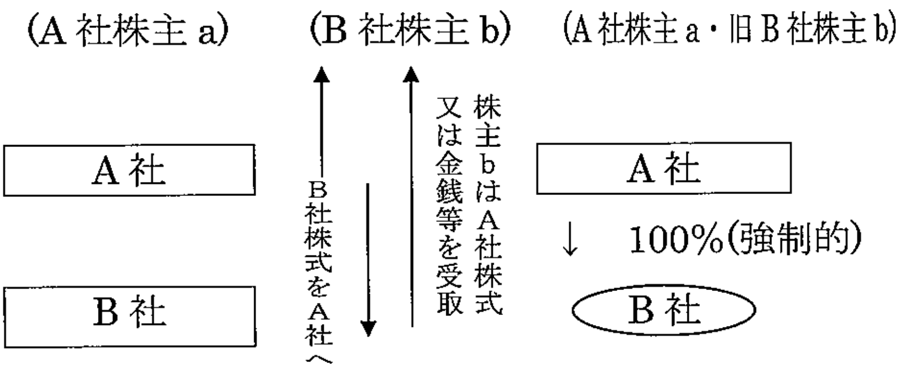
A社

諸資産		諸負債	
		純資産	100
		自己株式	△70
子会社株式	50	自己株式	50

2. 株式交換の実施
   (3) 適格交換
   (4) 類似業種による評価減
   A社

株式交換とは、会社がその発行株式の全部を他の会社に取得させることにより、100%の親子関係をつくり出す組織再編である(法2三十三)。

(H26.10.06)
(H26.06.15)
(H26.05.13)



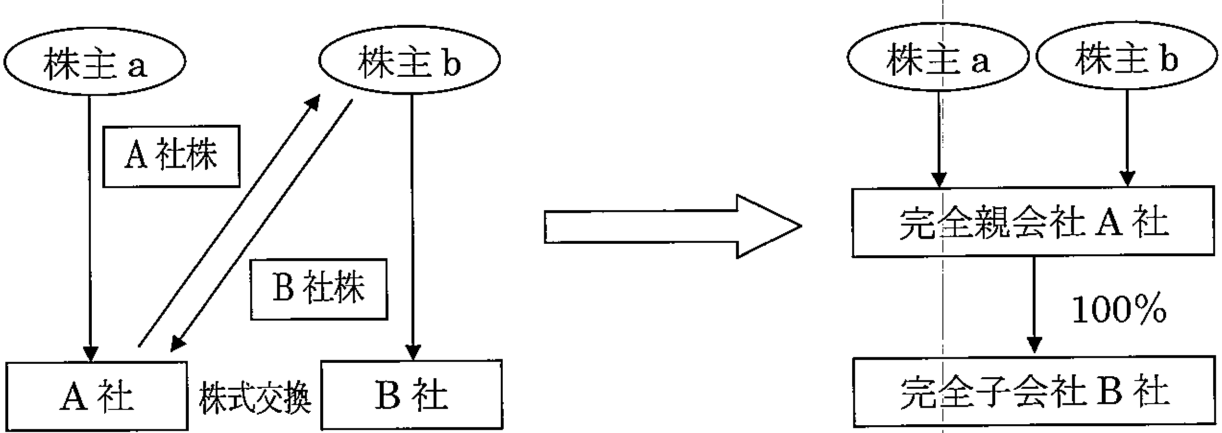
株式交換契約を結び(両社の株主総会特別決議が必要)、A社の株式又は金銭等をB社株主bに交付し、A社はB社株式のすべてを取得する

① 株式交換とは(通常の場合)

完全親子会社関係を構築するために、一方の会社(A社)が他方の会社(B社)の株主(b)からその株式を取得し、その対価として**当該会社(A社)の株式(又は金銭その他の資産)を交付**する会社法上の制度である。

ここで、A社の100%親会社(X社)の株式の交付も可であり、**三角株式交換**と呼ばれる。株主(b)に交付する株式は、**自己株式を代用交付**することもできる。(交換比率と自己株式③)

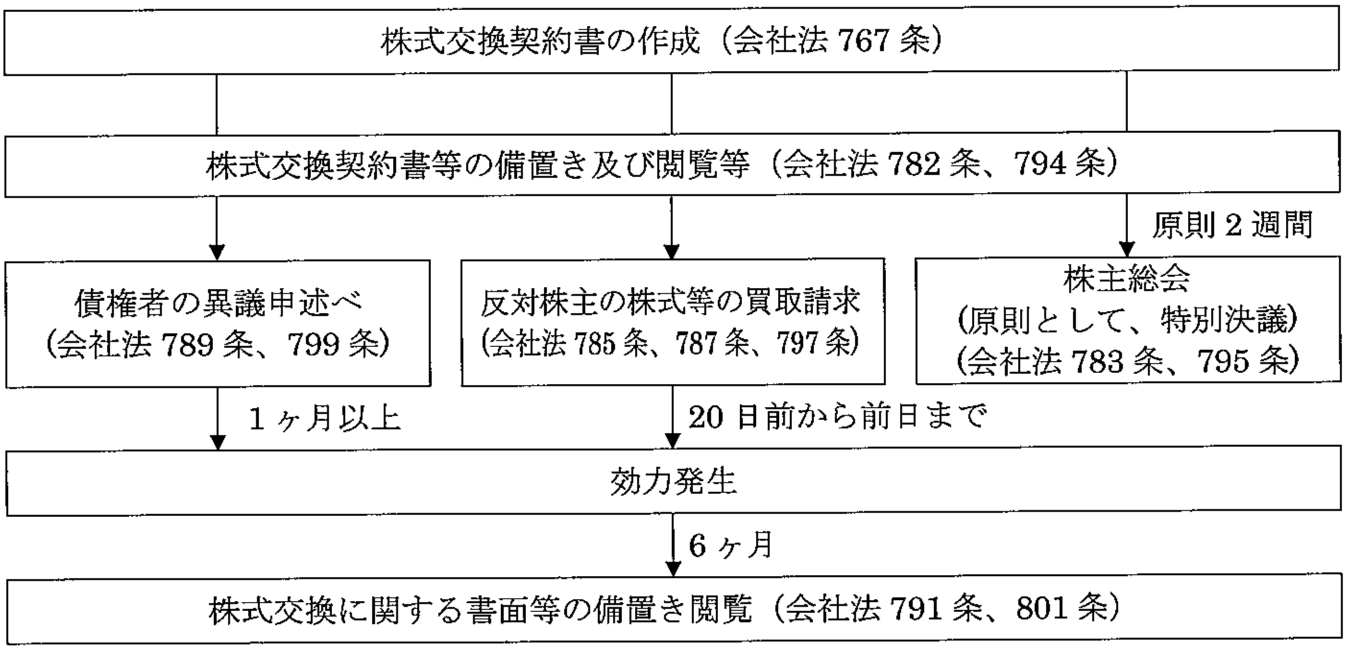
その結果、A社はB社の株式の100%を所有し、A社とB社は完全親子会社関係となる。



(この頁の個人a、bの場合は同族関係者ではない)

② 株式交換のスケジュール

それぞれの手続は、完全親会社(A 社)及び完全子会社(B 社)の双方に必要である。また、株主総会手続、債権者の異議申述べ、反対株主の株式等の買取請求等の手続は、効力発生日までに同時並行で行うことができる。



A 社（親会社）

	交換前	増資 50	自己株 50 交付
資　本	100	100+50	100
自己株式	△60	△60	△60−△50
純 資 産	40	90	90
(自己株式)	(△60)	(△60)	(△10)

B社(子会社)

	交換前	消却	交換後
資　本	50	△30	20
自己株式	△30	30	0
純資産	20		20
(株主)	(其他 20)		(A会社 20)

③ 株式交換　特例要件の検討（適格の場合）

原　則：完全子法人(B 社)の旧株主(b)が完全親法人(A 社)へ株式を譲り渡す行為は、税務上、**原則として**、株式の譲渡取引と考え、旧株主(b)においては譲渡損益を認識し、完全親法人(A 社)は、当該株式を時価で受入れることとなる。

共同事業化

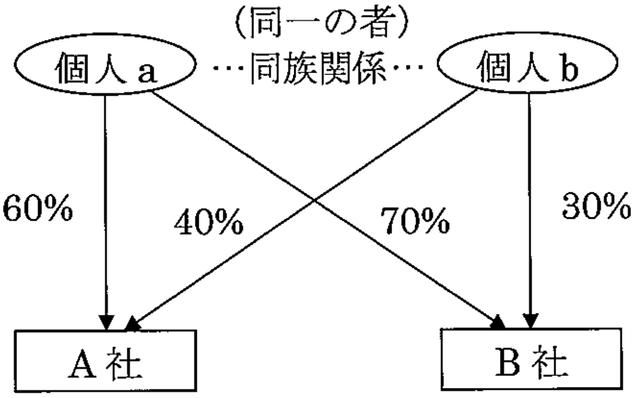
適格株式交換：(共通支配下の株式交換)（税務上は①②ほかその他）

(ｲ) 完全親法人(A 社)が交付する資産が、完全親法人(A 社)の**株式のみ**であり、金銭等の交付がないこと、

(ﾛ) かつ、**企業内における株式交換**として一定の要件を満たすものであること。

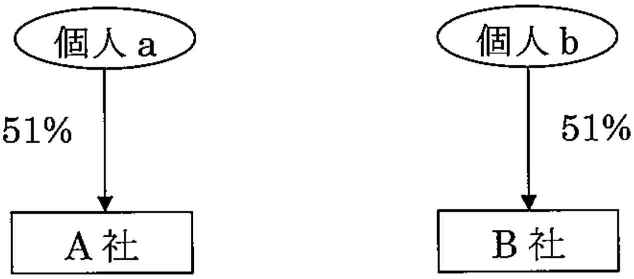
(ﾊ) 株式交換前に、完全親法人(A 社)と完全子法人(B 社)との間に**同一の者(それぞれ株主 a、b)による** ② **50%超の関係**があり、株式交換後も同一の者(それぞれ株主 a、b)による **50%超の支配関係が継続する**ことが見込まれていること。

①(完全支配関係)



(A 社と B 社は 100%グループ内法人)

②(50%超の支配関係)



但し、②の条件 (1) 従業員の 8 割以上が継続勤務要件
(2) 事業継続(同一事業)要件

(この頁の個人 a、b は同族関係者)

株式交換の適格要件の表

	グループ内				共同事業
	100%支配		50%超支配		
	当事者間	同一者	当事者間	同一者	
1　金銭等交付なし	○	○	○	○	○
2　従業者引継要件			○	○	○
3　事業継続要件			○	○	○
4　事業関連性要件					○
5　規模要件または経営参画要件					○
6　株式継続保有要件		○		○	○
7　支配継続要件	○	○	○	○	○

株式移転の適格要件の表

	グループ内				共同事業
	100%支配		50%超支配		
	子法人単一	子法人複数	当事者間	同一者	
1　金銭等交付なし	○	○	○	○	○
2　従業者引継要件			○	○	○
3　事業継続要件			○	○	○
4　事業関連性要件					○
5　規模要件または経営参画要件					○
6　株式継続保有要件		○		○	○
7　支配継続要件	○	○	○	○	○

2)従業員ゼロの場合　—　①非常勤役員のみ？　監査役等も含め80%要件
②事務は親会社に委託

④ 完全親法人の株式の取得価額

(イ) 適格株式交換により完全親法人(A 社)が取得した完全子法人株式の取得価額は、<u>**株主の数が 50 人未満の場合**には、その株主(b)が有していた完全子法人株式(B 社)の**交換直前の帳簿価額**となる。</u>
株主数が 50 人以上の場合には、完全子法人の簿価純資産価額に相当する金額となる。子法人の株主が少なければ、個々の株主の帳簿価額を把握するのは容易だが、多数になれば、それぞれの帳簿価額の把握が困難なためである。

(ロ) 非適格株式交換等の場合には、取得価額は、完全子法人株式の時価となる(法令 119①二十五)。

(ハ) 株式交換により増加する完全親法人(A 社)の資本金等の額は、完全子法人の**株式の取得価額**となる。

① 時価評価をする（非適格株式交換）
すなわち時価による資産の取得価額
② 簿価評価（適格株式交換）
受入資産は簿価評価　(従前の株主の簿価)

(ニ) 株式の交換比率の例

① 収益還元、類似会社、取引事例、市場価格等の方式
② 類似業種（大会社等）
③ 類似、時価純資産（中会社等）

②、③の場合に、大会社と中会社の株式交換比率はどれか
イ　大会社の子会社になるから、大会社の類似方式か？
ロ　**交換前の評価方法か？**（両社はそれぞれ存続して行くから）
ハ　**時価純資産評価が公平か？**　公平。一体化(合併に準じて)と考えれば…

<u>ハが正しいのではないか</u>　(関根先生

ニ　なぜなら、ロは子会社を小会社にすることによって交換後の比率を up できる(類似評価＜純資産評価のとき)

大きな節税(株式評価減)
従前の子会社の

(ホ) 共通支配下の取引　(会計上)

完全親会社において、株式交換の対価として新株を発行した場合には、取得した当該完全子会社株式の取得価額をもって**増加資本**となる。
株式交換の対価として、**自己株式**を処分した場合には、増加資本の額から自己株式の帳簿価額を控除した差額を自己株式処分損益として処理する。

A 社と B 社が同一の株主であり、B 社の帳簿純資産額が 80 であったとする。A 社における B 社株式の取得価額は 80、増加資本の額も 80 となる。これを新株の発行数と処分した自己株式数で按分し、新株の発行に相当する額は、48(80×30／50)、自己株式の処分に相当する額は 32(80×20／50)となる。
そこで自己株処分差益(その他資本剰余金)は、32－20＝12 となる。

B 社株式	80	株主資本※	48	新株発行
		その他資本剰余金	12	自己株割当(処分)
		自己株式	20	

※株主資本の内訳は、会社法の定めに従い、会社の意思決定による。

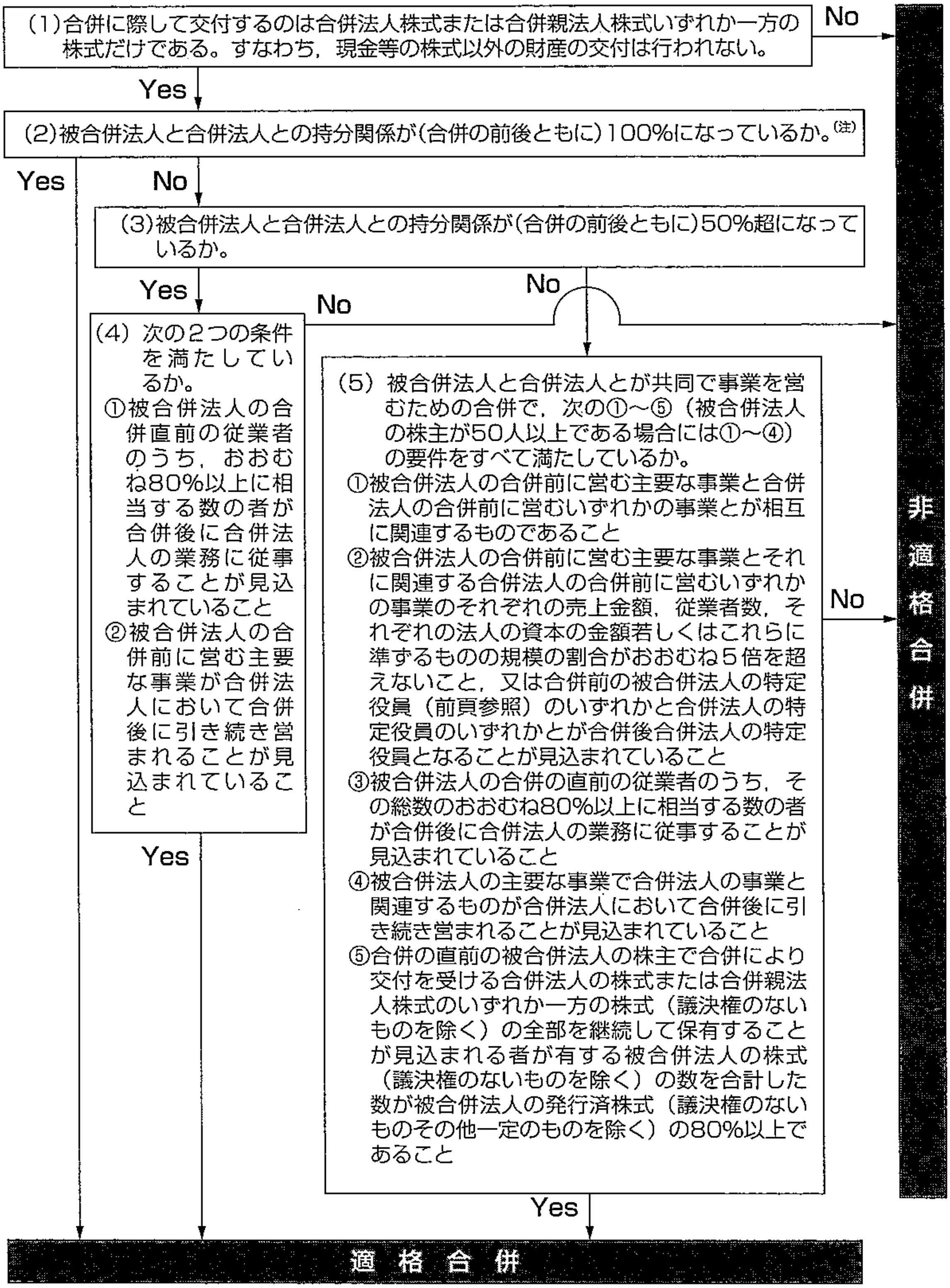
⑤ 課税関係

株式交換・株式移転は、適格・非適格にかかわらず、金銭の交付があったとしても、分割や合併と異なり、完全子法人の旧株主に**みなし配当課税は生じない**。(その時点では、完全子法人の旧株主への精算は行なわれていないためである。)

完全親法人株式のみの交付を受ける場合には、適格・非適格にかかわらず、**株式譲渡益は生じない**(法法 61 の 2⑨⑪、所 57 の 4①②)。(完全子法人の株主は課税の繰延を受けることになる。)

完全親法人の株式以外の財産の交付を受けた場合には、子法人の株式を時価で譲渡したものとして**譲渡損益の計算**を行う。

〈適格合併判別フローチャート〉



（注）　従業員持株会及びストックオプションにより取得した株式が5%未満である場合は，持分算定上これらの株式を分母から除きます。また，上記の持分関係には親子関係の他，合併当事会社が兄弟関係で，かつ，合併後に株式の継続保有が見込まれるものが含まれます。

株式交換の比率

(H26.10.06)
(H26.06.17)

株　主	B/S	備　考

株主 a
(100%)

A 社 B/S

		資本金	100
		剰余金	900

株主 b
(100%)

B 社 B/S

		資本金	100

株主 a
(91%)
株主 b
(9%)

交換後の A 社 B/S

		資本金	100
子会社株式	100	〃	10
		資本準備金	90
		剰余金	900

時価純財産評価が上記の通りとする
(交換比率 10：100)

株主 A 社
(100%)
↑
株主a,b

交換後の B 社 B/S

		資本金	100

(株主 a、b は同族関係者)

交換比率を決める場合の評価方法(イ)、(ロ)、(ハ)

(H26.10.06)
(H26.06.25)
(H26.06.17)

No.	場　合	備　考

(イ)　A、Bとも平等にするという意味で大会社の子会社となるから類似評価を想定

	A社評価	B社評価	備考
	1,000	100	現状及び交換後の各会社の状況は考慮に入れなくてよいか？
評価額	@500	@300	
評価方法	大会社	大会社	
	(1	: 0.6)	←交換比率

B社株式1株に付、A社株式を0.6株を交付する

-1>

(ロ)　A、B各社は、交換と関係なく存在しているので会社規模による評価法

	A社評価	B社評価	備考
	1,000	100	中、小企業(小規模)有利？(類似＜純資産時価)
評価額	@500	@800	
評価方法	大会社	中の小	
	(1	: 1.6)	←比率

B社株式1株に付、A社株式1.6株を交付する

-1>

(ハ)　(財産の結果)結局公平な時価純資産を想定

	A社評価	B社評価	備考
	1,000	100	
評価額	@5,000	@500	交換比率としては公平か
評価方法	時価純資産	時価純資産	
	(10	: 1)	←比率

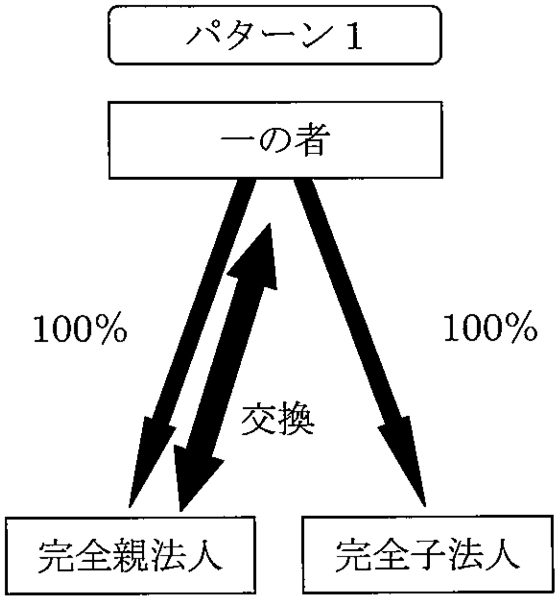
B社株式1株に付、A社株式を0.1株を交付する

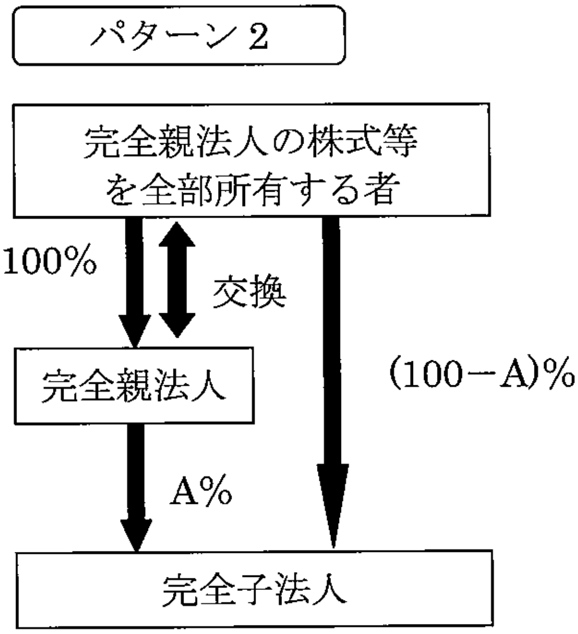
無対価株式交換

H25.01.03

1．無対価適格株式交換が可能な場合

次の図の通り、完全支配関係がある法人間での株式交換





（吉田博之編著 グループ法人税務の失敗事例 55 から 2011.5 東峰書房発行）

上記でない無対価合併は、非適格株式交換となる

②（もしドラ 3～4）北京外大レジュメ

（我々の事業は何か？）　（H26.10.06）

みなみは、入院している野球部のマネジャーの宮田夕紀の見舞に病院へ行った。夕紀は、野球部のマネジャーをしていたが、野球部が夏の大会の予選に負けてすぐ、急に体調を崩して入院してしまったのだ。夕紀はみなみにとって、幼なじみであると同時に、無二の親友でもあった。

みなみは鞄から**マネジメント**を取り出すとそれを開きながら言った。**「野球部とは一体何でしょう？」**二人はみなみの疑問について意見を交換し合った。

人を教育することである ―（ある清掃会社）

1. 2人は野球部とは何か、組織の定義づけについて話合った。

マネジメントというのは、先ず初めに、**「組織の定義づけ」**から始めなければならない。「マネジメントには、こうあるわ」とみなみは言った。

あらゆる組織において共通のものの見方、理解、方向づけを実現するには、**「われわれの事業は何か。何であるべきか」を定義する**ことが不可欠である。

「つまり野球部をマネジメントするためには、先ず野球部は、どういう組織で、何をすべきかを、決めなければならないのよ」とみなみは言った。「野球部って、野球をするための組織じゃないの？」夕紀は、何気ない調子で言った。「それが違うらしいのよ」とみなみは言って、**マネジメント**の場所を指で示した。

2. 感動することと野球の定義

結局、**野球部の定義**は分からず終いだった。そこでみなみは、もう一度「マネジメント」を読み返した。

(1) 野球部は、野球をするための組織か？

…「夕紀はどうしてマネジャーになったの？」。夕紀は小学校の時の市の大会の決勝で、その時、**みなみがサヨナラヒットを打った時の感動**を、また味わいたいと思ってマネジャーになったと答えた。

(2) 夕紀は、**あの時の感動**を、また同じような感動を味わえるかもしれないと思って、野球部のマネジャーになりたいと思った。

（マネジメント・エッセンシャル版　9～16、22～26、29 頁）

○組織が存在するのは組織自体のためではない。**組織は目的ではなく手段である。「その組織は何か」ではない。「その組織は何をなすべきか。機能は何か」**である。

○**航空会社は貨物と乗客を運び、銀行は金を貸す。**これは**「その組織は何か」**に対する答にしかすぎない。**「その組織は何をすべきか」**の答ではない。実際には、**「われわれの事業は何か」**との問は、ほとんどの場合答えることが難しい問題である。しかし、その答えを放置することはできない。

○中心となるのは、**マーケティング**と**イノベーション**である。なぜなら、顧客が対価を支払うのは、この二つの分野における成果と貢献に対してだからである。
マーケティングの目標は一つではない。①既存の製品についての目標、②既存製品の廃棄についての目標、③既存市場における新製品についての目標、④新市場についての目標、⑤流通チャンネルについての目標、⑥アフターサービスについての目標、⑦信用供与についての目標である。

事業を定義するとは、ある理念や価値によって表わすものではない。内部的に考えたり、整理して結論を出しても企業としては全く意味はない。それが企業の成果に結びつくことはない。
その問いは、企業を外部すなわち顧客と市場の観点から見て初めて答えることができる。すなわち、顧客の価値、要求、期待、現実、状況からスタートすべきである。それ以外には企業の役に立たない。

○企業とは**営利組織であるという答は的はずれ**であるだけでなく害を与えている。利潤動機には意味がない。利潤動機によって人の行動を説明できる筈はない。（これも内部的な自己満足だと思う）

○**企業の目的は外にある。**企業は社会の機関であり、その目的は社会にある。企業の目的の定義は一つしかない。**それは顧客を創造することである。**

○**「顧客は誰か」**の問いこそ、個々の企業の使命を定義するうえで、もっとも重要な問いである。**やさしい問いではない。**答えのわかりきった問いでもない。

○**消費者だけが顧客ではない。**顧客は常に一種類ではない。そして顧客によって、期待や価値観は異なる。買うものも異なる。

（現代の経営　第３章マネジメントへの挑戦）

○マネジメントに要求されるもの

デジタル化はプロセスである

分権化、柔軟性、自立性

環境への挑戦、変化への挑戦

文化系から理工系へ
武士の商法から商人へ
公務員系から営業マンへ

これは**プロセスに焦点**を当てるということ、　**（プロセスの管理）**

技術や製品にではなくて・・・

マネジメントとはプロセスを効果的に管理することである。

○オートメーションとは何か　（マネジメントすべきもの）

オートメーションは、仕事の組織についての概念である。従って工場生産だけでなく、流通や事務の仕事の組織化にも適用される。

① それは概念であり、安定した一つの基本パターンが存在する
② 調和した一つの総体としての**プロセス**である
③ 目的と手段、投入と産出のバランスを図るための**コントロール**の概念である

① より多くの経営管理者を必要とする
② 責任と意思決定をトップに集中しようとする企業は恐竜のように亡びる
③ **デジタル化**は、非人間的機械的部分からのより高度な挑戦と思える。
④ オートメーションの**機械的部分**を単に**肉体的部分**の効率化と考え、それを組み入れた**プロセスの調和**を図り、プロセスをマネジメントすることが重要である。

オートメーションはプロセスであり、それを理解し、組織的に適用する国がリーダー的な地位に立つことは疑う余地がない。

(1) 20世紀前半、大量生産を理解し、適用し、マネジメントすることによって世界のリーダー的地位を得たアメリカ、
(2) 今後は、オートメーションを理解し、それをプロセスとして適用する国が、その生産性と富において世界のリーダー的地位に立つ。

オートメーション ＝ デジタル化

○ マネジメントの試練とは産業革命

(1) オートメーションにより能力を試される

(2) ITにより能力を試される

デジタル化の進展

○ それらは、仕事の本質に対する挑戦である。

生産のための最善のプロセスの完成である。

○ 簡単な例外管理による作業効率の向上

2/3の複雑な作業の区分（保険金請求など）

○ フィードバックシステム

蒸気機関の安全弁

○ オートメーションとは、未熟練の反復的な作業の機械化

○ 技術の変化は、人間の労働を余剰にはしない。逆に、高度の教育を受けた高度の技能をもつ膨大な数の人たちを必要とする。

○ 新しい技術は、中央計画と独占を望ましいものにしない。

○ デジタル化とは、

(現代の経営　第5章 事業とは何か)

○シアーズ物語から得られる第一の結論は、**企業は人が創造し、人がマネジメントする**と言うことである。
人以外の「力」がマネジメントするものではない。

人が作った組織、人がマネジメントする
↓
同じような物的資源を使うチーム
一方は勝ち、
一方は負ける　　　　一その理由は何か一**人である**

○経済的な力(市場の力)は機会(チャンス)でもあり、それ自体は力であるが、それ自体では、事業が何であり、何をするかを決定しない。マネジメントは、市場の力に事業を適用させるだけであるというのは**ばかげている。市場の力を見い出すとともに、自らの行動によって市場の力を生み出す。**そしてそれぞれには必ず人を必要とする。シアーズは繁栄を続けるか衰退するか、生き残るか消滅するかを決める意思決定のために、**人を必要とした。**

○**具体的な表現が必要**
抽象的な表現(あらゆる。管理する。明確にする。統合する…といった表現)からは、具体的な目的や現実は生まれない。
「利益最大化」という**抽象的な表現**は、あまりに一般的かつ曖昧なものとなってしまい、**具体的な目的からはずれ**、あらゆる目的を網羅するような**抽象的な表現**になっている。

○**事業の目的は外にある。**
事業の目的として有効な定義はただ一つ。それは**顧客を創造すること**である。
顧客が必要と考えるもの、価値と考えるものが、決定的に重要である。それらのものこそ事業が何であり、事業が成功するか否かを決定する。顧客が事業の土台であり、事業の存在を支える。
顧客だけが雇用を創出する。
市場は、神や自然や経済的な力によって創造されるのではない。
人によって創造される。従って事業の目的は外にある。

○マーケティング（市場の受入れ） 顧客の創造

「工場が生産したものを販売する」→「市場が必要とするものを提供する。」

○イノベーション（変化と成長） 価値の創造

企業とは、成長、拡大、変化のための機関である。
より優れた、より経済的な財やサービスを創造する。

○生産性の向上

それは肉体労働によって実現されない。
逆に、生産性の向上は、つねに肉体労働をなくす努力、**肉体労働を他のものに置き換える努力**によってもたらされる。

○イノベーション（産業を一変させる変化）

ファスナー — 海上輸送の穀物袋向けに開発
まさか衣料産業で成功するとは思わなかった
ＣＰ — ＢＫから生まれたものでなく、ノンバンクから生まれた
当初、証券でありＢＫでは扱えなかった
ﾌｧｲﾊﾞｰｹｰﾌﾞﾙ — 電話会社でなく、ガラス会社のコーニングが開発

金融サービス業は、もう30年間もイノベーションを行っていない、
デリバティブは業界内のゼロサムゲームである。

1 The enterprise as the organ of economic growth
A business enterprise can exist only in an expanding economy, and business is the specific organ of growth, expansion and change.

2 The innovation is provision of better and more economic goods and services.

3 It may alsw a new and better product, a new convenienc or the creation of new want.

4 Innovation extends through all forms of business.
It is an important to a bank, an insurance company or a retail store as it is to a manufacturing or engineering business.

3-9~13

作成日 . .
作成者

1 The productive utilization of wealth-producing resources.

2 Productivity means that balance between all factors of production that will give the greatest output for the smallest effort.

3 Concept of productivity rather than labor is the only (time) productive effort.

(1) First there is time — man's most perishable resource.

(2) Product mix, combinations of the same resources.

(3) Process mix, what is the most productive utilization of its specific knowledge, ability, experience, reputation?

(4) not wasted the company's scarcest resources

4. The Risk, in the original Arabic meant "earning one's daily bread" ≒ continuity

5. The business is not the maximization of profit, it is the avoidance of loss.

business enterprise must produce the premium to cover the risks in its operation.

No. 3-15
Date . .

われわれの事業は何か、何でなければならないか

1. 正しい問いと正しい答

しかし、これは大変難しい。何故ならこれは内部の決めることではなくて、外部の決めることである。

2. "誤答" と "答え" (正解) との違い　事業の失敗の最大の要因

それを避ける方法は何か。

3. No1、No2は法人会に当てはまるのではないか。

4. われわれの事業は何かという問は、つねに難しく、徹底的な思考と検討なくしては答えることはできない。

ATT　セオドア・N・ヴェイル　われわれの事業はサービスである

5. 事業が何かを決めるのは、生産者(会社)ではなく顧客である。

顧客が製品やサービスを購入して満足させる欲求が何であるかが事業が何であるかを決める。

6 What is our Business ?

作成日 . .
作成者

1. What is our business ?

   it is almost a difficult question ; not obvious which can be answered only after hard thinking and studying.

2. The telephone company example , "our business is service"

   what is our business is not determined by the producer (company) but by the customer. , from out-side.

作成日 3-17 . .
作成者

1. Who is the Customer?

Where is he? <u>How does he buy?</u> How can he be reached?

2. The man who spends 4000 dollars on New Cadillac buy transportation or does he buy primarily prestige?

does it compete with diamonds and mink coats?

積　分

（変化する量をどうやって集めるか）
どうやって、計算するか
どうやって、見つけるか

会計と経営のブラッシュアップ
平成 26 年 10 月 6 日
山内公認会計士事務所

次の図書等を参考にさせていただきました。（微分と積分なるほどゼミナール　S58.1 岡部恒治著　日本実業出版社刊）
（微積分のはなし　1985.3 大村平著　日科技連刊）
（イラスト図解微分・積分　2009.6 深川和久著　日東書院刊）

Ⅰ　身近な積分

1．積分の歴史

⑴ 古代エジプトで<u>積分の基礎</u>が築かれた。（どうやって全体の面積を把握するか）

↓

ギリシャのアルキメデスが更に発展

↓

17C のニュートンとライプニッツが微分・積分を発明

$\frac{dy}{dx}$ →y を x で微分することを表す（ライプニッツ）

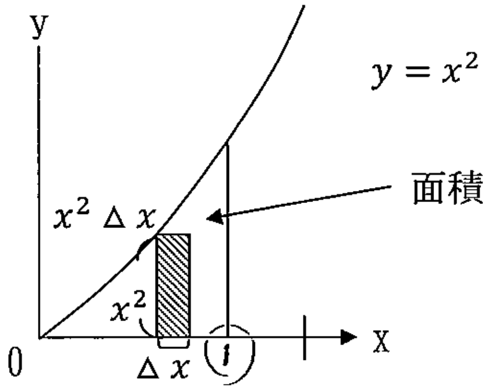
微分→大きなものを小さくしてわかり易くする、小さく分けて分析
y´ f´ (x) → ´ をつけると微分されていることを表す（ラグランジュ）

積分→小さなものから大きな形を得る、小さな変化とその結果
曲線で囲まれた土地の面積を直線化して調べる
小さな変化は大きくなるとどんな形になったか
変化する様子、変化する量をどうやって集めるか
∫ →インテグラルが付くと積分することを表す（　〃　）

次のような技術は、すべて微分・積分がなければ発展しなかった。
コンピュータ、通信、光学機械、テレビ、ラジオ、CD、車、鉄道、飛行機、建築、経済学、物理学、化学、工学、農学…

6. 積分と微分

① 面積を$\int f(x)dx$で表す



面積$\left|\frac{X^3}{3}\right|_0^1$　ⓐ面積（積分）の計算をする⇒$\frac{1}{3}$

ⓐ＝ⓑ

$\int_0^1 x^2\,dx$　ⓑ微分　細長くしたものをすべて足す⇒$\frac{1}{3}$

② 微分すると$f(x)$となる関数$F(x)$を探す

$\frac{x^3}{3}$を微分するとx^2

$\frac{x^3}{3}$は$\frac{1}{3}x^3 \rightarrow \frac{1}{3}3x^2 = x^2$

③ 関数$F(x)$にxの両端の値を代入した差が面積

$$\int_0^1 x^2dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$が面積

III、面積と体積を求める

1、関数に囲まれた面積

(1) ①と②に囲まれた面積Sは、

$f(x)=x^2$ ―①　　$g(x)=-x^2+2x+4$ ―②

②を微分すると $g'(x)=-2x+2$

頂点は、$g'(x)=0$ とおいて、$0=-2x+2$、$x=1$ である。

そこで、$g(x)$ に $x=1$ を代入して $g(1)=-1+2+4=5$ で

$g(x)$ の頂点は $(1, 5)$ となる。

グラフ①と②の交点は、$f(x)=g(x)$ を解くと、

$x^2=-x^2+2x+4 \longrightarrow 2x^2-2x-4=2(x^2-x-2)=2(x+1)(x-2)=0$

よって、①と②は -1, 2 で交わる

すなわち、x 方向は、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲となる。

y 方向（タテ）の長さを $h(x)$ とすると、

グラフより、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $f(x) \leqq g(x)$ なので

$h(x)=g(x)-f(x)=-x^2+2x+4-x^2=-2x^2+2x+4$

すなわち、y 方向（タテ）の高さは、$-2x^2+2x+4$ となる。

これを定積分すると、

x の範囲（ヨコ）と y の方向の高さ（タテ）の関数がわかったので

$$S=\int_{-1}^{2} h(x)\,dx=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx=\left[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right]_{-1}^{2}$$

$$=\left(-\frac{2\times 2^3}{3}+2^2+4\times 2\right)-\left(\frac{-2\times(-1)^3}{3}+(-1)^2+(4\times -1)\right)$$

$$=\left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)=9$$

2. 関数に囲まれた体積

積分は面積を求めるばかりではなく、

かけ算をして意味がある全体量ならば、

xの範囲がわかって、 yが関数で表わされれば、定積分が使える。

(1) 例えば、曲がってはいるが、どこを切っても断面積が8になる

長さ10の管の体積 V_1 は、

長さの方向をx方向とし、断面積を積み重ねて体積を求めると、

$$V_1=\int_0^{10} 8\,dx = \left[8x\right]_0^{10} = 80$$

(2) 次に、形はわからない物体の体積 V_2 は、

方向の長さが5で、断面積Sは $3x^2+10$ とすると、

$$V_2=\int_0^{5} (3x^2+10)\,dx = \left[x^3+10x\right]_0^{5} = 175$$

3. 積分のまとめ

作成日 . .
作成者

不定積分

$\int f(x)\,dx$ というような記号で 関数 $f(x)$ を
x で積分することを表す。
dx は、限りなく小さな幅 x、

不定積分の名の通り、全体量を定まらないが、
その傾向を関数として得ることができるので、
分析などに利用できる

$$\int x^n dx = F(x) + c = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$$

（C は積分定数）

$f(x)$ を積分した原始関数を $F(x)$ で表わす。

定積分

定積分は、積分区間を定めて行う。

$$\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)+c\Big]_a^b = (F(b)+c) - (F(a)+c)$$

$$= F(b) - F(a)$$

この全体量は、関数と x 軸に囲まれた面積に相当する。

定積分は、x の積分区間と y の関数が定まれば、
曲線で囲まれた面積も体積も簡単に計算できる。

5. 計算例

作成日 . .
作成者

(1) $y = 10x^4 - 2x^2 + \frac{1}{x^2}$ を積分する

$$\int y\,dx = \int \left(10x^4 - 2x^2 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

$$= \frac{10}{4+1}x^{4+1} - \frac{2}{2+1}x^{2+1} + \frac{1}{-2+1}x^{-2+1} + C$$

$$= 2x^5 - \frac{2}{3}x^3 - x^{-1} + C = 2x^5 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{x} + C$$

(2) $y = 2x^3 + x - \sqrt{x}$ を積分する

$$\int f(2x^3 + x - \sqrt{x})\,dx = \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

(3) $y = x^4 + 3x^2 - 10x$ を 1から2の範囲で積分する

$$\int_1^2 f(x^4 + 3x^2 - 10x)\,dx = \frac{1}{5}x^5 + x^3 - 10$$

$$= \frac{1}{5}(2)^5 + (2)^3 - 10(2) - \left(\frac{1}{5}(1)^5 + (1)^3 - 10\right) = \frac{16}{5}$$

(4) $y = 2x^3 - 3x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$ を 1から2の範囲で積分する

$$\int_1^2 f\left(2x^3 - 3x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right) dx = \left[\frac{1}{2}x^4 - x^3 - 6x^{\frac{1}{2}}\right]_1^2$$

$$= (8 - 8 - 6\sqrt{2}) - \left(\frac{1}{2} - 1 - 6\right) = \frac{13}{2} - 6\sqrt{2}$$

(5) 関数 $f(x)$ の式とグラフを求める

$f(x)$ は $(1, -2)$ を通り、$f'(x) = 4x - 8$ となるとする。

関数 $f'(x)$ を積分すると

$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (4x-8)\,dx$$

$$= \frac{4}{2}x^2 - 8x + C = 2x^2 - 8x + C$$

C を求める

$f(x)$ は $(1, -2)$ を通るので

$$f(1) = 2 \times 1^2 - 8 \times 1 + C = -2$$

$\longrightarrow 2 - 8 + C = -2 \longrightarrow C = 4$

よって、$f(x) = 2x^2 - 8x + 4$

$f(x)$ の頂点を求めると、

$f'(x) = 4x - 8 = 0 \longrightarrow x = 2$

$f(2) = 2 \times 2^2 - 8 \times 2 + 4 = -4$

よって、$f(x)$ の頂点は $(2, 4)$、また x^2 の係数はプラスなので下に凸のグラフとなる。

(6) (5)において $f(x)$ と x 軸に囲まれた面積を求める

$f(x)$ と x 軸の交点は、 $0 = 2x^2 - 8x + 4 \longrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ より $x = \frac{-1 \times (-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$

面積を求めると、グラフより、$2 - \sqrt{2} \leqq x \leqq 2 + \sqrt{2}$ において $f(x) \leqq 0$ なので、

$$\int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} -f(x)\,dx = \int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} -(2x^2 - 8x + 4)\,dx = -2 \times \int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} ((x-2) - \sqrt{2})(x - 2 + \sqrt{2})\,dx$$

$-\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\,dx = \frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ より $-2\left(\frac{1}{6}\right) \times (2+\sqrt{2}-2+\sqrt{2})^3 = \frac{2}{6}(2\sqrt{2})^3 = \frac{16}{3}\sqrt{2}$

実例練習

1. 2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$

$$f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3} \qquad g(x) = -2x^2 - 2x$$

((1)) 2つの関数のグラフを描く

((2)) $x \geqq 0$ の範囲で、$f(x)$、$g(x)$、x軸に囲まれる面積S を求める.

(解)

(1) $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3}$ を微分して頂点を求める

① $f'(x) = \frac{2\times4}{3}x = \frac{8}{3}x$, $\frac{8}{3}x = 0 \rightarrow x = 0$

② $f(0) = -\frac{16}{3}$

よって、$f(x)$の頂点は、$(0, -\frac{16}{3})$であり、

$f(x)$の x^2の係数はプラスなので、下に凸

(2) $g(x) = -2x^2 - 2x$ を微分して頂点を求める

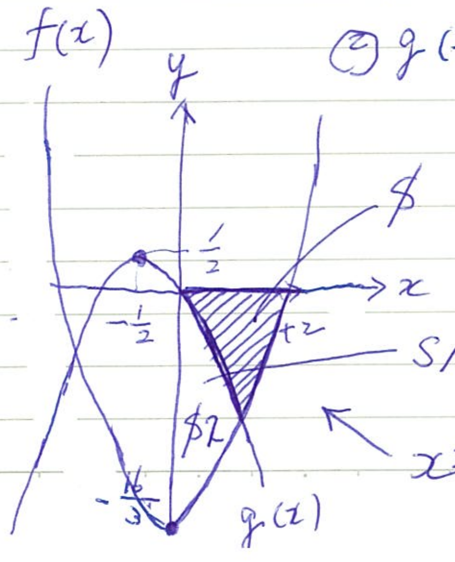
① $g'(x) = -2\times2x = -4x+2$, $-4x+2=0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

② $g(-\frac{1}{2}) = -2(-\frac{1}{2})^2 - 2(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}+1 = \frac{1}{2}$

よって、$g(x)$の頂点は $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$g(x)$ のx^2の係数はプラスなので、上に凸

また、$g(x)$は定数がないので $(0,0)$を通る



$x \geqq 0$で、$f(x)$と$g(x)$とx軸に囲まれている

((2)) 面積Sは  、S₁は  、S₂は 

$$S = S_1 - S_2$$

① S_1は f(x)のx軸との交点を求めると

$$0 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3} \Longleftrightarrow 0 = x^2 - 4$$

$$\longrightarrow 0 = (x-2),(x+2)$$

よって、f(x)は $x = \pm 2$ でx軸と交わる

$$S_1 = \int_0^2 -f(x)dx = -\int_0^2 \left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3}\right)dx$$

$$= -\left[\frac{4}{3\times 3}x^3 - \frac{16}{3}x\right]_0^2 = -\frac{4}{9}\times 2^3 - \frac{16}{3}\times 2 + 0$$

$$= -\frac{32}{9} + \frac{32}{3} = \frac{64}{9}$$

② S_2は、f(x), g(x)の交点を求める

$$\frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3} = -2x^2 - 2x \longrightarrow 6x^2 + 4x^2 + 6x - 16 = 0$$

$\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\text{ より}\right)$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\times 5\times(-8)}}{2\times 5} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{10} = \frac{-3 \pm 13}{10} = -\frac{8}{5}, 1$

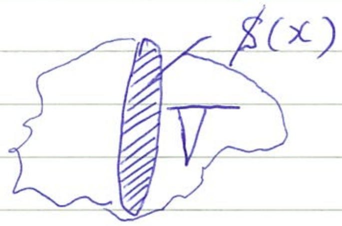
グラフより $0 < x < 1$ において $f(x) < g(x)$ なので

$$S_2 = \int_0^1 \{g(x) - f(x)\}dx = \int_0^1 \left(-2x^2 - 2x - \frac{4}{3}x^2 + \frac{16}{3}\right)dx = \int_0^1 \left(-\frac{10}{3}x^2 - 2x + \frac{16}{3}\right)dx$$

$$= \left[-\frac{10}{9}x^3 - x^2 + \frac{16}{3}x\right]_0^1 = -\frac{10}{9}\times 1^3 - 1^2 + \frac{16}{3}\times 1 - 0 = -\frac{10}{9} - 1 + \frac{16}{3} = \frac{29}{9}$$

$S = S_1 - S_2$ より $S = \frac{64}{9} - \frac{29}{9} = \frac{35}{9}$

2. 長さ10で、長さの方向に垂直な断面積$S(x)$が次のようになる物体の体積Vを求める



$$S(x) = 3x^2$$

0から10までの断面積を積分する

$$V = \int_0^{10} S(x)\,dx = \int_0^{10} 3x^2\,dx = \left[\frac{3}{3}x^3\right]_0^{10}$$

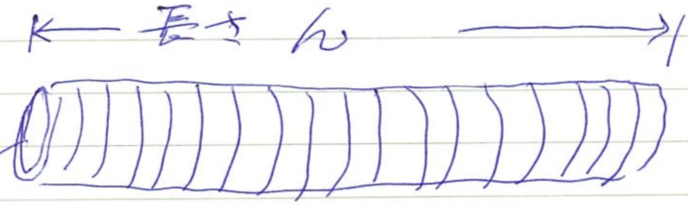
$$= \left[x^3\right]_0^{10} = 10^3 - 0 = 1{,}000$$

かけ算できるものは、すべて積分できる。

4. ドーナツの表面積

① 4等分にしてつなげる

② さらに細かく切ってつなげると ⟶ 円柱になる



底面積 $1\times1\times\pi = 1^2\times\pi = \pi$、円周は $2\pi\times1$

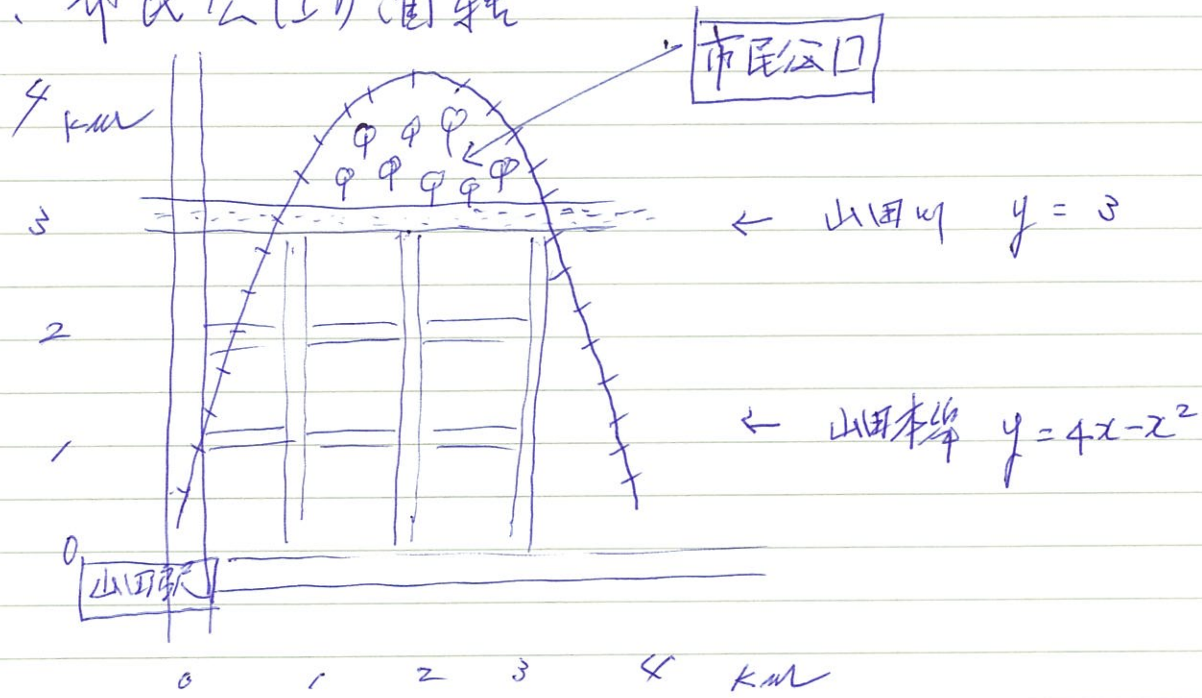
体積 $\pi h = 15\pi\ cm^3$ より、高さは $h=15$

円周は 2π

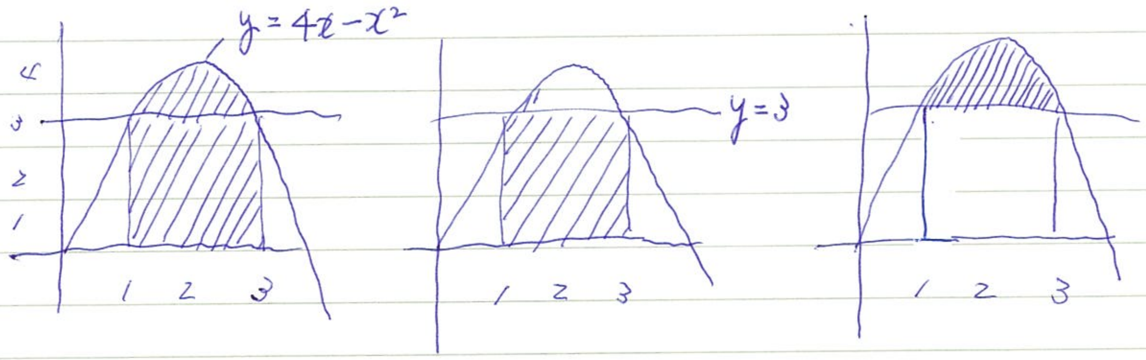
よって、ドーナツの表面積（円柱の側面積）は、

$15\times2\pi = 30\pi$

5. 市民公園の面積



Ⓐ − Ⓑ = Ⓒ

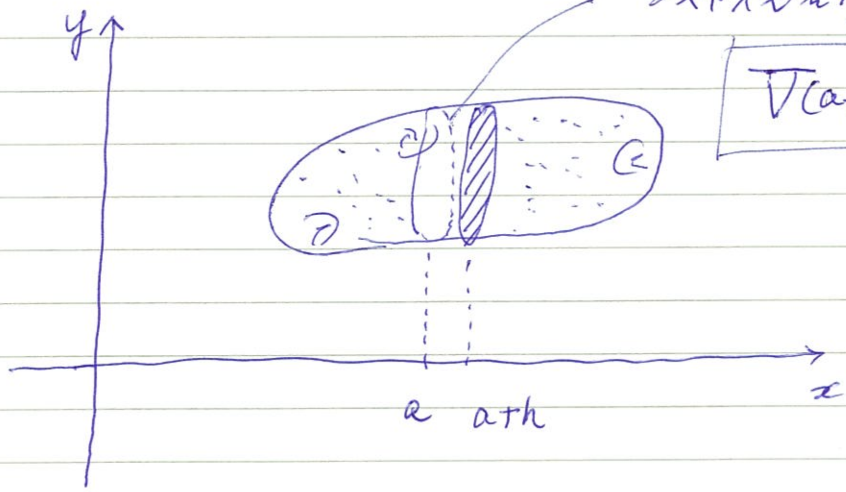


$$\int_1^3 (4x-x^2)\,dx = \left[\frac{4}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_1^3 = \frac{22}{3}$$

$$\int_1^3 3\,dx = \Big[3x\Big]_1^3 = (3\times 3)-(3\times 1) = 6$$

$$\frac{22}{3} - 6 = \frac{4}{3}\ (km^2)$$

6、ジャガイモの体積



(ポテトチップ)
ジャガイモをスライスした部分の体積

$\boxed{V(a+h)-V(a) \fallingdotseq h\times S(a)}$

S(a)＝ジャガイモの断面積

ポテトチップの厚み

hを十分小さくすれば、その体積（V）はほぼ h×S(a) となる。

$V(a+h)-V(a) = h\times S(a)$ となり、

hで両辺を割り、hを限りなく0に近づけると

$$\lim_{h\to 0}\frac{V(a+h)-V(a)}{h} \fallingdotseq \frac{h\times S(a)}{h} = S(a)$$

↑ ((ジャガイモの体積を微分するとジャガイモのスライス(ポテトチップ)の面積になる。))

((逆に、立体の断面積を積分すれば、その立体の体積が求められる。))

$$V(x)=\int_b^a S(x)\,dx$$

2. 地球の体積

ギリシャの天文学者 エラトステネス (B.C. 278〜B.C. 192)

シエネの正午の井戸に反射した太陽
(太陽の影の角度 0°)
同時刻にアレクサンドリアで映った太陽
(太陽の影の角度 ○°)

800キロの距離
7度12分の差

地球の円周の長さを x とすると

$$\frac{7°12'}{360°} = \frac{800\,km}{x}$$

$x \fallingdotseq 40,500\,km$　地球の円周

円周 ÷ $2\pi \fallingdotseq 6,370\,km$　地球の半径

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 1.08 \times 10^{12}\,km^3$　地球の体積

8. ある関数を積分してできた関数を微分すると、
元の関数に戻る

$f(t)$ 速度
$F(t)$ 位置

$F(t)$を微分するということは、$F(t)$の曲線に tにおいて
引いた接線の傾きを求めることである。

その傾きは、$\dfrac{\Delta F(t)}{\Delta t}$

$\dfrac{dF(t)}{dt} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta F(t)}{\Delta t}$ となり、$\dfrac{dF(t)}{dt} = f(t)$ となる。

すなわち、$f(t)$において面積（積分）をとると、$F(t)$、
$F(t)$の傾き（微分）をとると、$f(t)$となる

9. 位置と速度の関係

9. 位置と速度の関係

位置を微分すると、なぜ速度になるのか、

急激に位置が変わると速度大、緩慢であれば速度小。

つまり、速度とは、一定時間の位置の変化率である。

そして位置の変化の割合は、「時間〜位置」のグラフ上の傾きとなって現われ、この傾きを計算することが微分なので、位置を微分して得た値が速度を表わすことになる。

結局、微分とは変化率（変化を分析）を求めることになる。

数学は、物事の本質を理解するもの!!

10、加速度

① y（位置）を x（時間）で微分すると y（速度）になる

$$y = x^2 + x$$

（y 位置　，　x 時間）

② この y（速度）を更に、x（時間）で微分すると

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 1$$

$\frac{dy}{dx}$ は速度を表わしており、加速度？

1、微分と積分をつなぐ定理

(A) 積分 $\int f(x)\,dx$ を微分すると $f(x)$ になる。

(B) 微分すると同じになるもとの式は、同じである。
=変化のようすが同じ…

つまり、$\int f(x)\,dx$ の変化のようすは $f(x)$ で表わされる。

積分 $\int f(x)\,dx$ は面積を表わしており、$\int f(x)\,dx$ の変化の様子は $f(x)$ で表わされる。

2、積分との関係で微分を見ると、

微分とは、一つ次数を下げて分かりやすいものにすることだ。

積分よりも微分のほうが、より具体的で身近に近いものである。

微分は、絶えず変化するものを直線でなぞって行く方法で、直線であるから見やすい。

3、地球上の土地は全般的ではなくて本当に平らである。

広がりを持った面として平らであるのではなくて、まさに点として平らである。

ということは、面として考えると、やはり土地は曲がっている。

そして、地球の表面に沿って進んだときに地球全体の形を知ることができるということは、いわば地球に沿って積分していることになる。

4. 私たちが住んでいるのは、微分した平らな世界です。

そして、積分にもとに戻せば、地球はいつでも丸くなる。

つまり、僕らは、微分の世界に住んでいることになる。

微分

曲線 → 直線

積分

曲がりを持った曲線から → 傾きを持った直線へ

地球上の土地が実際平らであるのと同じように、一般に

曲線は部分的に見れば直線である。

これは、曲線を直線で近似するというのではなくて、曲線をどんどん拡大して行くと、曲線を直線と考えてよいということです。

かくして、曲がりを持った線である曲線は、微分という操作によって、傾きを持った直線へと分解され、次数1つ分下の、単純なものに還元されます。

そして、この直線の傾きに関する情報を集めていくと、もとの曲線の復元できるということになります。

積分法

5、次元の問題

現象の世界	3次元の空間
平面	2次元の空間
曲線	2次元の空間
直線	1次元の世界

微分とは、変化するものを、1つ低い次元に落として表わすものである。
従って 一つ低い次元の式となる。

ひょっとしたら、時空の中を動く現象を3次元の空間に映し出し、
空間の中を動く点の動きを平面に映った影で分析できるかもしれない。

身のまわりのもの	分かりやすい	} → 同じもの
それらを超えたもの	何か得体の知れないもの	

同じものの別の側面が、あるときは親しい身のまわりのものに見え、
あるときは、正体なき大いなる力に感じられたりする。

この何か、全体的なものを操作したり、記述したりできる道具が
あれば、その一端を捉えることが出来るのではないか。

微分積分というのは、そういう道具になる可能性がある……
身近なものとして現われたものを微分を使って記述できれば、
そのものの正体を知ることができるのではないか。

仕事をわかりやすくする

6、微分は、予測するものである

積分は、過去の記録を積み重ねるための手法である。

傾向を調べる

未来
↕
過去

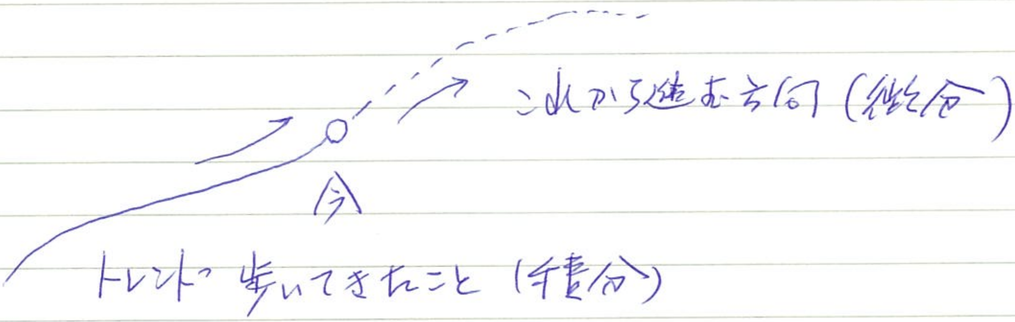
未来や起こりつつあること —— まだ全部は見えず、部分的に現れているにすぎない

↓

その現れ方やようすや傾向を分析するのが微分

全体が見えているもの　B/Sの時点　（積分）全体的なもの

部分的に現れているもの　P/Lの期間　（微分）身近なもの



（微分）		（積分）
直線	⇄	曲線
平面	⇄	曲面
二次元	⇄	三次元
未来	⇄	過去
部分	⇄	全体

7. 微分方程式

(1) ある変化する量があって　$f(x)$

(2) その全体が分かりにくい

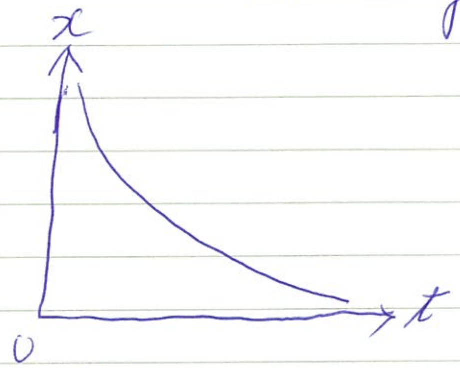
(3) (1)が変化するとき、それを微分方程式で表す

8. タンクの液体が減る速さ

液体の出る速さ（液面の変化の速さ）は、その面の高さ（液体の量の大きさ）に比例する。　変化の速度は○○に比例する

液体の面の高さ x その変化の速さ　$\dfrac{dx}{dt} = -ax$

y が x に比例するとき、$y = ax$，x は減少するので $-a$



お湯が冷める早さ（x お湯と周囲の温度差）

$$\frac{dx}{dt} = -ax$$

ラジウムの崩壊の早さ（ラジウムの量 x）

$$\frac{dx}{dt} = -ax$$

9. 微分方程式の使い方

(1) 全体の様子はよく分からないけれど....

(2) 今見ているものの変化の様子はよく分かる。

↓

仮定、大変な威力を発揮する

10 コンピューター

近似値の計算

近似値しか計算できない。

11. 極限という概念