第13回　企業組織再編

会計と経営のブラッシュアップ
平成 27 年12月21日
山内公認会計士事務所

本レジュメは、企業会計基準及び次の各書を参考にさせていただいて作成した。(企業組織再編の会計と税務 山田淳一郎監修 H22.10 税務経理協会刊)
(企業買収・グループ内再編の税務　佐藤信祐外著　2010.11 中央経済社刊)(事業再生の法務と税務　太田達也著　H25.6　税務研究会刊)
組織再編の法律、会計税務 山田BC [illegible]法令刊)

Ⅰ　企業組織再編による事業再生

1．事業再生の諸手法、譲渡(分離)側と取得側からの検討(税務、会計、経営)

区　分	内　容	メリットとデメリット
(1)事業譲渡	① 営業(財産)の一部又は全部の譲渡	① 設計がしやすい
	② 契約による取引行為	② 簿外債務リスクが少ない
	③ 個々の財産の譲渡	③ 許認可の引継ぎの困難
	④ 株式の譲渡の方法	④ 事業譲渡価額の決定
	⑤ 営業権の計上 (要説明資料)	⑤ 消費税の課税
	⑥ 充分な再建計画の必要性	⑥ 資産譲渡益の処理
(2)分　割	① 個別の取引でなく、包括的な資産負債の移転(包括承継)	① 個別の同意は不要
	② 第 2 会社方式の活用	② 許認可手続の容易化
	③ 適格、不適格の区分	③ 重畳的債務引受を行う方法
	④ 営業権(資産調整勘定等)	④ 簿外債務の承継リスク
	⑤ 対価の柔軟化	⑤ 消費税、不動産取得税、登録免許税
	⑤ 移転資産の範囲	⑥ 資産譲渡益の処理
	⑥ 充分な再建計画の必要性	
(3)その他の方法	① 債権放棄	
	② 増減資	
	③ DES	
	④ DDS	
	⑤ 株式交換、株式移転	
(4)株式譲渡	①株式の譲渡	①非常にわかりやすい
	②個人不動産の譲渡 (ME)	②法人格に移動が生じない
		③欠損金引継免除益要請
		④認許可不要
		⑤簿外債務リスクがある

3．その他の組織再編の概要図

(1) 債権放棄

旧債権者　　　債権者、株主構成の変化

A社	新株主等	A社
↓	↓	
債権放棄	②増資 ③融資	

説　明

①債権放棄と
②、③増資等による
財務の改善

(2) 増減資（株主構成の変更）

旧株主	新株主	株主構成の変更
A社	↓	A社
↓		
①減資	②増資	

①、②によるオーナーの交代による財務の改善

(3) DES

説　明

債務の資本化（負債→資本）

B/S

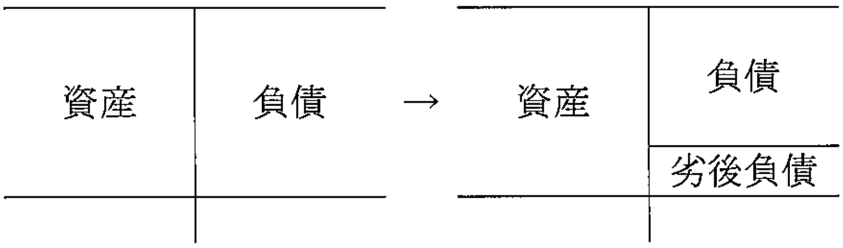
資産	負債 △資本	→	資産	負債 資本

債務を資本へ振替えるときの注意点!!

(4) DDS

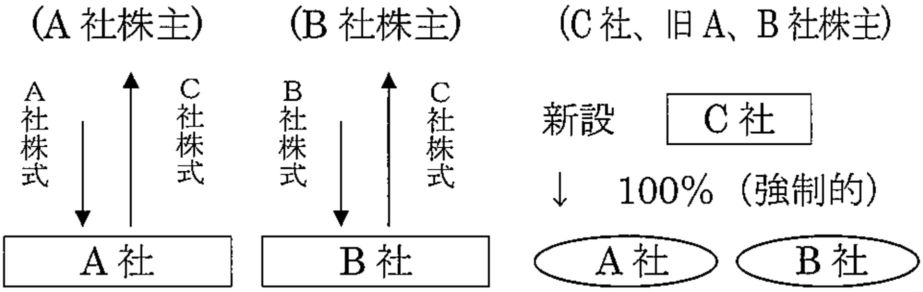
債務の劣後化(負債→長期化)

B/S



(5) 株式交換

(5)-2 株式移転



1 又は 2 以上の株式会社(A 社、B 社)がその発行済株式の全部を新たに設立する C 社に取得させる方法である(原則として A～C 社の株主総会の特別決議が必要)

（検討すべき課題）

1. 共通支配下の取引の意味(合併)

2. 親子会社間の合併、子会社同士の合併、同一の者(個人)に支配されている会社同士の合併

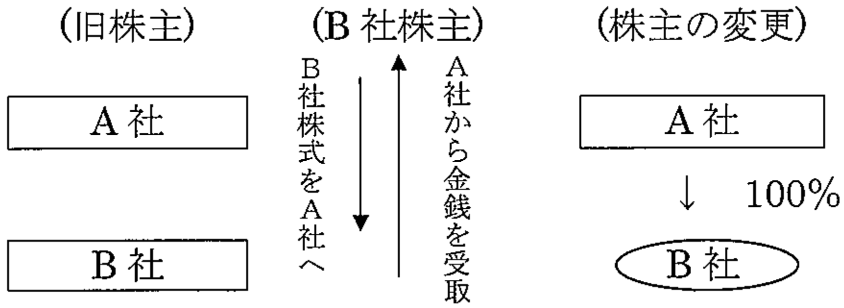
3. 同一の者(個人)の支配と適格合併

4. №.1～3 の場合(資産、負債の簿価引継)の繰越欠損金の引継

5. 抱合せ株式消滅差損益についての別表四、五(一)の処理

6. 資産負債差額、営業権の資産性の有無

4．株式の譲渡



B社の株式をA社が
現金で購入する

(1)売り手の株主

A、株主が個人である場合
① 株式の譲渡益課税20%の申告分離課税
所得税15%、住民税5%
② 上記株式の譲渡損がある場合には、通算可能
買戻しは子供で行うこともできる

B、株主が法人である場合
他の所得と合算して法人税等が課税される。
現行の実効税率は、約33%である。
C、取締役等の退職金
株式譲渡価額に反映する。

(2)買い手
①取得価額は、買取金額と付随費用
②のれん以上の工夫
(ⅰ)買い手が買収後事業譲渡―取得会社売却益―譲渡会社で償却
→取得会社の解散、清算で課税損失
(ⅱ)株式買収会社で、合併又は清算して営業権計上

5．不動産の譲渡と合わせた取引

(1)株式譲渡価額と調整可能

(2)株式と土地(不動産)を分割して考える

株式―営業権プラス
土地―借地権等プラス

６．株式譲渡と事業譲渡の比較

(1) ケース(株式譲渡の場合)

譲渡株式　　資産 20 億、負債 25 億、純資産△5 億、青色欠損金△15 億
譲渡対価　　5 億円

(a) 売手の仕訳(株式譲渡の場合)

現金　5　/　株式譲渡益　5　　--- 株式譲渡損が出る場合も、
(個人 20%課税、法人 33%課税)

買手の仕訳

株式　5　/　現金　5

(b) 売手の仕訳(事業譲渡の場合)　　---- 既存会社はからっぽになる、売手に残る、資産の譲渡に消費税がかかる、

現金　5　/　資産　20
負債　25　/　譲渡損益　10
(会社の青色欠損金 15 億円で譲渡益相殺)

買手の仕訳

資産　20　/　負債　25
のれん　10　/　現金　5

(c) 有利不利の判定　　--- これだけしかない

(a) 売手会社の青色欠損金の活用(事業譲渡)
(b) 買手ののれん(資産調整%)の活用(事業譲渡)
(c) 株式譲渡の場合は(a)　(b)がない

(資産負債調整%)

その直前に営む事業及び譲渡資産、負債の概ね全部が移転する場合には、非適格合併、分割、事業の譲受けについては、資産負債調整%(のれん)を計上できる。
こののれんは、事業譲渡等があった日の属する事業年度から 5 年間で損益算入しなければならない。

9/16'15 セミナー

【組織再編】

Q４６：対価の柔軟化

Ａ４６：合併、分割等において株式の代わりに金銭のみの交付が出来るようになりました。

（但し、非適格となる）

現行商法では合併、分割、株式交換、株式移転に際して、消滅会社の株主、分割会社の株主、完全子会社の株主に交付される財産は存続会社、分割承継会社、完全親会社の株式に限定されています。

しかし、昨今企業再編の必要が高まり、国内に留まらず、外国企業との企業再編も取り沙汰されていますが、企業再編の対価が株式に限定されていることから、株式以外の金銭その他の財産も対価として交付することを認めるよう要望がありました。

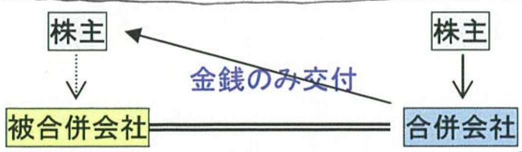
新会社法では吸収合併、吸収分割、又は株主交換の場合に消滅会社等の株主に対して存続会社等の株式を交付せずに、金銭その他の財産の交付することができるようになりました。

これに従い、株式に代えて交付される財産の評価によって、消滅会社の株主や債権者に影響を与えることになりますので、その算定方法などを知らしめるために「消滅会社の株主に対する株式の割当てに関する事項についてその理由を記載した書面」「対価の内容を相当とする理由を記載した書面」の開示が定められました。

この対価の柔軟化により、次のような組織再編が可能となってきます。

○　金銭のみによる合併（キャッシュ・アウト・マージャー）

消滅会社の株主に対して、金銭のみを交付する合併をいいます。この場合には存続会社は合併によっても合併前の株主構成が変わらずに再編を行うことが可能です。



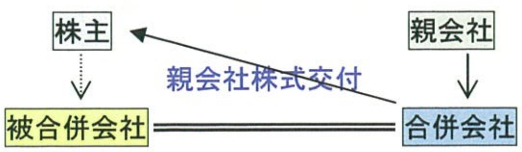
（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、金銭を見返りにもらう）

非上場確定、完全と同じ

○　親会社株式による合併

消滅会社の株主に親会社の株式を交付する合併（三角合併）が可能となります。

この方法で外国企業が日本に子会社を設立し、その子会社が他の日本企業を吸収合併する際、親会社である外国企業の株式を交付することにより、金銭を用いずに外国企業が国内企業を合併することが可能です。



（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、合併会社の親会社の株式を見返りにもらう）

Ⅱ. 無対価分割（主として不適格の場合）

10頁　対価の柔軟化参照

分社型分割

分割法人　A

↓

分割承継法人 B

AがB株を保有している

AがB社株を所有していない場

分割型分割

（法法二十二の九）

分割法人　A

↑100　↑10

分割承継法人 B

(1) BがA社株100%を保有

(2) Bが　〃　0%　〃

(3) Bからの分割対価資産のすべてが分割法人の株主に交付される場合

(4) BはAに対して、分割の対価（承継対象権利義務の対価）を金銭で交付する

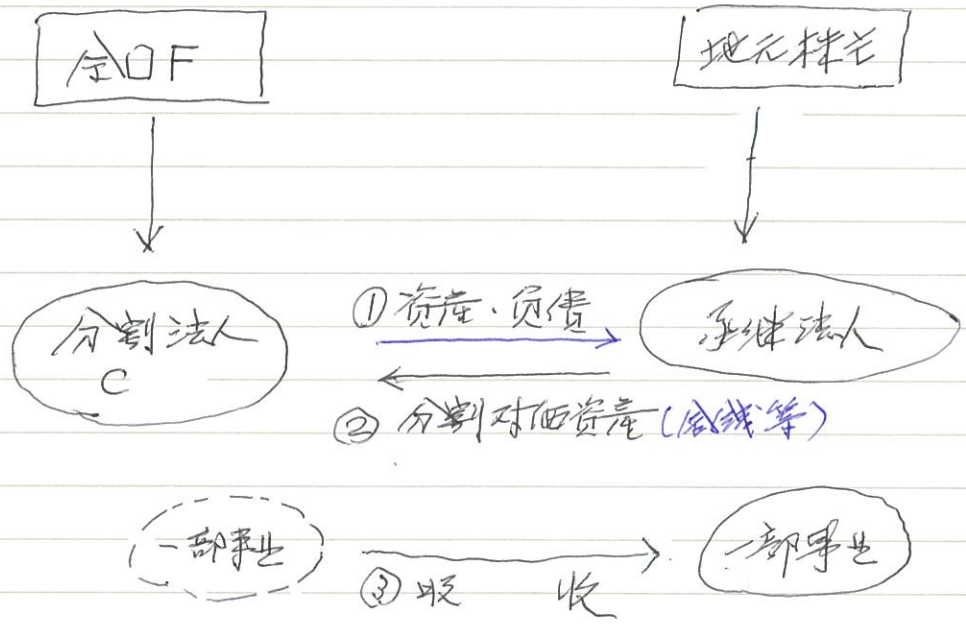
（対価の柔軟化）

前頁(2)の場合 ― 非適格

1. 分割法人において譲渡損益を計上する。

2. 分割法人の株主については、何ら対価が交付(株式)されないので 時価譲渡とみなす。 金銭の交付は、分割法人にある

3. 全体的な流れ



(分割法人)

諸負債	×××	諸資産	×××
		譲渡益	×××

(承継法人)

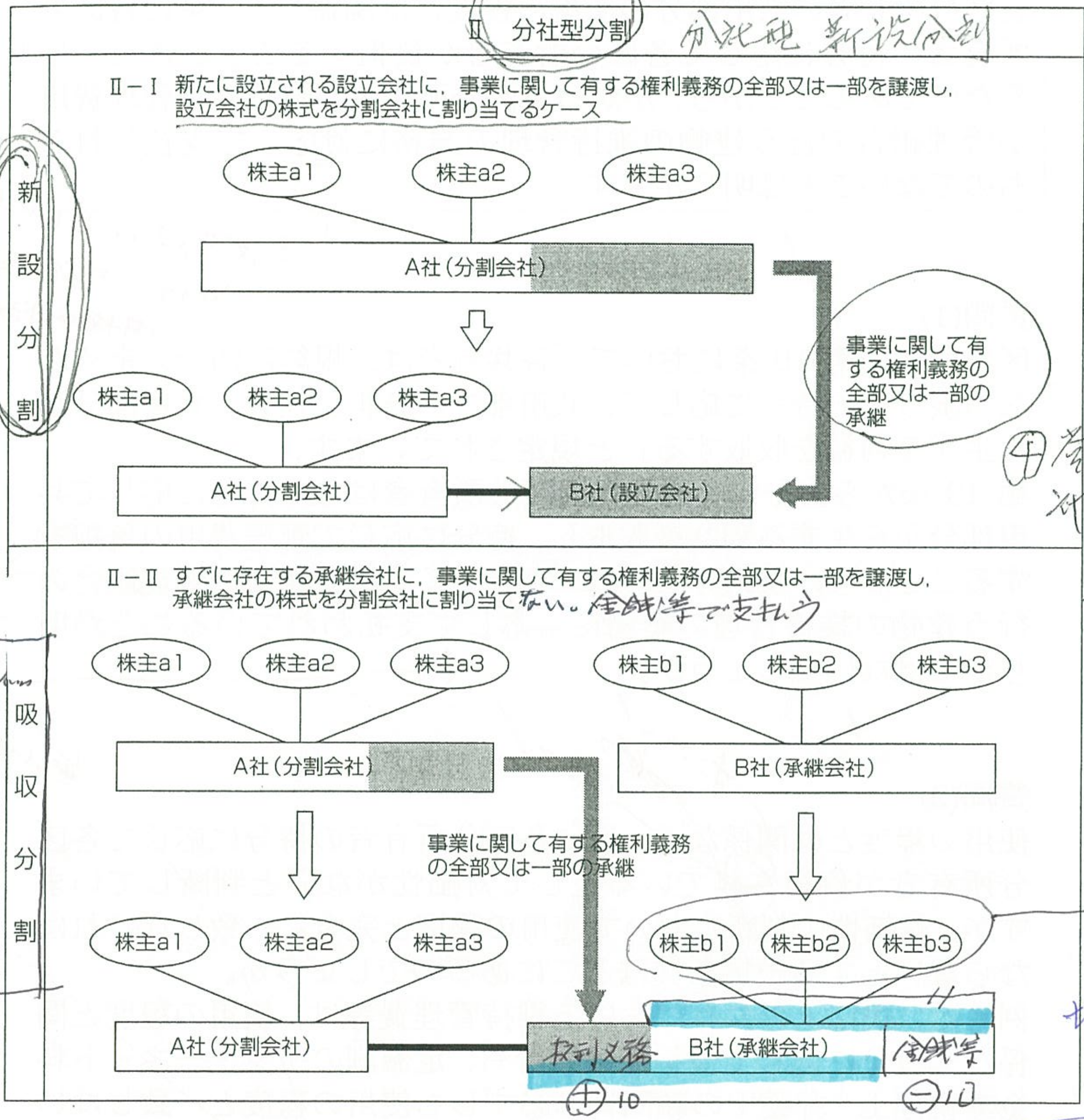
諸資産	×××	未払金(金銭)	×××
営業権	×××	資本金	0

(2) 無対価吸収分割
又は 対価の柔軟化

(1) 分社型分割
山田

12

Ⅱ　分社型分割の形態



(4) 営業権の計上の可否
OK

株主は変動しない
増資はない

資産負債10 (営業権その他) / 金銭等

⑩

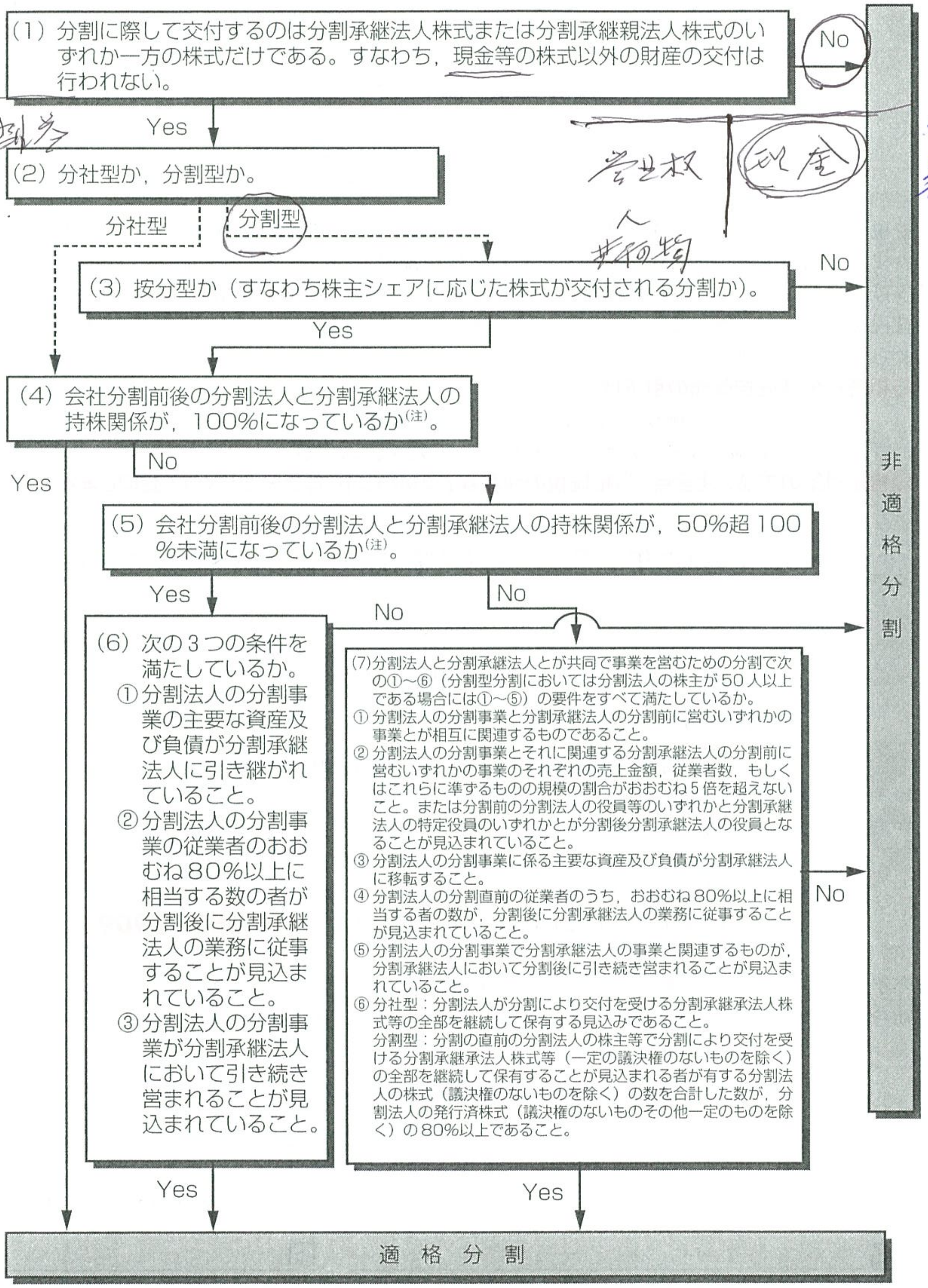
(1) 非適格分社型分割
See ⑨、⑮、⑯

(2) 営業権の計上の可否
See ⑪、⑭、⑯
新設 See ⑫、⑬

(3) 仕訳
See ⑮

(4) 会計基準
⑰ ⑱

(5) 会社法
⑲ ~~⑱~~ ⑳



(注) 兄弟会社（同一の者によって支配される関係の会社）間の分割も含まれる。その場合には，当該同一の者による支配株式の継続保有が見込まれることが条件となる。

 9/16 '15 ヤマシタ 14

Q46：対価の柔軟化

(2007)
H19.5.1から施行（会法附則4）

A46：合併、分割等において株式の代わりに金銭のみの交付が出来るようになりました。

（但し、非適格となる）

現行商法では合併、分割、株式交換、株式移転に際して、消滅会社の株主、分割会社の株主、完全子会社の株主に交付される財産は存続会社、分割承継会社、完全親会社の株式に限定されています。

しかし、昨今企業再編の必要が高まり、国内に留まらず、外国企業との企業再編も取り沙汰されていますが、企業再編の対価が株式に限定されていることから、株式以外の金銭その他の財産も対価として交付することを認めるよう要望がありました。

新会社法では吸収合併、吸収分割、又は株主交換の場合に消滅会社等の株主に対して存続会社等の株式を交付せずに、金銭その他の財産の交付することができるようになりました。

これに従い、株式に代えて交付される財産の評価によって、消滅会社の株主や債権者に影響を与えることになりますので、その算定方法などを知らしめるために「消滅会社の株主に対する株式の割当てに関する事項についてその理由を記載した書面」「対価の内容を相当とする理由を記載した書面」の開示が定められました。

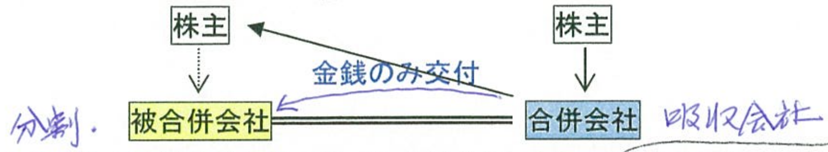
この対価の柔軟化により、次のような組織再編が可能となってきます。

○ 金銭のみによる合併（キャッシュ・アウト・マージャー）

吸収会社

分割 消滅会社の株主に対して、金銭のみを交付する合併をいいます。この場合には存続会社は合併によっても合併前の株主構成が変わらずに再編を行うことが可能です。

吸収



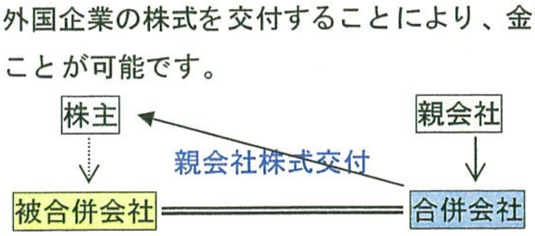
（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、金銭を見返りにもらう）

事業譲渡
労働と同じ

○ 親会社株式による合併

消滅会社の株主に親会社の株式を交付する合併（三角合併）が可能となります。

この方法で外国企業が日本に子会社を設立し、その子会社が他の日本企業を吸収合併する際、親会社である外国企業の株式を交付することにより、金銭を用いずに外国企業が国内企業を合併することが可能です。



（被合併会社の株主は被合併会社の株式を合併会社に渡し、合併会社の親会社の株式を見返りにもらう）

（効果）① 分割会社に金銭のみを交付する吸収分割が可能
② 現金分割では組織変更の前後で株主の構成が変化しない
③ 完全子会社化して後の分割という手間がなくなる
④ 事業譲渡にない分割のメリットを生かせる

(13) D28~30 機能する組織.

27 The Manager and His Work

作成日 14 . .

作成者

(2015.06.22)

1. It was Bismarck, who said: " Its easy enough to find a Minister of Education; all the job needs is a long white beard. But a good cook is different; that requires universal genius.

2. A maneger has two specific tasks.

(1) The first specific task is lager than the sum of products more than the sum of the resources put into it.

like the conductor of a symphony orchestra.

(2) and the composer

3. The maneger harmonize three major functions of business enterprise

(1) managing a business

(2) managing manegers

(3) managing worker and work

○ 文部大臣になることは易しい。長くて白いヒゲがあればよい。
コックはそうはいかない。才能が必要である …… ヒスマルク
経営者の仕事とは何か、それは長くて白いひげ以上のものである。

○ 手品師 ― 先に準備する Mr.マリック

○ 二つの時間の調和 ― 長期と短期

○ マネジメント以外の多様な仕事

販売部門の経営管理者	売上げの分析と達成	大切な顧客のもてなし
職長	生産、工場の経理	生産報告に記入
製造部門の経営管理者	新工場の設計 新原料の試験	
社長	大きな契約	銀行借入れのまとめ ディナーのホスト役

○ 経営管理者に特有の仕事
(1) 目標の設定
(2) 組織 活動や作業の
(3) 動機づけを行ない、コミュニケーションを行う
(4) 評価と測定
(5) 部下の育成

1 The second specific task of the manager is to harmonize in every desition and action the requirements of immediate and long-range future.

2 He must, so to speak, keep his nose to the grinstone while lifting his eyes to the hills.

3 There are five such basic operations in the work of maneger

(1) sets objective

(2) maneger organizes.

(3) a maneger motivates and communicates

(4) the job of management

(5) a maneger develops people

Next Society

14-7

作成日 . .
作成者

1 IT革命の先に何があるか

(1) IT革命のインパクトとは一体何か
情報のインパクトではない
人工知能でもない、
コンピューターでもない
MIS的な意思決定でもない
→ eコマースのインパクトである

But it is
not "information"
not "artificial intelligence"
not "effect of computers and data processing on decision-making, policymaking or strategy.

→ It is "e-commerce"

that is, the explosive emergence of the Internet as a major worldwide distribution channel for goods, for services, and, surprisingly, for managerial and professional jobs.

14-7-2

作成日 . .

作成者

This is profoundly changing economies, markets,

and industry structures;

; products and services and their flow;

; consumer segmentation, consumer values, and consumer behavior;

; jobs and labor markets.

But the impact may be even greater on societies and politics and, above all, on the way we see the world and ourselves in it.

At the same time, new and unexpected industries will no doubt emerge, and fast.

One is biotechnology

Another fish farming

Gutenberg's printing revolution, around 1455

The Industrial Revolution of the late 18c

14-7-8
作成日 . .
作成者

The Railroad

Then, in 1829, came the railroad, a product truly without precedent, and it forever changed economy, society, and politics.

The railroad was the truly revolutionary element of the Industrial Revolution, for not only did it create a new economic dimension but also it rapidly changed what I would call the mental geography.

産業革命から50年後に鉄道が現われ → 経済、社会、政治が変化した

コンピュータの発明から50年後に インターネットによる E-コマースが現われ → 〃 する筈である.

14-7-4
作成日 . .
作成者

The Meaning of E-Commerce

And like the railroad 170 years ago,
e-commerce is creating a new and distinct boom,
rapidly changing the economy, society, and politics.

In the new mental geography created by the railroad,
humanity mastered distance.
In the mental geography of e-commerce, distance
has been eliminated. There is only one economy
and only one market.

14-7-5

作成日 . .

作成者

	ツール	コンテンツ (結果①)	その先 (結果②)
情報の	メディア	メッセージ	
鉄道の	レール	運搬	
インターネットの	Web	e-commerce	

E-commerce is to the Information Revolution what the railroad was to the Industrial Revolution — a totally new, totally unprecedented, totally unexpected development. And like the railroad 170 years ago, e-commerce is creating a new and distinct boom, rapidly changing the economy, society, and politics.

A midsize company which have some 60% of market china, Almost overnight it more than half of its market by the European manifacture that offered china of apparently better quality at a lower price and shipped cheaply by air.

14-7-6

作成日　・　・

作成者

In the new mental geography created by the railroad, humanity mastered distance. In the mental geography of e-commerce, distance has been eliminated. There is only one economy and only one market.

This illustrates another important effect of e-commerce. New distribution channels change who the customers are. They change not only how customers buy but also what they buy. They change customer behavior, savings pattern, industory structure — in short, the entire economy. This what is now happening, and not only in the U.S. but increasingly in the rest of developed world, and in a good many emerging countries, including mainland China.

e-コマースについてのもう一つの重要な面.

(1) 流通チャンネルは、顧客が誰かを変える

(2) 顧客がどのように買うかだけでなく、何を買うかを変える

(3) 消費者行動を変え、貯蓄パターンを変え、産業構造を変える

(4) ひとことで言えば、経済全体を変える。

14-7-7
作成日 . .
作成者

発明・革命	最初の50年内	その後 60年後
グーテンベルクの印刷革命 (1455年)	修道士が筆写していた 宗教書と古典書の出版 ↓ 最初の50年内で筆写書が 手に入れやすくなった	ルターのドイツ語訳聖書が 大量に印刷された 破格の安さで売られた ↓ ルターの聖書は社会を変えた 宗教を再生させた 150年に及ぶ宗教改革が起き マキャベリが引用のない君主論 (16Cのベストセラー)を著した
産業革命 ジェームスワットの蒸気機関 (1769年)	産業革命が実際に最初の 50年内にしたことは、 産業革命以前からあった 製品の機械化だけであった。 確かに生産量を大幅に 増やし、生産コストを大幅に 下げた。 大量消費者と大量消費財 を生み出した。しかし 製品そのものは産業革命の 前からあった	1829年に鉄道が現われ 人と物資の輸送に利用 された、移動能力を人間が 得ることとなった。 ↓ 地理概念を変えた。 人類が初めて本当の移動 能力を得た、初めて普通の 人の世界が広がった 経済を変えただけでなく、 心理的な地理概念を変えた

14-7-8
作成日 . .
作成者

コンピューター発明
(ENIAC 1943〜46年)

〜1995年

IT革命の前から
存在していたもののプロセス
を変えたにすぎない

情報自体にはいささかの
変化ももたらしていない
50年前に予測された
変化は一つとして起こって
いない。
意思決定の方法も仕方も
変わっていない

IT革命が行ったことは、
昔からあった諸々のプロセスを
ルーティン化しただけで
あった。大幅な時間の節約
とコストの削減があった
だけである。

仕事の方法については、
いままでのところ、IT革命は
すでにあったものをルーティン化
したにすぎない。

2008年〜

14-7-9

作成日 . .

作成者

Industrial revolution

1. Then, in 1829, came the railroad, a product truly without precedent, and it forever changed economy, society and politics.

2. But despite all these effects, the Industrial Revolution in its first half century only mechanized the production of goods that had been in existence all along, the products themselves had been around all along.

3 The railroad was the truly revolutionary element of the Industrial Revolution, for not only did it create a new economic dimention, but also it rapidly changed what I would call the mental geography.
For the first time in history human beings had true mobility. For the first time the horisons of ordinary people expand.

14-7-10

作成日 . .

作成者

4. From the First computers, it had been 50 years — it had only transformed process that were here all along.

The process have not been changed at all. They have been routinized, step by step, with a tremendous saving in time and, often, in cost.

14-7-11

作成日 . .
作成者

E-Commerce :
The Central Challenge

1. Traditional multinationals will, in time, be killed by e-commerce.
The e-commerce delivery of goods will require a different organization from today. It will also require a different mind-set. Indeed, the very way performance is measured will chang.

2. For instance —
(1) delivery will become the critical "core competence" in business.
(2) its speed, quality, and responsiveness may well become the decisive competitive factor.

3. E-commerce does not merely master distance, it eliminates it, for example Amazon.com, today the world's biggest bookseller, neither knows nor cares where the purchase order comes from.

14-7-12

Cars by E-Mail

作成日 . .
作成者

1. One example : One of the fastest growing business in the U.S. today is an e-mail seller of new passenger automobiles : CarsDirect.com.
it was founded as resently as January 1999, and became in July 1999 one of the twenty largest car dealergs in the country.

2. It has signed up eleven hundred traditional dealers throughout the country to deliver CarsDirect's sale's to the local purchaser, with a guaranteed delivery date and with quality-controlled service.

3. Deliverly is equally important — it may indeed be more important — in e-commerce between businesses.
It is growing even faster than e-retail commerce and is becoming transnational even faster.

4. E-commerce separates, for the first time in business history, selling and purchase.

14-7-13

E-Commerce

作成日 . .
作成者

1. Just as e-commerce separates selling and purchasing,
it separates making and selling.
Under e-commerce, what we now know
as "production" becomes procurement.
生産 取得.

2. In fact, as both Amazon and Cardinect show, the great
strength of e-commerce is preciously that it provides
the customer with a whole range of products,
no matter who makes them.

3. But in traditional business structures, selling is still
seen and organized as a servant to production,
or as the cost center that "sells what we make."
In the future, e-commerce companies will sell
"what we can deliver"

1 The New Tasks — Manager

(1) He must manage by objectives

(2) He must take more risks and for a long period ahead.

(3) He must be able to make strategic decisions.

(4) He must be able to build an integrated team.

(5) He will have to be able to communicate information fast and clea

(6) to see the business as a whole and to integrate his function

(7) to relate his product and industry to the total environment

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者　ジェフリー・A・クレイムズ　訳者　有賀裕子　2009年8月30日発行　ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

エピローグ　巨星ドラッカーの誕生　(299～頁を読んで)

「わたしは50年におよぶ著述活動をとおして、**全体構想**、**分権制**、**多様性**などに重点を置いてきた。**考え方、つまり抽象概念**を扱ってきたのだ。企業の幹部職にある人々には、わたしの教えを実地に活かしてほしい。わたしは一度として、学問そのもの、つまり、自分が世間から認められることを目的としてはこなかった。つねに、**世の中を変えること**を目指してきたのである」

(299 頁から引用)

インタビューの後、約 1 年かけてテープ起しをし、ドラッカーの著書を改めてよみ、同じ本であっても以前とは違う何かが伝わって来たという。代表作ですら、繰り返しや脱線が多く、章によっては仕上がりにムラがあり、一部には読みづらい箇所もあるという。この世を去る 6 ヶ月前に、「ビジネスウィーク」の編集者ジョン・バーンに対して**自信の最高傑作は 1950 年代の作品**であり、その後の作品を「最高傑作にはほど遠い」と形容したという。

世界史上のリーダーのなかでは、第二次大戦時のウィンストン・チャーチルを最高のリーダーと称えていた。ただしそれ以前のチャーチルは、歴史の脇役にすぎず、大きな役割を果していなかった。ドラッカーは**状況こそが人を育てる、少なくともいちばんよい面を引き出すのは状況だ**、と考えていた。

(304 頁から引用)

20 世紀を代表する経済学者ヨーゼフ・シュンペーターも、ドラッカーの父親と仕事上の付き合いがあり、足しげくドラッカ一宅を訪ねてきた。シュンペーターは**社会における起業家の重要性**にいち早く着目し、**技術の変化やイノベーションを促す彼らの役割**を高く評価した。後年はハーバード大学の教授となり、研究開発(R&D)に多大なヒト、モノ、カネを投じることのできる大企業こそ、**イノベーションの起爆剤**である、と論じた。

ピーター・ドラッカーはわずか 8 歳にして、かの**ジーグムント・フロイト**との出会いも果たしている。ドラッカー一家とフロイトはレストランで昼食をともにしたり、湖畔での休暇をいっしょに過ごしたりした。

ピーター少年は父親からこう諭されたという。「今日のこの日を決して忘れてはいけない。お前は今日、オーストラリア、いやおそらくヨーロッパで誰よりも重要な人物に会ったのだから」

「皇帝よりも大切な人なの？」

「そうだ。皇帝よりもかけがえのない人物だ」　　(306～307 頁から引用)

ときは 1930 年代はじめ。ピーターが祖母とともに路面電車に乗っていると、鉤十字をつけた男性が乗り込んできた。祖母はじっとしていられず、立ち上がると傘の先でその若いナチス党員を突いてこう言った。「あなたがどんな政治的信条を持っていても、わたしは気にしないし、もしかしたら、なかには意見が合う点もあるかもしれません。あなたのことは、教養と知性のある若者だとお見受けしました」。

そして鉤十字を指してこうつづけた。「そのあなたが、この印のせいで不快な思いをする人がいることに気づかないのかしら。他人の宗教をおとしめるのは、ニキビを笑いものにするのと同じくらい、卑劣な行いでしょう。あなたも、『ニキビ顔のうすのろ』なんて呼ばれたらいい気はしないでしょう？」

ピーターは、どうなることかと息を殺していたという。ナチスの党員は当時すでに、老女を平気でひどい目に遭わせるよう訓練されていたのだ。ところが幸い、その若いナチス党員は鉤十字を外してポケットに入れた。そして何分かのちに路面電車を下りると、祖母に向かって帽子をとって一礼したのだ。家族全員が、祖母のこのふるまいを知って震え上がる一方、胸を熱くしたり、溜飲を下げたりもした。 (312～313 頁から引用)

エルザ先生は、ひとりひとりの生徒の得意分野を大切にし、それを伸ばすために、短期と長期、両方の目標を設けた。そのあとではじめて、弱い分野にも目を向けるのだった。そして、生徒が力を伸ばし、独力で前へ進めるように、フィードバックを与えた。これは後年、ドラッカーの代表的な教えのひとつとなった。「能力が向上するかどうかはすべて本人の努力しだい」であるため、自己啓発ができるように、従業員には必ずフィードバックを与えなくてはいけない、という主張である。 (316 頁から引用)

「生徒が絵を描けずにいると、先生はクレヨンや絵筆を手にとり、幾何学模様のような絵を描いて見せた。非写実的な手法だったが、それでもちゃんとネコの絵だとわかった」。いくつもの線やかたちのなかから、ふいにネコの姿が浮かび上がり、生徒たちが歓声をあげる。するとゾフィー先生も目を細める。「先生は生徒をほめるとき、ただ笑みを浮かべるだけだが、褒められたほうにしてみれば無上の喜びだった」。

ドラッカーはエルザ先生を「ソクラテス式問答の名手」、ゾフィー先生を「禅師」と呼んだ。 (318 頁から引用)

エルザ先生とゾフィー先生は、教職の魅力を教えてくれた。四年生のころのこのふたりの先生との出会いがなかったなら、教職に就くことはなかっただろうという。

先生たちは、強みを伸ばす大切さを教えてくれた。エルザ先生は、学習成果を重視するようにと説いていた。何より大切なのは成果なのだから、と。得意な分野、もっとがんばらなくてはいけない分野が何か、知ろうとする姿勢が欠かせないのだ。エルザ先生の試験を受けて自己採点をすると、生徒たちはみな、自分の強みと、努力して克服すべき弱みとを知ることができた。これは、ドラッカーのマネジメント思想の柱をなす考え方に通じている。『現代の経営』にはこんな一節があるのだ。「マネジャーには、自分の成果を測るための情報を与えるべきだ。望ましい成果を出すための軌道修正に間に合うように、情報を提供しなくてはいけない」 (328～329 頁から引用)

ドラッカーは、最近の著述家としては珍しく、二度の世界大戦を経験している。「怪物」や「子羊」との関わり合いをとおして、ナチスと全体主義の脅威を肌で感じた。1920 年代末のナチスの増勢と、1933 年の選挙でのヒトラーの勝利を間近で眺めていた。ドイツを出国する前夜、のちに「怪物」として人々を恐れさせたヘンシュが訪ねてきたとき、世界がどこへ向おうとしているのかを悟った。ナチズムを社会現象として受け止め、後年『「経済人」の終わり』でそう主張したところ、学界からは反発を買った。

ドラッカーはまた、ラインホルト・ヘンシュのような怪物だけでなく、傲慢さという罪が世の中をどれほど悲劇に陥れるかも、目の当りにしていた。ポール・シェイファーは、「最悪の事態を防げるのは自分だけだ」と信じたがゆえに、目を覆うような惨状を招いた。善意に根差してはいたが、またたくまにナチスの思う壺にはまり、その手先に成り下がって行った。世界とのパイプ役を果たし、ナチスに戦争と大量殺戮をつづける名目を与えてしまったのだ。ナチスが思いのままに振る舞うヨーロッパの実情を見えにくくすることにより、世界のリーダーたちにも、模様眺めを決め込む口実を与えた。(329～330 頁から引用)

ドラッカーの伝記を著したエリザベス・ハース・イーダスハイムは、ドラッカーの将来は、20 世紀前半に激動のヨーロッパで過ごすなかで決まった、と述べている。『P・F・ドラッカー――理想企業を求めて』において、「1930 年代に、ヨーロッパ経済が音を立てて崩れていく様子をまざまざと見せつけられえ、ドラッカーの胸の内には情熱がたぎってきた」と記しているのだ。

「氏は 1930 年代の荒廃や苦境について書き、企業や政府の稚拙なマネジメントがその原因だと考えていた。『経済発展の原動力が欠けていたことが、ヒトラー政権誕生の土壌をつくった』と確信していたのである」

「全体主義と共産主義の台頭を受けて、『活気溢れる企業が何としても必要だ』という思いは深まるばかりだった。1933 年にはこう書いている。『生活が苦しかったり、生計を立てる道を絶たれたりしてはじめて、ヨーロッパの人々は、社会は道理や分別ではなく、不合理な魔力によって動いているのだと思い知らされた。』つづいて、生活の糧を得る手立てがないと、人は孤立して凶暴さをむき出しにする、とも述べている」 (330～331 頁から引用)

ドラッカーへの旅

(H26.12.22)

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者　ジェフリー・A・クレイムズ　訳者　有賀裕子　2009年8月30日発行　ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

第13章　第四次情報革命　(236〜頁を読んで)

「**第四次情報革命**が進んでいる。この革命は、企業と個人にとって**情報の意味をすっかり変えてしまうだろう**」とドラッカーは言っている。
ドラッカーは、**時代の変り目**をことのほか鋭敏に察知する力を身につけ、その時々で別の角度から**歴史の転換点**を眺めている。

顧客、市場、競合他社など、**外界をよりよく理解するために情報を生かす**企業は、もっぱら内向きの発想で情報を使う企業よりも先を行くことができるはずだ。「IT分野では、50年にわたり、データの収集、蓄積、伝送などが中心に据えられていた。ITのTを重視していたのだ。だが、新たな情報革命ではIが主役になる筈である」と言う。ITは**データを生み出す**のみであったが、今後は、**情報の提供**を行う筈だ。経営トップの意思決定に**役立つ情報**を提供する、それは、市場を見る、顧客と意見を交わすなど、**組織の外側**で何が起きているかを探ることだ。

ITは、情報とか人工知能ではない、**世界規模の流通チャンネルとしての役割**を帯びている。即ち、ITが流通チャンネルの主役となるという意味でITの力は大きい。そして、組織の将来は、**人材を重んじ**、**知識労働者**にかかっており、部下ではなく、エグゼクティブ仲間へと位置づけを改めなければならない。

(13)

第１章～３章　組織変更・合併・分割
（会社法第７４３条～第７６６条）

2007 年 11 月 11 日
公認会計士　山内眞樹

組織再編（組織変更、合併、分割、株式交換、株式移転）、事業譲渡等、定款の変更等は会社の基礎の変更（fundamental changes）であり、株主の重大な利害に関ることから、すべて株主総会の特別決議が要求されている。また反対株主の株式等買取請求権や債権者異議手続についても定められている。

1．組織変更（会 743～747）
2．合併、吸収合併（会 748～752）
3．新設合併（会 753～756）
4．吸収分割（会 757～761）
5．新設分割（会 762～767）

（参考図書、記事）

会社法［机上版］（新、旧）	中央経済社編
株式会社法	江頭憲治郎著
組織再編ハンドブック	優成監査法人著
会社法　大要	龍田節著
商業登記の手続	日本法令登記研究会

1．組織変更（会 743～747）

1）組織変更計画の作成（会 743）
株式会社と持分会社間の変更のみ
常に、債権者保護手続が必要

2）株式会社の組織変更（会 744～745）
持分会社への組織変更
組織変更の効力発生日

3）持分会社の組織変更（会 746～747）
株式会社への組織変更

2．合併、吸収合併（会 748～752）

(1) 合併契約の締結（会 748）

株式、合名、合資、合同の 4 種の会社間で自由に合併できる。

(2) 株式会社が存続する吸収合併契約（会 749～750）

1） 合併契約の必要事項（会 749）

イ． 存続会社、消滅会社の商号及び住所（①一）
ロ． 消滅会社の株主に交付する対価、割当等（①二）
ハ． 自己株式への割当の禁止（①三）
ニ． 〃 新株予約権者に 〃 （①四）
ホ． 効力発生日（①六）

2） 合併契約の承認

イ． 特別決議等による（会 783①、795①、309②）
ロ． 簡易合併（会 796③）
合併が存続会社に与える影響が小
ハ． 略式合併（会 784①、796①）
被支配会社
ニ． 決議条件の加重
消滅会社の譲渡権限のない株式に存続会社の譲渡権限のある株式を交付する場合議決権の出席の 3 分の 2 以上、かつ半数以上（会 309③）

3） 債権者、株主、労働者の保護手続

イ． 債権者保護（会 789②、799②）
・官報公告
・知られたる債権者に個別催告
・決算公告
・異議があった場合の手続
ロ． 株主のための手続
・合併反対株主（会 785①⑤、797 の 1⑤）
・株式買取請求
・新株予約権買取請求
ハ． 労働者のための手続
・分割と異なり、雇用契約が承継されるため必要なし

4） 独禁法上の届出

・合併当時会社の中に総資産の合計額が 100 億円超と 10 億円超の双方が含まれる場合（国内の親会社、子会社を含む、独禁 15②）
・親子会社間、兄弟会社間の合併は不要

5） 全商法上の届出

・有価証券報告書の提出会社の届出
・有価証券報告書の提出会社でない場合
合併に際しての発行価額が 1 億円以上となる時は有価証券通知書が必要

（3）持株会社が存続する吸収合併契約（会 751～752）

３．新設合併（会 753～754）

１）株式会社を設立する新設合併契約（会 753～754）

２）持分会社を設立する新設合併（会 755～756）

第３章　会社分割

４．吸収分割（会 757～761）

１）　吸収分割契約の締結（会 757）
「その事業に関して有する権利義務」の全部又は一部を対象とする。すなわち、「不動産」のみ、「貸付金」のみも対象とできる。
吸収分割ができるのは、株式会社と合同会社のみ
吸収分割承継会社には限定がない

２）　株式会社が承継会社となる吸収分割（会 758～759）
物的分割のみが規定され、人的吸収分割は、「物的分割＋剰余金の分配」として構成された（会 758 四）

３）　持分会社が承継会社となる吸収分割（会 760～761）
持分会社では、原則として総社員の同意を要する（会 802①）

5、新設分割（会 762～767）

1）新設分割計画の作成（会 762）
新設分割とは**分社**による新会社設立のこと
設立する会社の種類は４種どれでもいい

2）株式会社を設立する新設分割（会 763～764）

(1) 剰余金の配当財源規制

分割会社の株主へ金銭等を交付する場合には財源規制の対象となる（会 458,461）
しかし、分割会社が株式のみを株主に交付する場合には、財源規制がかからない（会 792,812）

(2) 債務超過会社の会社分割

分割会社及び承継会社において債務遅行の見込（無い場合も含む）に関する書面を備え置くのみでよいことになった。
旧商法では、分割会社と承継会社の債務履行性を要件としていた。

3）持分会社を設立する新設分割（会 765～766）

11

ベクトル・行列

平成27年12月21日

本レジュメは、次の各書を参考にさせていただいて作成した。
（行列・ベクトル　佐藤敏明著　2003.11 ナツメ社刊）
（実務数学講座テキストⅡ　㈶実務教育研究所）（経済数学早わかり 西村和雄著 S60.4.30 日本評論社刊）
（経済数学入門 岡部恒治 2006.12.25 新世社 発行）.
（行列とベクトルのはなし 大村平著 1983.8.26 日科技連 刊）

Ⅰ ベクトル

数を長方形や正方形に並べて、表にすると、状況（共通点や相違点）がわかりやすい。
これを一つのものとして扱う。

(1) 行
(2) 列
(3) 成分（2, 3）
(4) 行列（m行×n列）
　　A, B, C…
(5) 数　a, b, c…
(6) スカラー　数そのもの　k
(7) ベクトル　一組の数　, 1列に並ばせた兵隊

(1) 自然数　1, 2, 3, …
(2) 整　数　自然数 (+) −1, −2, −3, …
(3) 分　数　$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{2}$, …
(4) 有理数　整数 (+) 分数
(5) 無理数　分数で表せない
　　面積が2㎡の一辺の長さ
　　$\sqrt{2}, \sqrt{a}, \cdots$
(6) 実　数　有理数 (+) 無理数
(7) 虚　数　二乗して正にならない、マイナスになる数
　　$i^2 = -1$
(8) 複素数　実数 (+) 虚数

$a \in A$　aは集合Aのメンバー　$a \notin A$　メンバーでない

$B \subset A$　BはAの部分集合　Contain $\subset$　$A \cap B$　AとBの共通集合

1. ベクトルとは

数を縦あるいは横に並べて括弧でくくって1組としたもの

ガンモ 1個	1	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
コンニャク 2個	2	
ハンペン 1個	1	
名称	数字の羅列	客の注文、意味のある数字の集まり 列ベクトル
(i)	(ii)	(iii)

ベクトルは、名称(i)や単なる数字の羅列(ii)ではなく

意味のある数字の集まり(iii)となる。

2. 列ベクトル

列ベクトル	縦に並べたもの	転置 transpose T
行ベクトル	横に並べたもの	
成分	カッコ内の数	
次数	カッコ内の数字の個数	
スカラー	数そのもの k	
ベクトル	いくつかの数が1組になっているもの	

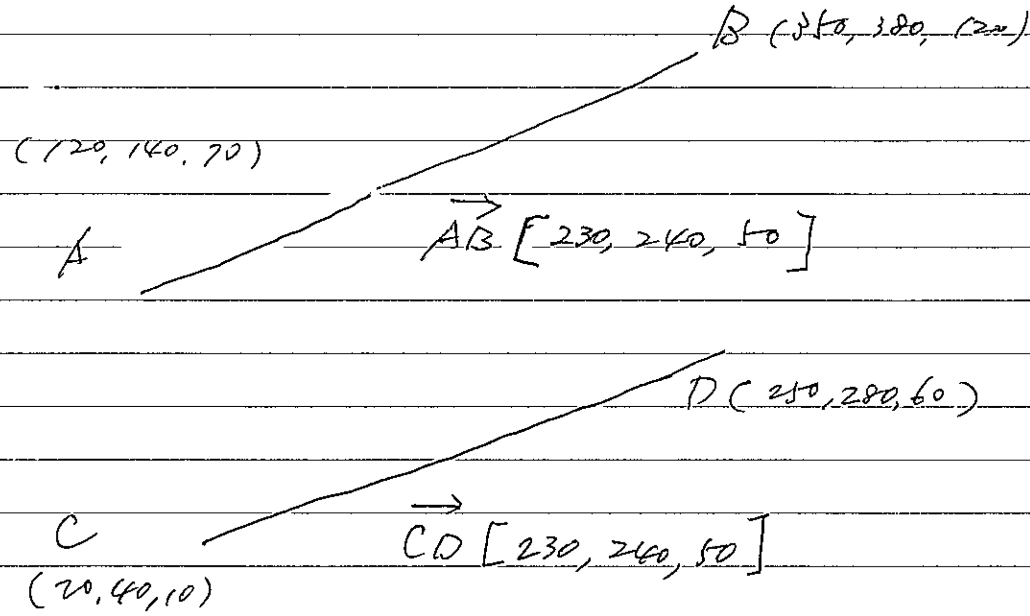
No.

Date

3 ベクトル $\overrightarrow{AB}$

座標上の A(120, 140, 70) から B(350, 380, 120) へ向かう矢印のことをベクトル $\overrightarrow{AB}$ という。

A をベクトル $\overrightarrow{AB}$ の始点、B をベクトル $\overrightarrow{AB}$ の終点という



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

4 ベクトルの大きさ

ベクトル $\overrightarrow{a}$ の矢印としての長さを大きさといい、

$|\overrightarrow{a}|$ とかく。

$\overrightarrow{a} = [a, b, c]$ ならば、

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$$ である

PLUS

5. 力としてのベクトル

長さ、重さ、力

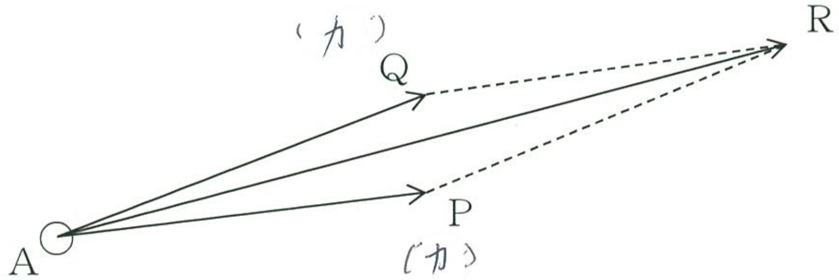
長さや重さは、それを図る単位を定めれば、１つの数によって表わすことができる。
しかし、**力**は単一の数だけでは十分に表しえない。
例えば、ある物体に**5ｇの力**を加えると言っても、これだけでは5ｇの力で押すか、それとも引っぱるのか明確でない。
つまり**力**を表わすには、大きさを表わす数とともに、それが**作用する向き**をも表示しないと完全ではない。

（大きさ）
（方向）
↓
力

ベクトル量＝大きさ＋向き →力
（大きさ）（方向）

スカラー量＝大きさ

矢線の長さで力の強さ（方向）（ベクトルの大きさ）を表わし、**矢の向き**が力の作用する向きを表す。



R（方向）→力

ＰとＱという２つの力が、物体Ａに作用することは、つまり物体ＡにＲというひとつの力が作用していることになる。

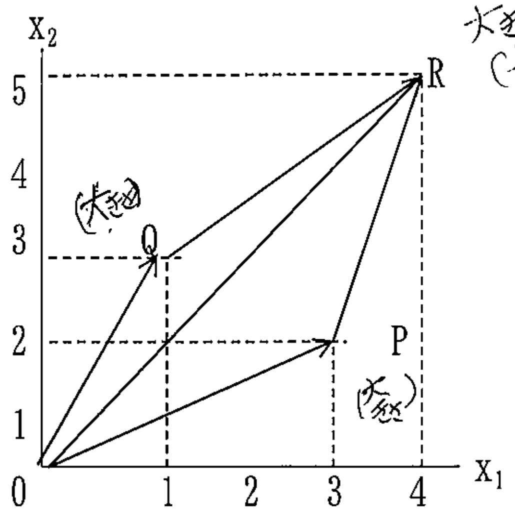
6 時点（当月末、前月末）等の相違にベクトルを較べると意味が生ずる

A、B、C、各商品の当月末在庫を（120、140、70）として、同品の前月末在庫を（350、380、120）と比較すると、その差は、

（350−120、380−140、120−70）＝（230、240、50）となる。

この間に仕入れがなければ、これは出庫を示し、通常は売上を意味する。

7. 線形代数（ベクトルを代数的に扱う）



大きさと(方向) 力

P　x_1軸で3、x_2軸で2を $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$と表現する

Q　〃　1、　〃　3〃 $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$　〃

するとRが$\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$と得られる。　$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$

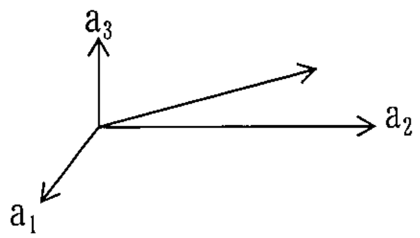
これは、2頁のNo.3ということである。

即ちP＝$\begin{pmatrix}p_1\\p_2\end{pmatrix}$、Q＝$\begin{pmatrix}q_1\\q_2\end{pmatrix}$ならば

R＝$\begin{pmatrix}P_1+q_1\\P_2+q_2\end{pmatrix}$となる。

8. すなわちベクトルは、図（グラフ）でも代数的でも計算できる。

3次元の空間の中で矢線を考えると、それは空間内の中の矢線となる。



a＝$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}$　b＝$\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$　c＝$\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\\a_3+b_3\end{pmatrix}$

9. 4次元以上のベクトル

現実の世界は3次元であるが、数学は現実を超えて抽象の世界へ導く。

> **定義1　－ベクトル－**
> ベクトルとは、いくつかの数を1列に並べたものを言う。
> 並んでいる1つ1つの数をベクトルの**成分**といい、並んでいる数の個数をベクトルの**次元**という。

定義＝数学上の約束・・・守らなければならない

n次元のベクトル

$$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

数学では、ベクトルは単に数が並んでいるものをいう

喫茶店のメニュー

	A店	B店	C店
	円		
コーヒー	80	70	80
ココア	70	70	70
紅茶	100	90	100
ジュース	120	100	120

A店とC店は値段に関して同等である。

> **定義2　－ベクトルの相等－**
> 2つのベクトルが相等しいとは、互いに対応する成分が等しいときをいう。すなわち、2つのベクトルは、
>
> $$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \qquad b=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$
>
> $a_1=b_1$、$a_2=b_2$・・・$a_n=b_n$のとき、そのときに限り相等しいといい、$a=b$と書く。

10. ベクトルの計算

定義 3　－ベクトルの加法－
ベクトル a、b が同一個数の成分をもつとき、つまり次元が等しいとき、相対応する成分の和を成分とするベクトル c を、a と b の和といい、
c＝a＋b と書く。（約束する）

定義 4　－ベクトルのスカラー倍－
ベクトル a を k 倍すると、ベクトル a の成分をすべて k 倍したベクトルをつくることができる。

$$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \text{を k 倍したベクトル} \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \\ \vdots \\ ka_n \end{pmatrix}$$

であり、これを ka と書く。（約束する）

定義 3 と定義 4 を合わせるとベクトル同士の減法ができる。つまり a－b＝a＋(-1) b である。

定義 5　－ベクトルの内積－
同じ次元の 2 つのベクトルから、相対応する成分の積をつくり、それらすべてを合計したものをベクトルの内積という。つまり、

$$\mathrm{a}=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad 、 \quad \mathrm{b}=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

であれば、$a_1b_1+a_2b_2+\cdots a_nb_\mathrm{n}$のことを**ベクトル a、b の内積**と呼び、(a, b) で表わす。

縦ベクトルを横ベクトルにする場合には 1 をつける。

$$\mathrm{a}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 3 \end{pmatrix}\text{ならば、}a^1=(1,2,3)\text{である。}$$

A と b の内積は

$$a^1b=(1,2,3)\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}=1\times2+2\times3+3\times4=20\text{ である。}$$

11. 内積

それぞれのベクトルの互に及ぼしあう力の表現が、内積である。

$\vec{a}, \vec{d}$ のなす角 θ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ とするとき、

$\vec{a}\cdot\vec{d} = |\vec{a}|\,|\vec{d}|\cos\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{d}$ の内積という

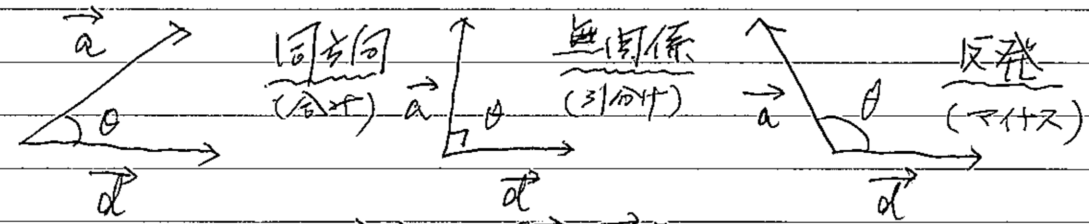
$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{d}}{|\vec{a}|\,|\vec{d}|}$$

内積の性質

① $\vec{a}\cdot\vec{d} > 0 \Leftrightarrow 0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$ （θは鋭角）

② $\vec{a}\cdot\vec{d} = 0 \Leftrightarrow \theta = 90^\circ$ （θは直角）

③ $\vec{a}\cdot\vec{d} < 0 \Leftrightarrow 90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ （θは鈍角）



$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$ $[\vec{a} \perp \vec{b}]$

（代数的性質）

$\vec{a} = [a, b, c]$, $\vec{d}\,[d, e, f]$ とする。このとき

④ $\vec{a}\cdot\vec{d} = ad + be + cf$ （成分ごとに掛けて足す）

⑤ $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c}$ （分配法則）

⑥ $\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$ （交換法則）

⑦ $\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|^2$

No.

Date

12. 内積の代数的性格

(1) トイレットペーパー・ティッシュ・紙タオルの@が k, l, m として
それぞれ 230箱, 240箱, 50箱ずつ仕入れると
$[k, l, m] \cdot [230, 240, 50] = \underline{230k + 240l + 50m}$ となる

(2) 平面上の2点 A (2, 3), B (−3, 2) がある。 点 C (−4, 9) に対して
$\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$ なる x, y を求めよ

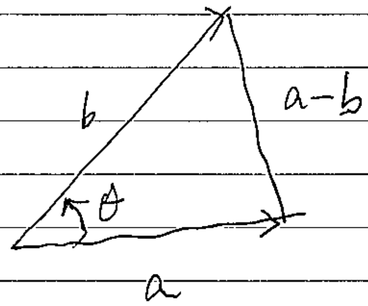
(3) 空間のベクトル $\vec{a} = [1, k, k]$, $\vec{b} = [k, k, 1]$ (ただし $k \neq 0$) が
互いに直交しているとき
① k の値を求めよ
② $\vec{a}$ と $\vec{b}$ とに直交し、大きさが 3 になるベクトルを求めよ

(4) $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき、2つのベクトル $\vec{a} = [-2, 1, 2]$ と
$\vec{b}$ [−1, 1, 0] のなす角度 θ の値は $\boxed{}$ となる。
ヒント：$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$ だから $\cos\theta = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

No.

Date

14 余弦定理から



$a-b=c$ として

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-(a-b)^2}{2ab}$

$a^2=a_1^2+\cdots+a_n^2$

$b^2=b_1^2+\cdots+b_n^2$

$(a-b)^2=(a_1-b_1)^2+\cdots\cdots+(a_n-b_n)^2$

$=(a_1^2+\cdots\cdots+a_n^2)-2(a_1b_1+\cdots+a_nb_n)+(b_1^2+\cdots b_n^2)$

$\cos\theta=\dfrac{2(a_1b_1+\cdots+a_nb_n)}{2|a||b|}=\dfrac{(a,b)}{|a||b|}$

10-2

作成日　．　．
作成者

1　ミクロ経済学の消費理論では、所得制約の下で、効用を最大にするように、消費者が需要を決める。

所得制約とは、財の価格を $p\,(p_1, \cdots, p_n)$、財の量を $x = (x_1, \cdots, x_n)$ というベクトルで、所得 I というスカラーで表わすと、

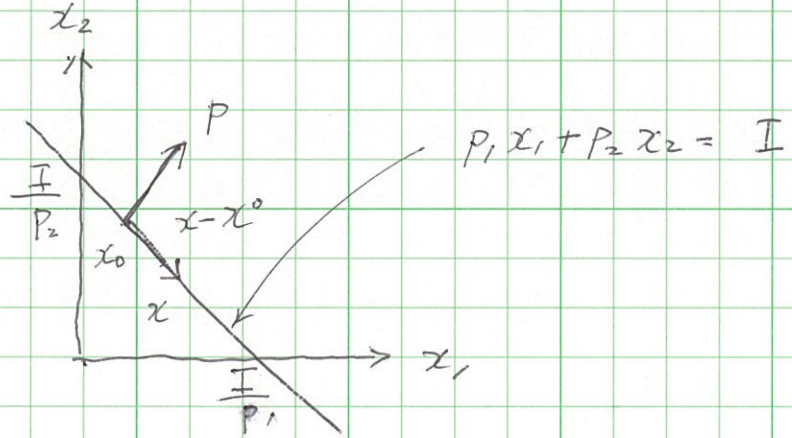
$$p_1 x_1 + \cdots + p_n x_n \leq I$$ となる。

ここで左辺の値は、p と x の内積 px である。

いま $px = I$ を満たすベクトル x^0 を1つ固定すると、$px = I$ を満たす他の任意のベクトルに対して $px = px^0$。

したがって $p(x - x^0) = 0$ が成り立つ。

このことは、p（財の価格）と $x - x^0$（財の量）が直交していることを意味し、ベクトル p は、$px = I$ で表わされる直線（あるいは平面）に直交する方向を表す。

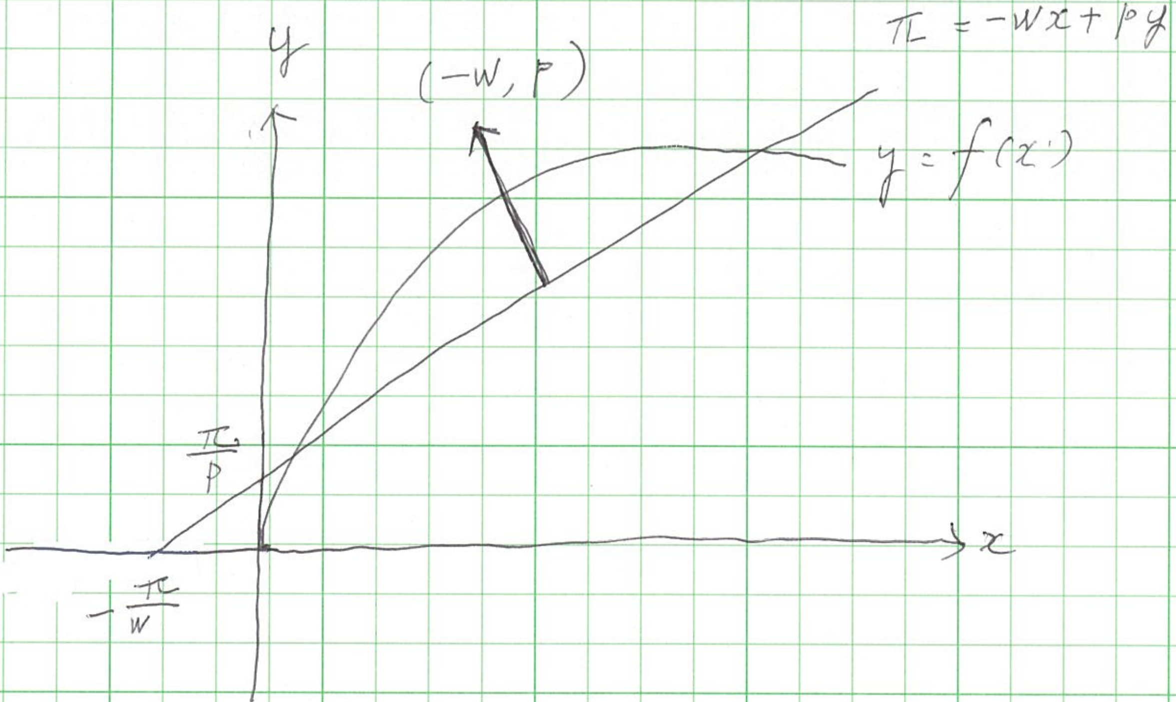


2 企業の理論では、生産要素 x を用いて生産物 y が生産されるというプロセスを生産関数 $y=f(x)$ として表わす。

一方、生産物と生産要素の価格を p, w とすると、
企業の利潤 π は売上 py から、費用 wx を差引いたもので、
$\pi = py - wx$ となる

これはベクトルの内積を用いて
$\pi = (-w, p)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と書きかえることができる。

従って、企業の利潤直線と直交するベクトルが、$(-w, p)$ となっていることがわかる



Ⅱ 行列

行列の計算

	加法（足し算）	乗法（かけ算）
結合法則	(A+B) +C=A+ (B+C)	(AB) C=A (BC)
交換法則	A+B=B+A	**※成立しない**
分配法則	A (B+C) ＝AB+AC (B+C) A=BA+CA	同左 同左
零行列 単位行列	A+0＝0+A=A	AE=EA=A
和の逆元 逆行列	A+ (−A) ＝ (−A) +A＝0	$AA^{-1}＝A^{-1}A＝E$

逆行列

$AA^{-1}＝A^{-1}A＝E$ となる A^{-1} を逆行列という。

$A＝\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} は

ad−bc≠0 のとき

$$A^{-1}＝\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

ad−bc=0 のとき存在しない。

ギリシア文字

α アルファ　β ベーター　γ ガンマ　δ デルタ　ε イプシロン

ζ ゼータ　η イータ　θ シータ　κ カッパ　λ ラムダー

κ

μ ミュー　ν ニュー

1 行列

定義6 －行列の定義－
m×n 個の数を、次のように方形に並べたものを行列という。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}$$

そして、横に並んだn個の数の組を上から第1行、第2行・・・第m行。縦に並んだm個の数を左から第1列、第2列、・・・第n列という。

定義2 －行列の加法－
m行n列の行列Aと、m行n列の行列Bとの和、

C＝A＋B

A，Bの相対応する要素の和となる。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} \cdots a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \cdots b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} \cdots b_{mn} \end{bmatrix}$$

であれば、

$$C = A + B \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \cdots a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \cdots a_{2n} + b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} \ldots a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

例．対称する行と列の要素を加える。

$A\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 、 $B\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 、 $C = A + B\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

定義 3 －行列の乗法－
m 行 n 列の行列Aと n 行 l 列の行列Bとの積ABは、m 行 l 列の行列Cであり、その要素 cij が次のようなものである。
$C_{ij}=a_{i1}\,b_{1j}+a_{i2}\,b_{2j}+\cdots+a_{in}\,b_{nj}$

例①Aの要素No.1 行を、Bの要素No.1 列に乗する。

$$A\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}\qquad B\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 5\end{pmatrix}$$

$$C\begin{pmatrix}1\times 2+3\times 3 & 1\times 1+3\times 5\\ 2\times 2+4\times 3 & 2\times 1+4\times 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11 & 16\\ 16 & 22\end{pmatrix}$$

例②Aの要素No.行を、Bの要素No.1 列に乗する。

$$A\begin{pmatrix}3 & 2\\ 6 & 1\end{pmatrix}\qquad B\begin{pmatrix}4\\ 5\end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix}3\times 4+2\times 5\\ 6\times 4+1\times 5\end{pmatrix}$$

例③Aの要素No.1 行を、Bの要素No.1 列に乗する。

$$A\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix}\qquad B\begin{pmatrix}4 & 7\\ 6 & 8\end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix}3\times 4+0\times 6 & 3\times 7+0\times 8\\ 1\times 4+1\times 6 & 1\times 7+1\times 8\\ 5\times 4+2\times 6 & 5\times 7+2\times 8\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}12 & 21\\ 10 & 15\\ 32 & 51\end{pmatrix}$$

例④Aの要素No.1 行を、Bの要素No.1 列に乗ずる。

(次にNo.2)	(〃)
(〃 No.1)	(No.2)
(〃 No.2)	(〃)

$$A\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}\qquad B\begin{pmatrix}b_{11} & b_{12}\\ b_{21} & b_{22}\end{pmatrix}$$

$$C=AB=\begin{pmatrix}a_{11}\times b_{11}+a_{12}\times b_{21} & a_{11}\times b_{12}+a_{12}\times b_{22}\\ a_{21}\times b_{11}+a_{22}\times b_{21} & a_{21}\times b_{12}+a_{22}\times b_{22}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \overrightarrow{a_{1*}}\cdot\overrightarrow{b_{*1}} & \overrightarrow{a_{1*}}\cdot\overrightarrow{b_{*2}} & \overrightarrow{a_{1*}}\cdot\overrightarrow{b_{*3}} \\ \overrightarrow{a_{2*}}\cdot\overrightarrow{b_{*1}} & \overrightarrow{a_{2*}}\cdot\overrightarrow{b_{*2}} & \overrightarrow{a_{2*}}\cdot\overrightarrow{b_{*3}} \\ \overrightarrow{a_{3*}}\cdot\overrightarrow{b_{*1}} & \overrightarrow{a_{3*}}\cdot\overrightarrow{b_{*2}} & \overrightarrow{a_{3*}}\cdot\overrightarrow{b_{*3}} \end{bmatrix}$$

どうして掛け算をあのように面倒な形にするのであろうか。

$$A=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix} \quad \text{について} \quad A\times B=\begin{bmatrix} ar & ct \\ bs & du \end{bmatrix}$$

とすれば，ラクなのに。こういう疑問が起こって当然だろう。これに答えるために，次の例からみていこう。

例 2.9

次の連立方程式の合成を考える。

$$\begin{cases} p=rx+ty \\ q=sx+uy \end{cases} \qquad \cdots\cdots①$$

なる連立方程式と（x，y が未知数），

$$\begin{cases} m=ap+cq \\ n=bp+dq \end{cases} \qquad \cdots\cdots②$$

という連立方程式（p，q が未知数,）が与えられたとき，m，n から p，q を求め，その p，q から x，y を求めることになる。

①と②の連立方程式の係数の表を，それぞれ，

$$B=\begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix} \quad \text{と} \quad A=\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{とおく。}$$

前の式①を②に代入すると，m，n から x，y を直接求める式になる。実際，

$$\begin{cases} m=a(rx+ty)+c(sx+uy)=(ar+cs)x+(at+cu)y \\ n=b(rx+ty)+d(sx+uy)=(br+ds)x+(bt+du)y \end{cases}$$

この最後の式の係数表の行列は

$$\begin{bmatrix} ar+cs & at+cu \\ br+ds & bt+du \end{bmatrix}$$

これはまさしく，$A\times B$ の行列である。

上の例の r, s, t, u, a, b, c, d に具体的な値を入れた例をみておこう。

例 2.10

金属Xは金属P，Qの合金で，PとQの重量比が5：1である。また，金属Yも金属P，Qの合金で，PとQの重量比が2：1である。

このとき，金属Xの x kgの中には，Pが $\frac{5}{6}x$ kg，Qが $\frac{1}{6}x$ kg含まれ，また，金属Yの y kgの中には，Pが $\frac{2}{3}y$ kg，Qが $\frac{1}{3}y$ kg含まれている。この2つの合金X，Yをそれぞれ x kg，y kgずつ混ぜて溶かすと，その中には，Pが $\frac{5}{6}x+\frac{2}{3}y$ (kg) 含まれ，Qが $\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}y$ (kg) 含まれる。これを行列で表現すると，

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right)$$

となる。

さらに，金属Pが金属M，Nの合金で，MとNの重量比が2：3であり，金属Qも金属M，Nの合金で，MとNの重量比が3：7とする。このとき，Pを p kg，Qを q kg混ぜて溶かすと，その中には，Mが $m=\frac{2}{5}p+\frac{3}{10}q$ (kg) 含まれ，Nが $n=\frac{3}{5}p+\frac{7}{10}q$ (kg) 含まれる。これを行列で表現すると，

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{10} \\ \frac{3}{5} & \frac{7}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \right)$$

となる。

このとき，X，Y をそれぞれ x kg，y kg ずつ混ぜて溶かすと，その中に，M，N がどれだけ含まれるかは，例2.9によって，次のようになる。

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} = \left\{ \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \right\} \times \left\{ \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{60} \begin{bmatrix} 23 & 22 \\ 37 & 38 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

たとえば，M が10 kg，N が17 kg の重量を含むようにするには，X と Y をどれくらいずつ混ぜればよいかという問題は，次の連立方程式になるのである。

$$\frac{1}{60} \begin{bmatrix} 23 & 22 \\ 37 & 38 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 17 \end{bmatrix}$$

つまり，$\begin{cases} \frac{23}{60}x + \frac{22}{60}y = 10 \\ \frac{37}{60}x + \frac{38}{60}y = 17 \end{cases}$

行列の掛け算 $A \times B$ の意味を連立方程式だけから考えてきたが，対応とみる方向からは，次のようにも説明できる。

▶性質 2.1

行列 B が $[x,\ y]$ を $[p,\ q]$ に，A が $[p,\ q]$ を $[z,\ w]$ に移すとする。このとき，$A \times B$ は $[x,\ y]$ を $[z,\ w]$ に移す。

17 ~20

条件より，

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rx+ty \\ sx+uy \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots①$$

また，

$$\begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+cq \\ bp+dq \end{bmatrix}$$

ここの p，q に①の値を代入して，

$$\begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ap+cq \\ bp+dq \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(rx+ty)+c(sx+uy) \\ b(rx+ty)+d(sx+uy) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (ar+cs)x+(at+cu)y \\ (br+ds)x+(bt+du)y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ar+cs & at+cu \\ br+ds & bt+du \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A \times B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

このことから，

$$A\left\{ B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right\} = A \times B\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

が成り立つ。というよりは，これを成り立たせるために，掛け算を定義2.6のように定義したと考えることができる。

同じことは，3 × 3 の行列，4 × 4 の行列についても，すべての正方行列について言える。

たとえば，3 × 3 の場合は，

$$A\left\{ B\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right\} = A \times B\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

となる。

Ⅲ．連立方程式

1. 連立一次方程式

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_n = b_1$　　… (1)
$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_n = b_2$　　… (2)

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mm}x_n = b_m$　　… (3)

係　数…a_{11}、a_{ij}
定数項…b_1、b_i
変　数…x_1、x_m

$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i$
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$　であり
上記の (1) は、$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_1$

(2) は、$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_2$

---

(3) は、$\sum_{j=1}^{n} a_{mj}x_j = b_m$
とかける。
代表として$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i (i = 1,2,\dots,m)$

2. 連立方程式の表現法

(1) ベクトルによる表現

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + 4x_2 = 14 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} x_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix} \right.$$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = P_1$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = P_2$ $\begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix} = P_0$とおけば、

(ツル 頭1つに足2本) (カメ 頭1つに足4本)

$P_1x_1 + P_2x_2 = P_0$とかける。

一般的には

$P_1x_1 + P_2x_2 + \cdots + P_nx_n = P_0$ 又は、$\sum_{j=1}^{n} P_jx_j = P_0$
とかける。

(2) 行列による表現

行列で書けば、

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix}$ となる。

$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 14 \end{pmatrix}$

とすればＡＸ＝Ｂとなる。
これは連立方程式を１次方程式で表現したことになる。

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad \mathrm{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \mathrm{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

とおけば、
ＡＸ＝Ｂと書ける。