第８回　われわれの計画は何か ？

⑬⑭⑮（計画と未来）

（積　分）

会計と経営のブラッシュアップ
平成 26 年 8 月 18 日
山内公認会計士事務所

１.未来は予測できないことの認識(ドラッカー 5important questions から要約)

計画で未来を決めることは馬鹿げたことである。セントオーガスティンが言ったように、「未来を祈ってもよい、しかし**成果のために働け**」である。ドラッカーが言うように、「計画どおりにはいかない。計画どおりにいくと思うのは愚か者である。**未来は誰にもわからない。**」

２.ヴィジョン(目標)は行動を決めることができる

目標は包括的で、一つのものである。**もし 5 つの目標があれば**、なにも無いのと同じである。例えば、「健全な社会の構築と人生の質の向上」といった感じのものである。**しかし、目標が結果に対する行動と資源の効率化を絞り込む。**そして未来を形造ることができる。

３.博物館の例

ヴィジョン：　世界的な多様性のある文化遺産による人々の心の向上
ミッション：　人々をここに集める
ゴール１：　文化遺産の収集活動
ゴール２：　展示による人々の新しい発見の促進
ゴール３：　来館する人々の拡大のための活動
ゴール４：　文化遺産及び設備の維持管理
ゴール５：　長期的な財政基盤の維持

４.効果的な計画のための５つの要素

廃　　棄：　時間を使わない仕事、対象の決定、中止する仕事をさがす
集　　中：　集中が仕事を強化する、最大の成果は集中から得られる
イノベーション：　明日のための本質的な仕事、明日のための機会を見つけ、働く
リスクテイク：　極度に保守的にならない、長い目で見て正解に向かって失敗から学ぶという態度
分　　析：　実施したことの分析、実施したことの評価と改善

27. 程高の勝利は決まった、次は決勝戦だ

足の速い朽木文明がレギュラーから外れ、彼のレフトのポジションは、田村春道という一年生が抜擢された。
文明を外すということは、ここぞという時のピンチランナーとして活用しようということだ。文明のリードには大きな特色があった。大股でゆっくりと歩きながら、合計で7歩リードするのだ。応援団は、文明がリードを始めると、その歩みを大きな声で数えた。「イーチー！ニーイ！サーン！」と。これが大きなプレッシャーとなって、相手のエースを苦しめ、20 対 8 と大差で勝った準々決勝で、すっかり制球を乱した相手エースは、それ以降連続して三つのフォアボールを出した。

続いて準決勝が行われた。
慶一郎は、最終回に入ってもペースを崩さず、先頭バッターをセカンドゴロに打ち取った。さらに次のバッターもショートゴロに打ち取ったが、ショートの祐之助がトンネルした。しかし、慶一郎はさらに次のバッターを簡単なショートゴロに打ち取った。絶好のゲッツーコースでこれで試合終了となる筈だった。
誰もがそう思った瞬間、ショートの祐之助が、これを二塁に悪送球してしまった。ボールはライトまで転がり、この間にランナーは進塁して、ワンアウト二、三塁という一打サヨナラという大ピンチを招いた。そして、相手の四番打者を迎え、キャッチャーの次郎は、ベンチに作戦を仰いだ。この四番を歩かせるか、それとも勝負か。しかし、監督の腹は初めから決まっていた。**「ノーボール作戦」**勝負だった。
サインにうなずいた慶一郎は、渾身のストライクボールを相手バッターに投げ込んだ。それは、打者の懐深くに食い込み、バットを詰まらせ、内野フライに打ち取った。それがまたしてもショートへあがった。バックホームに備え前進していた祐之助は、それを補給しようとバックしたが、足を絡ませて、そのまま横向けに音を立てて横転した。ベンチのみなみは、戦慄に背中を貫かれ、目の前がまっ暗になった。文乃の至っては、気が遠くなって失神しかけたほどだった。

ところが、そこで思いもよらないことが起こった。どこからか駆け込んできた選手が、そのフライをダイビングキャッチしたのである。
それは、レギュラー落ちした文明に代わってレフトのスタメンに入っていた**一年生の田村春道**であった。
そのフライをダイビングキャッチすると、すぐさま立ち上がって、今度は二塁ベースを踏んだ。
祐之助が倒れたのを見た二塁ランナーが飛び出しておりアウトとなった。程高の勝利は決まった。文明は誰よりもこのプレーを喜び、誰よりも先に春道のもとに駆けつけ、彼を掲げるように抱きあげていた。
その光景に、みなみは**人間というものの不思議議**と、**組織というものの力**をあらためて感じた。

(マネジメント・エッセンシャル版　145～148 頁)

チームワークこそ組織の武器である。

○ **組織の目的**は、凡人をして非凡なことを行わせることになる。天才はまれであり、あてにできない。凡人から強みを引き出し、他の者の助けとすることができるか否かが、組織の良否を決定する。同時に、組織の役目は人の弱味を無意味にすることである。

○ 成果中心の精神を高く維持するためには、配置、昇給、昇進…など**人事に係る意思決定**が、**最大の管理手段**となる。それらの意思決定は、最大の管理手段である。組織の人々に対し、マネジメントが本当に欲し、重視しているものが何であるかを知らせる。

ドラッカーの言葉の数式化

（10 月のごあいさつ）

平成 25 年 10 月 1 日（火）

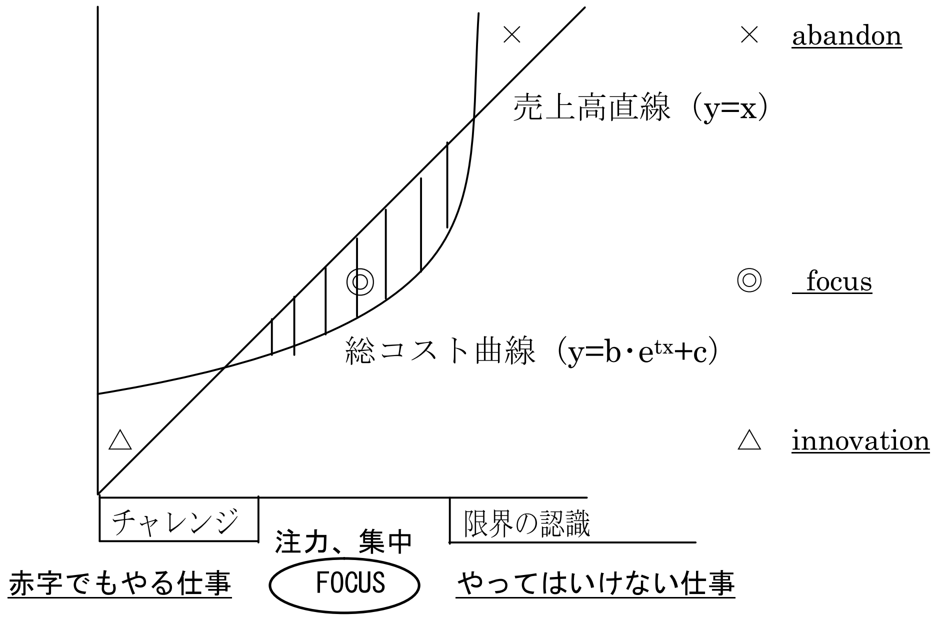
10 月になってもまだ暑く、秋が北からおりてくるのは時間がかかるようです。

先日、神戸で開催された日本公認会計士協会の研究大会に参加した。そこで選択受講した**公認会計士高田直芳先生の「管理会計と原価計算の革新を目指して」という講義**を拝聴して、これは**ドラッカーの考え方の数式化のヒント**ではないかと感じた。

高田先生のお考えは、企業活動は y=x のような一次式や単利計算的発想では理解したり、把握することはできない。**企業活動は日々複利の連鎖にあり、その活動コストは複利計算を内蔵し、複利的な成長を遂げるものである。**企業業績が向上するときコストやキャッシュは複利的に増殖し、業績が悪化するときコストやキャッシュは複利的に減衰する。**費用関数は直線形ではなく、曲線形や非線形の指数関数 $y=b\cdot e^{tx}+c$ 等で描かれる**べきだというものであった。

これは、ドラッカー経営学の数式化でないか。ドラッカーが傾向値(トレンド)を論じ、電信電話会社の事業は**通信ではなくサービス**であるとし、キャデラック事業部は顧客に**自動車**を売っているのでなく、**ダイヤモンドやミンクのコートのようなステータスシンボル**を売っているのだと解説するとき、その言葉や考え方には数式があり、その数式は直線形だけではなく曲線形も含まれている筈だ。
例えば次のような感じである。

費用・コスト・努力とそれを超える成果・売上高の関係

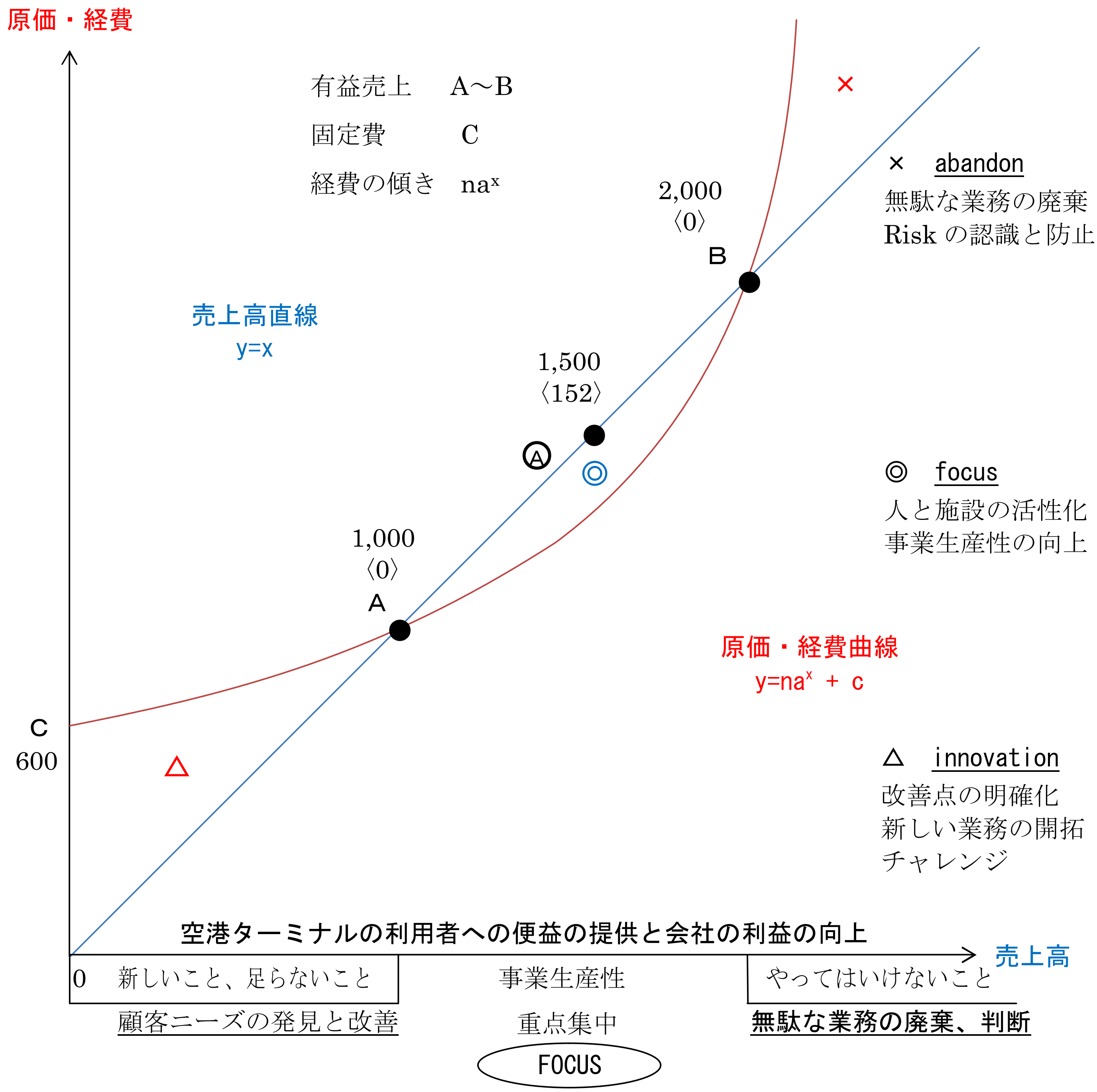


このように考えると、日頃の経営学も監査実務も楽しくなってくる。
赤字でもチャレンジする仕事、今 focus する仕事、放棄すべき仕事の区別は難しいが、その区別は存在し、仮に売上高を直線と見ても、総コスト曲線の上方の動きは、確実に**やってはいけない仕事**のあることを予想させる。

ドラッカーの顧客価値

（事業の可能性と限界）

Y(H25.10.21)



原価・経費曲線　$y=na^x+600$

原価・経費曲線は逓増し、供給曲線のように弓なりに増加すると考えられる。従って、損益分岐点は**A点**と**B点**の二つとなる。

利益（効果）をあげられる点は限られており、**Ⓐ点**で最大となるが、企業はその点に向って経営努力をし、それを維持するために絶えまない innovation **と廃棄が必要**である。

（現代の経営　第 25 章 現場管理者）

○ 第一線の現場管理者、教育と仕事の向上
(1) 現場管理者による働く人のマネジメント
(2) 現場管理者の仕事の再設計、現場の混乱の改善が必要、働く人とマネジメントの橋渡
(3) 親方と組頭の役割、地位の向上と権限の必要性
(4) 責任の範囲、整理、現場管理者の仕事を再組織する

○ 現場管理者が必要なこと、権限と地位の必要性
(1) 現場の混乱からの解放、仕事の再組織、地位の必要性
(2) 明確な目標、事業全体の目標に焦点、
(3) 昇進制度、昇進の機会の欠如、人的資源の浪費、従業員からの登用
(4) 経営管理者への昇進の機会、企業の社会的責任

○ 現場管理者の仕事のあるべき姿
(1) プロジェクト担当、経営管理者の仕事
(2) 活動の自己管理、自己責任、自己の部下、本質の理解
(3) 仕事の権限の縮小は誤り、適材を選ぶ、採用の決定
(4) 管理の範囲の拡大、働く人を代表、部下とともに働く、最高の仕事を引き出す

○ 働く人たちが、最高の仕事を行う上で必要とするものが何であるかをマネジメントに教えることのできる者は、職長、主任などと呼ばれる第一線の現場管理者だけである。

○ 卓越した仕事が行われるか、凡庸な仕事に終るかを決定するのも、職場の監督や訓練、組織の能力次第である。
有能で力のある人間でなければ行うことはできない。

○ 問題は、現場管理者の仕事が設計されていないことである。
現場管理者の仕事は、ごった煮である。数10年にわたる無定見の所産である。

○ 悪いことには、マネジメントは現場管理の最も重要な仕事は、現場の人間関係であるといいながら、実際には書類作りの上手な者を昇進させている。

○ 現場管理者は、昔の「親方」から引きついだ権限をすべてというほど引きはがされている

① 部下の仕事を組織する役割 ⟶ インダストリアル エンジニア
② 部下のマネジメント、配置、訓練、採用 ⟶ 人事部門
③ 製品管理、品質管理、原価計算 ⟶
④ 部下の規律にかかわる権限 ⟶ 労働組合

25 The Supervisor

作成日 . .
作成者

1 Supervisor has two pearent. One pearent is the "master" of old who was the real boss. Other is the old "lead man", he had the forward position in the gang.

2 These wanks (powers) have been taken out every thing.

(1) The organization of the men under him → the industrial engineer

(2) The management of people, their selection, their placement, their training has been taken over → the personal department, specialist

(3) Inspection, quality control, cost accounting →

(4) The authorities of his men → the union

作成日 . .

作成者

1 What the supervisor needs

(1) First of all is clean cut objectives for his own activity. these objectives must be focused directly on the objectives of the business.

(2) adequate promotional oportunities and a rational promoti[illegible] system. 70% they see no opotunities no matter how well they do

(3) The supervisor needs manager status. The management listens to him and takes him seriously.

作成日 . .

作成者

1 What the Job should be

(1) the supervisors job must be a genuine management job.

the supervisor must carry a large measure of responsibility.

(2) the supervisor must have control over the activities needed

to have adequate personnel to handle them.

(3) the supervisor's unit should be much larger in numbers

than it tends to be at present.

(現代の経営　第 26 章 専門職)

○ 専門職のマネジメント、どのようにマネジメントするか
- (1) マネジメントと一般従業員、そして専門職(専門家職員)
- (2) 専門職はマネジメントの一角か、
- (3) マネジメント的視点、全体と部分、マネジメントは他人の仕事に責任を持つ
- (4) 仕事の目標の違い、専門職は自分の仕事に責任を持つ

○ 専門職と仕事の成果
- (1) 生産的な存在のための５つの条件
- (2) 専門職の目標と事業上の目標の整合
- (3) 専門職の目標と専門家の目標、専門家的立場で意見を出す

○ 専門職の配置
- (1) 配慮すべきこと、自由に行わせること
- (2) 企業の内と外、企業内部、外部における専門家としての価値
- (3) マネジメント的視点、専門家的認識、自分の仕事に責任を持つ

○専門職はマネジメントの一角である。
物的資源、そして労働力なしに存在しえないというのが本書の基本命題!!

○人と仕事のマネジメントが目的とするものは、企業に働く全員が、
マネジメント的視点を持つことであり、
そのための方法は、結果に責任と権限を持たせることである。

○産業社会を経営管理者と肉体労働者に二分し、経営管理者でないものはすべて肉体労働者であるとする考えは完全に間違っている。

○企業の人間は、すべて働く人間である。そしてマネジメントも独立した一つの仕事であるから、企業の人間はすべて、その仕事が何であれ、マネジメント的視点を持つことが必要である。

○経営管理者は、部門全体の成果について責任をもつ、これに対して専門職は自らの貢献について責任を持つ。

26 The professional employee

作成日 . .
作成者

1. The new ~~technologyist~~ technology will great accelerate the trend and again widen the scope of professional employment.

1 The needs of the Professional Employee

they has five specific needs , to be an effective and produ

(1) a professional , he make a contribution to the enterprise

(2) he must have opportunities for promotion as a professional employee

(3) finantial incentives for improved performance

(4) job must be a professional

(5) he needs professional recognition

作成日 . .
作成者

1. The professional expert, a "broad humanist" rather than a "narrow specialist"

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者　ジェフリー・A・クレイムズ　訳者　有賀裕子　2009年8月30日発行　ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

プロローグ　(9～頁を読んで)

元マグロウヒル社の副社長・編集者である著者が、2003 年 12 月 22 日に 94 歳のドラッカーにインタビューをした時の記事である。朝の 10 時からドラッカー邸で、昼食時にはイタリアンレストランでの会話、再びドラッカー邸に戻りインタビューを続けたが、午後 4 時過ぎ、ドラッカーの妻のドリスが部屋に入って来た。開口一番、「すぐにお引き取りいただけないか」という、ドラッカーと記念写真をと思いカメラを持参していたが、とてもその雰囲気ではなく、ドラッカーにさまざまな心づくしへのお礼を手短に述べ、ホテルへ戻った。その時の 6 時間以上の録音内容を書き起こした物語である。ドラッカーの頭脳は、創造を絶する知の宝庫だったという。この著書の主な狙いは、不世出の思想家が何をどう考えていたのか、その思考パターンを新鮮な観点からドラッカーを紹介している。

出　典　(337 頁を読んで)

本書をこうして世に出せるのは、ピーター・F・ドラッカーの力添えがあったからである。ドラッカーは長時間にわたるインタビューに応じたうえ、すべての著書からの引用を快諾してくださった(氏についての本からの引用についても、注文をつけられることはなかった)。　(337 頁から引用)

この本の大きなよりどころとなったドラッカーの著作

(1) 現代の経営
(2) 創造する経営者
(3) 経営者の条件
(4) 明日を支配するもの
(5) 傍観者の時代

謝辞　(335～頁を読んで)

この本を書きあげることができたのは、ピーター・F・ドラッカーの協力があったからこそである。　(335 頁から引用)

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者　ジェフリー・A・クレイムズ　訳者　有賀裕子　2009年8月30日発行　ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

第14章　リーダーにとって何より重要な仕事　(256～頁を読んで)

リーダーにとって何より重要な仕事は、「嵐を察知してそれに耐えることのできる組織、いや**嵐を吹き飛ばすような組織を築かなくてはいけない**」と言う。

組織が成果をあげるだけでなく、長く繁栄を続けるためには、経営陣は迫り来る危機の一歩先を歩いていなければならない。「イノベーション、つまりたゆみない自己革新」が欠かせないとドラッカーは言う。

○「あらゆる局面で成果をあげるリーダー」であるために何より重要なのは、
「人の意見を聞こうという意欲と、そのための能力と習慣」だという。―
「その気になれば誰でもできることだ、**口を閉じてさえすればよいのだから**」
(263～264頁から引用)

○**「任務の重要性に比べて自分がいかに小さい存在か」を自覚する力**である。
(264頁から引用)

○**自分の目標よりも組織の目標を重視する姿勢。**
有能な人材を恐れず、むしろそのような人材に勇気を与える。
(272頁から引用)

原文

孙子曰：凡兴师十万，出征千里，百姓之费，公家之奉，日费千金，内外骚动，怠于道路，不得操事者，七十万家。相守数年，以争一日之胜，而爱爵禄百金，不知敌之情者，不仁之至也，非民之将也，非主之佐也，非胜之主也。故明君贤将，所以动而胜人，成功出于众者，先知也。先知者，不可取于鬼神，不可象于事，不可验于度，必取于人，知敌之情者也。

故用间有五：有乡间，有内间，有反间，有死间，有生间。五间俱起，莫知其道，是谓神纪，人君之宝也。乡间者，因其乡人而用之。内间者，因其官人而用之。反间者，因其敌间而用之。死间者，为诳事于外，令吾间知之，而传于敌间也。生间者，反报也。

故三军之亲，莫亲于间，赏莫厚于间，事莫密于间。非圣不能用间，非仁不能使间，非微妙不能得间之实。微哉！微哉！无所不用间也。间事未发，而先闻者，间与所告者皆死。

凡军之所欲击，城之所欲攻，人之所欲杀，必先知其守将、左右、谒者、门者、舍人之姓名，令吾间必索知之。

必索敌人之间来间我者，因而利之，导而舍之，故反间可得而用也。因是而知之，故乡间、内间可得而使也；因是而知之，故死间为诳事，可使告敌；因是而知之，故生间可使如期。五间之事，主必知之。知之必在于反间，故反间不可不厚也。

昔殷之兴也，伊挚在夏；周之兴也，吕牙在殷。故惟明君贤将，能以上智为间者，必成大功。此兵之要，三军之所恃而动也。

もしドラ⑭（27～28）北京外大レジュメ
（機能する組織を作る）

28. それでも成長を信じて使い続けることがマネジメントすることだと思う

いつものように学校へ戻ってミーティングが開かれた。全体ミーティングが終った後、キャプテンの正義がこんなことを言い出した。
「明日、祐之助は外した方がいいと思います。**祐之助は緊張した場面に弱い。** 明日の決勝は今日以上の緊張を強いられます。」
文乃もこれに同意して
「緊張してエラーを出すのは祐之助くんの弱みである。**組織というのは、弱味を消して強味を生かすものです。**」と言った。
加地は黙って聞いて言った。「みなみはどう思う？」
みなみは、いつもの直感で外すべきではないと思っていた。

「二人の言うことはよく分かるよ。でも、去年の秋、慶一郎がストライクが入らなくて負けた時、そこで慶一郎を代えていたら…あの時、ストライクが入らない慶一郎を代えなかったから、**今の慶一郎が、そして野球部がある**んじゃないかと思う。だから祐之助も代えたくないの」
結局、最後は加地が判断し、祐之助は明日も使うことが決まった。
しかし、明日の試合、祐之助のエラーで負ける可能性だってある。それがみなみに重くのしかり、考えれば考えるほど、**みなみの気持を重たくさせた。**

（**マネジメント・エッセンシャル版**　145～148頁）

真摯さと効率についてよく考える必要がある。
無能は組織を危くする。しかし、効率が万能ではない。組織の精神と言うものをよく考える必要がある。

○ **真摯さ**を絶対視して、初めてまともな組織といえる。真摯さは、とってつけるわけにはいかない。すでに身につけていなければならない。ごまかしはきかない。

○ **真摯さの定義は難しい。しかし、真摯さの欠如は定義できる。**
① **強み**よりも弱みに目を向ける者をマネジャーに任命してはならない。
② **何が正しいか**よりも、誰が正しいかに関心を持つ者をマネジャーに任命してはならない。仕事よりも人を重視することは一種の堕落であり、やがて組織全体を堕落させる。
③ **真摯**さよりも、頭の良さを重視する者をマネジャーに任命してはならない。
④ 部下に脅威を感じる者を昇進させてはならない。
⑤ 自らの仕事に高い基準を設定しない者もマネジャーに任命してはならない。

(現代の経営　第 27 章 経営管理者とその仕事)

○ 経営管理者の特有の課題（高度の能力と仕事ぶり）
(1) 投資資源の総計を超える仕事
(2) 企業の三つの機能の調和
(3) 経営行動において、当面のニーズと長期のニーズの調査と調和

○ 経営管理者の仕事（稀少な資源を最も経済的に利用）
(1) 具体的な目標の設定と意味づけ（分析と統合）
(2) 仕事を分類し、組織する
(3) 動機づけとコミュニケーション
(4) 部下を育成し、強味を引き出す
(5) 仕事ぶりを評価測定する、評価尺度の設定、(正義の観念)

○ 経営管理者たらしめるもの（経営管理者に欠ける傾向のあるもの）
(1) 情報 — マネージャーのツール、聞き、読み、書き、話す
(2) 時間の使い方を知る
(3) 人的資源、部下とともに働く（一方的に使うことのできない資源）
(4) 経営管理者は人にビジョンと能力を与える（教育的な役割）

○企業の三つの領域（機能）のバランス
(1) 事業のマネジメント
(2) 経営管理者のマネジメント
(3) 人と仕事のマネジメント

……これら三つの機能のうち、いずれを犠牲にしても、
全体としての企業を弱体化させる。
意思決定や行動は、つねにこれら三つのすべてについて適切である
必要がある。

○ 文部大臣になることは易しい。長くて白いヒゲがあればよい。コックはそうはいかない。才能が必要である ―― ビスマルク
経営者の仕事とは何か。それは長くて白いひげ以上のものである。

○ 手品師 ― 見に準備する　Mr.マリック

○ 二つの時間の調和 ― 長期と短期

○ マネジメント以外の多様な仕事

経営部門の経営管理者	売上げの分析と達成	大切な顧客のもてなし
職長	生産、工場の経営	生産報告に記入
製造部門の経営管理者	新製品の設計 新原料の試験	
社長	大きな契約	銀行借入れのまとめ ディナーのホスト役

○ 経営管理者に特有の仕事
(1) 目標の設定
(2) 組織 編成や作業の
(3) 動機づけを行ない、コミュニケーションを行う
(4) 評価と測定
(5) 部下の育成

27 The Manager and His Work

1 It was Bismarck, who said : " Its easy enough to find a Minister of Education ; all the job needs is a long white beard But a good cook is different ; that requires universal genius

2 A manager has two specific tasks.

(1) The first specific task is larger than the sum of products more than the sum of the resources put into it.

like the conductor of a symphony orchestra.

(2) and the composer

3 The manager harmonize Three major functions of ~~business~~ enterprise

(1) managing a business

(2) managing managers

(3) managing worker and work

1 The second specific task of the manager is to harmonize in every decision and action the requirements of immediate and long-range future.

2 He must, so to speak, keep his nose to the grindstone while lifting his eyes to the hills.

3 There are five such basic operations in the work of manager.

(1) sets objectives

(2) manager organizes.

(3) a manager motivates and communicates

(4) the job of management

(5) a manager develops people

14-6

作成日 ・ ~7

作成者

1 Everybody has the problem of time, for all resources it is the sarcest.

2 The good time users among managers spend many more hours on their communications up than their communications down.

（現代の経営　第 28 章 意思決定を行うこと）

○ マネジメントとは、**すべて意思決定のプロセス**である。
意思決定のプロセスとは**「正しい問を発すること」**であって、「正しい答を得る」ことではない。
これは間違った焦点の当て方である。

○ **戦術的な意思決定は一次元の問題である。**

○ **戦略的な意思決定は、まず状況を把握することが必要である。**あるいは、状況を変えることすら必要である。さらには、いかなる資源が存在するか、必要かを知ることが必要である。

○ **それらの意思決定は、常に全体の状況を変える。**
組織にかかわる意思決定、大規模な資本的支出にかかわる意思決定、例えば、販売区域の決定、販売要因の訓練、工場のレイアウト、原料の在庫水準・・・・・などさえ**戦略的な意思決定**となる。

○ **戦略的な意思決定**は、その範囲、複雑さ、重要さがどのようなものであっても、初めから答を得ようとしてはならない。
正しい答は簡単に得られない。
先ず、正しい問を発することである。

○ **戦略的な意思決定の 5 つの段階**
(1) 問題の意義
(2) 問題の分析
(3) 複数の解決案の作成
(4) 解決策の選定
(5) 効果的な実行

○ **問題の見つけ方**
問題が何であるか、迅速に決定するほど愚かで、結局は時間の無駄を招くものはない。

○ マネジメントとは意思決定のプロセスである

○ 意思決定は、問題の解決ではない。
それは間違った焦点のあて方である。

○ 意思決定とは正しい問いを探すことである
— 正しい問を探して正しい回答を得る。

○ 問題の解決だけを重視してよい意思決定は
大して重要でない日常の戦術的な意思決定である。

○ 簡単な例
毎朝、二人の秘書のいずれがコーヒーを、下の階から皆に運ぶか

○ 若干複雑な問題
毎朝のコーヒーブレークは必要かどうか
— コーヒーブレークが仕事にとって必要かどうか、プラスか、マイナスか
失われた時間を取戻す ~~勤務意欲~~をもたらすか —

○ 事業の目標や手段についての意思決定や戦略的な意思決定である。

○ しかし、問題が何であるか~~こと~~かを迅速に~~決定~~させるほど
愚かで、結局は時間のムダを招く助言はない。

28 Making Decisions

作成日 . .
作成者

1. Tactical and strategic decision.
   — The fallacy of "problem-solving"

2. the Two most important tasks:
   (1) finding the right questions
   (2) making the solution effective

作成日 . .

作成者

1. The important decisions, decisions that really matter, are strategic. They involve either finding out what the situation is, or changing it, either finding out what the resources are or what they should be.

2. Decision-making has five distinct phases:

(1) Defining the problem

(2) Analizing the problem

(3) Developing alternate solutions

(4) Deciding upon the best solution

(5) Converting the decision into effective action.

作成日 . .

作成者

1. Defining the Problem

2. What appear at first sight to be the elements of problem are the really important or relevant things.

3. Management may see a clash of personalities → the real problem may well be poor organization structure

4. Management may see a problem of manifacturing cost → the real problem may well be poor engineering problem

5. The real problem may well be lack of clear objective

6. The first job in decision-making is therefore to find the real proplems and to define. And too much time cannot be spent on this phase.

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者　ジェフリー・A・クレイムズ　訳者　有賀裕子　2009年8月30日発行　ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

エピローグ　巨星ドラッカーの誕生　(299～頁を読んで)

「わたしは50年におよぶ著述活動をとおして、**全体構想、分権制、多様性**などに重点を置いてきた。**考え方、つまり抽象概念**を扱ってきたのだ。企業の幹部職にある人々には、わたしの教えを実地に活かしてほしい。わたしは一度として、学問そのもの、つまり、自分が世間から認められることを目的としてはこなかった。つねに、**世の中を変えること**を目指してきたのである」

(299頁から引用)

インタビューの後、約1年かけてテープ起しをし、ドラッカーの著書を改めてよみ、同じ本であっても以前とは違う何かが伝わって来たという。代表作ですら、繰り返しや脱線が多く、章によっては仕上がりにムラがあり、一部には読みづらい箇所もあるという。この世を去る6ヶ月前に、「ビジネスウィーク」の編集者ジョン・バーンに対して**自信の最高傑作は1950年代の作品**であり、その後の作品を「最高傑作にはほど遠い」と形容したという。

世界史上のリーダーのなかでは、第二次大戦時のウィンストン・チャーチルを最高のリーダーと称えていた。ただしそれ以前のチャーチルは、歴史の脇役にすぎず、大きな役割を果していなかった。ドラッカーは**状況こそが人を育てる、少なくともいちばんよい面を引き出すのは状況だ、**と考えていた。

(304頁から引用)

20世紀を代表する経済学者ヨーゼフ・シュンペーターも、ドラッカーの父親と仕事上の付き合いがあり、足しげくドラッカー宅を訪ねてきた。シュンペーターは**社会における起業家の重要性**にいち早く着目し、**技術の変化やイノベーションを促す彼らの役割**を高く評価した。後年はハーバード大学の教授となり、研究開発(R&D)に多大なヒト、モノ、カネを投じることのできる大企業こそ、**イノベーションの起爆剤**である、と論じた。

ピーター・ドラッカーはわずか8歳にして、かの**ジーグムント・フロイト**との出会いも果たしている。ドラッカー一家とフロイトはレストランで昼食をともにしたり、湖畔での休暇をいっしょに過ごしたりした。

ピーター少年は父親からこう諭されたという。「今日のこの日を決して忘れてはいけない。お前は今日、オーストラリア、いやおそらくヨーロッパで誰よりも重要な人物に会ったのだから」

「皇帝よりも大切な人なの？」

「そうだ。皇帝よりもかけがえのない人物だ」　(306～307頁から引用)

ときは 1930 年代はじめ。ピーターが祖母とともに路面電車に乗っていると、鉤十字をつけた男性が乗り込んできた。祖母はじっとしていられず、立ち上がると傘の先でその若いナチス党員を突いてこう言った。「あなたがどんな政治的信条を持っていても、わたしは気にしないし、もしかしたら、なかには意見が合う点もあるかもしれません。あなたのことは、教養と知性のある若者だとお見受けしました」。

そして鉤十字を指してこうつづけた。「そのあなたが、この印のせいで不快な思いをする人がいることに気づかないのかしら。他人の宗教をおとしめるのは、ニキビを笑いものにするのと同じくらい、卑劣な行いでしょう。あなたも、『ニキビ顔のうすのろ』なんて呼ばれたらいい気はしないでしょう？」

ピーターは、どうなることかと息を殺していたという。ナチスの党員は当時すでに、老女を平気でひどい目に遭わせるよう訓練されていたのだ。ところが幸い、その若いナチス党員は鉤十字を外してポケットに入れた。そして何分かのちに路面電車を下りると、祖母に向かって帽子をとって一礼したのだ。家族全員が、祖母のこのふるまいを知って震え上がる一方、胸を熱くしたり、溜飲を下げたりもした。 (312～313 頁から引用)

エルザ先生は、ひとりひとりの生徒の得意分野を大切にし、それを伸ばすために、短期と長期、両方の目標を設けた。そのあとではじめて、弱い分野にも目を向けるのだった。そして、生徒が力を伸ばし、独力で前へ進めるように、フィードバックを与えた。これは後年、ドラッカーの代表的な教えのひとつとなった。「能力が向上するかどうかはすべて本人の努力しだい」であるため、自己啓発ができるように、従業員には必ずフィードバックを与えなくてはいけない、という主張である。 (316 頁から引用)

「生徒が絵を描けずにいると、先生はクレヨンや絵筆を手にとり、幾何学模様のような絵を描いて見せた。非写実的な手法だったが、それでもちゃんとネコの絵だとわかった」。いくつもの線やかたちのなかから、ふいにネコの姿が浮かび上がり、生徒たちが歓声をあげる。するとゾフィー先生も目を細める。「先生は生徒をほめるとき、ただ笑みを浮かべるだけだが、褒められたほうにしてみれば無上の喜びだった」。

ドラッカーはエルザ先生を「ソクラテス式問答の名手」、ゾフィー先生を「禅師」と呼んだ。 (318 頁から引用)

エルザ先生とゾフィー先生は、教職の魅力を教えてくれた。四年生のころのこのふたりの先生との出会いがなかったなら、教職に就くことはなかっただろうという。

先生たちは、強みを伸ばす大切さを教えてくれた。エルザ先生は、学習成果を重視するようにと説いていた。何より大切なのは成果なのだから、と。得意な分野、もっとがんばらなくてはいけない分野が何か、知ろうとする姿勢が欠かせないのだ。エルザ先生の試験を受けて自己採点をすると、生徒たちはみな、自分の強みと、努力して克服すべき弱みとを知ることができた。これは、ドラッカーのマネジメント思想の柱をなす考え方に通じている。『現代の経営』にはこんな一節があるのだ。「マネジャーには、自分の成果を測るための情報を与えるべきだ。望ましい成果を出すための軌道修正に間に合うように、情報を提供しなくてはいけない」　(328〜329 頁から引用)

ドラッカーは、最近の著述家としては珍しく、二度の世界大戦を経験している。「怪物」や「子羊」との関わり合いをとおして、ナチスと全体主義の脅威を肌で感じた。1920 年代末のナチスの増勢と、1933 年の選挙でのヒトラーの勝利を間近で眺めていた。ドイツを出国する前夜、のちに「怪物」として人々を恐れさせたヘンシュが訪ねてきたとき、世界がどこへ向おうとしているのかを悟った。ナチズムを社会現象として受け止め、後年『「経済人」の終わり』でそう主張したところ、学界からは反発を買った。

ドラッカーはまた、ラインホルト・ヘンシュのような怪物だけでなく、傲慢さという罪が世の中をどれほど悲劇に陥れるかも、目の当りにしていた。ポール・シェイファーは、「最悪の事態を防げるのは自分だけだ」と信じたがゆえに、目を覆うような惨状を招いた。善意に根差してはいたが、またたくまにナチスの思う壺にはまり、その手先に成り下がって行った。世界とのパイプ役を果たし、ナチスに戦争と大量殺戮をつづける名目を与えてしまったのだ。ナチスが思いのままに振る舞うヨーロッパの実情を見えにくくすることにより、世界のリーダーたちにも、模様眺めを決め込む口実を与えた。(329〜330 頁から引用)

ドラッカーの伝記を著したエリザベス・ハース・イーダスハイムは、ドラッカーの将来は、20 世紀前半に激動のヨーロッパで過ごすなかで決まった、と述べている。『P・F・ドラッカー―理想企業を求めて』において、「1930 年代に、ヨーロッパ経済が音を立てて崩れていく様子をまざまざと見せつけられえ、ドラッカーの胸の内には情熱がたぎってきた」と記しているのだ。

「氏は 1930 年代の荒廃や苦境について書き、企業や政府の稚拙なマネジメントがその原因だと考えていた。『経済発展の原動力が欠けていたことが、ヒトラー政権誕生の土壌をつくった』と確信していたのである」

「全体主義と共産主義の台頭を受けて、『活気溢れる企業が何としても必要だ』という思いは深まるばかりだった。1933 年にはこう書いている。『生活が苦しかったり、生計を立てる道を絶たれたりしてはじめて、ヨーロッパの人々は、社会は道理や分別ではなく、不合理な魔力によって動いているのだと思い知らされた。』つづいて、生活の糧を得る手立てがないと、人は孤立して凶暴さをむき出しにする、とも述べている」　(330〜331 頁から引用)

もしドラ⑮（29～30）北京外大レジュメ

(イノベーション)

32. 敬遠のフォアボールはいかなる場合も使うべきではない“イノベーション”

試合は３対４の一点差で、最終回９回裏の程久保高校の攻撃を迎えた。
４番の星出純は、三塁手が深めに守っているのが目に入った。どうやら全打席出塁している四番の純を警戒しているようだ。そこで純は、初球を三塁線にセフティバントした。それは、これまでノーバント作戦を貫いてきた程高が初めて見せたバントだった。それは見事に相手の裏をかき、処理を誤った三塁手は、一塁へ悪送球してしまい、おかげで純は二塁へと進んだ。

ここで迎えたバッターは、前打席ホームランの次郎だった。敬遠だった。ここは次郎を歩かせて、次の６番バッターの桜井祐之助と勝負する作戦だった。祐之助は、おもむろに立ちあがると、ゆっくりとした足取りでバッターボックスへと向かった。よりによって、ここで祐之助に回ってくるとは、とみなみは思った。その時、加地が正義を呼び寄せて指示をした。それで、みなみは驚いて加地に尋ねた。「監督、代えるんですか？」加地は、みなみをジロリとにらむと、「安心しろ。祐之助は代えない。監督をクビにすると言われたって代えないよ」交代のアナウンスが場内に告げられた。

交代は一塁ランナーの次郎に代わって、ピンチランナーの朽木文明の起用だった。みなみは、思わず目を見開いて加地を見た。ニヤリと笑うと加地は言った。「見ていろ。敬遠したことを、心の底から後悔させてやるから。敬遠のフォアボールは、いかなる場合も使うべきでないという**イノベーション**を、おれは、今ここで起こすんだ」文明がリードを始めた。それに伴って、スタンドに陣取った程高の大応援団も、「イーチ！ニーイ！サーン！」と唱和をはじめた。

祐之助は、夕紀から聞かされた話をバッターボックスに入る直前に不意に思い出した。そうして、初球はわざと、大振りで空振りをした。そうして、２球目を胸元まで引きつけて、右方向に狙いをすまして打った。打球は、二塁手の頭上を越え、右中間を真っ二つに破っていった。その打球が外野を転々とする間に、二塁ランナーの純に続き、一塁ランナーの文明までもが生還した。

(マネジメント・エッセンシャル版　145～148 頁)

人にやさしい組織と弱い組織の違いはどこにあるか。誤りには良い誤りと悪い誤りがある。

○ **組織の良否は、**そこに成果中心の精神があるか否かによって決まる。
　① **組織の焦点は、**成果に合わさなければならない。
　② **組織の焦点は、**問題ではなく機会に合わさなければならない。
　③ 配置、昇進、解雇など人事に関わる意思決定は、真の管理手段となる。
　④ 人事に関わる決定は、真摯さこそ唯一絶対の条件である。

○ 成果を中心に考える。成果とは百発百中のことではない。成果とは打率である。人は優れているほど多くのまちがいをおかす。優れている者ほど新しいことを試みる。

○ 機会に集中する。問題ではなく機会に目を向ける。問題中心の組織は守りの組織である。昨日を黄金時代と考える組織である。

組織というものは、強味を生かせば弱味が消えると思う。但し、弱味をそのままにするのは問題である。

イノベーションは、単なる改善ではない。イノベーションの意味を明確にし、体現する必要がある。

○ あらゆるマネジメントが、**イノベーションの必要**を強調する。しかし、イノベーションをそれ自体独立した一つの重大な課題として取り組んでいるものは、組織の大小を問わず余りない。

○ 既存事業の戦略では、現在の製品、サービス、市場、流通チャンネル、技術、工程は継続するものと仮定する。これに対し、**イノベーションの戦略は、既存のものはすべて陳腐化すると仮定する。**従って、既存事業についての戦略の指針が、より多くのものであるとすれば、イノベーションについての戦略の指針は、より新しくより違ったものでなければならない。

○市場調査、製品企画、人間関係論、トレンド分析……
昨日の先端的なイノベーションだったものが、今日ではごく当り前のものになっている

○変化 ― 進歩
新しい技術が、経営管理者に対して、生産の原理を把握し、それを一貫して適用すべきことを要求している。
また、事業を統合されたプロセスと見、理解し、マネジメントすべきことを要求している。

○とくに新しい技術は、マネジメントが市場を創造すべきことを要求する。
もはや、あらかじめ存在する市場に満足していることはできない。
マネジメントは意識的に、体系的に、顧客と市場を創造する必要がある。

○マーケティングが、オートメーションという新しい技術の概念から大きな影響を受ける。オートメーションは生産の原理のみではない。
それは仕事一般の原理である。

○新しい技術がもたらすものは、競争の激化である。技術の進歩は市場を拡大し、生産と消費の水準を引きあげる。

○新しい技術と社会の要求により、明日の経営管理者は、可能なかぎり雇用を保証し、安定させることが必要となる。

（現代の経営　第 29 章 明日の経営管理者）

○ **マネジメントの量と質の増大と貢献すべき対象**

(1) **生産の原理**の理解と適用
(2) 事業を統合された**プロセス**と見て、マネジメントをする時の弾力性とは
(3) **新しい技術**の要求するもの
(4) **マーケティング**

○ **マネジメントの新しい課題とは何か**

(1) 七つの課題（目標、リスクの計算、戦略的な意思決定)
(2) (チームの構築、人間の動機付け、事業全体の理解、重要点を知る)
(3) 人間の能力のアップ(仕事の単純化)
(4) no new man

○ **明日の経営者管理の育成のキーポイント**

(1) 若い時から見につけるもの(読み、書き、考えの表現
(2) 経験、教育によって学ぶもの(実際の経験)
(3) 中心となる真摯さと哲学(教育やスキルを超えたもの)

29 The Manager of Tomorrow

作成日 14-5 . .
作成者

1 Marketing itself is affected by the basic concepts of the new technologys. We have, on the whole, discussed Automation as if it were exclusively a principle of production. It is, however, a principle of work in general.

作成日 . .

作成者

1 The new technology will result in greater competition.

True, it will broaden the market and raise the level of production and consumption.

作成日

作成者

1 The New Tasks — Manager

(1) He must manage by objectives

(2) He must take more risks and for a long period ahead.

(3) He must be able to make strategic decisions.

(4) He must be able to build an integrated team.

(5) He will have to be able to communicate information fast and clearly

(6) to see the business as a whole and to integrate his function

(7) to relate his product and industry to the total environment.

○ マネジメントのあらゆる行動が、社会的責任に根ざしたものであることが必要である。これがマネジメントの倫理である。

○ マネジメントの企業に対する責任、すなわち、企業そのものを、マネジメントへの寄託にならうである。

○ 所得と雇用の保障について、この社会的要求に対する対応を、企業を発展させ、その生産性を高め、利益を増加させる形で行うことが不可欠である。

○ 社会に対するマネジメントの第一の責任は、利益をあげることである。そして、これとほぼ同等に並んで重要な責任が、事業を発展させることである。

○ 聖書のタラントのたとえ

PLUS

（現代の経営　結論 マネジメントの責任）

○ **企業の社会的責任とマネジメントの倫理**

(1) 人間の寿命を超えた法人企業組織
(2) 資源としての人間と物資を永続的な組織にまとめる
(3) 人的資源と物的資源を、大きな集合体にまとめる
(4) かつてとは全くし異質の存在となった産業社会の企業
(5) 企業とマネジメントの公益的責任(従業員にビジョンと使命を与える)

○ **所得と雇用の保障（マネジメントの社会的責任）**

(1) 社会的に必要な強制的年金制度と若年層の負担
(2) 年金制度というコストを生産的に解決
(3) 高齢者の仕事の継続と若年層の仕事の維持
(4) 新工場の建設と従来の市場、社会の反応
(5) (1)～(4)を与えるための徹底的な検討

○ **公共の利益が、企業の利益となるようなマネジメント**

(1) 自らの企業に対する責任と不可分の社会的責任
(2) 事業の発展と社会のための利益の計上(利益は結果ではなかったか)
(3) 株主は株式を売れば企業から逃れられるが社会はそうはいかない
(4) 明日の経営管理者の準備
(5) 企業をマネジメントする責任・社会のリーダ的存在としてのマネジメント
(6) 利益への反感

30 The Responsibilities of Management

作成日 . .
作成者

1. The first responsibility to society is to operate at a profit, and only slightly less important is the necessity for gnoth

2. The business is the wealth-creating and wealth-producing organ of our society.

15-11

作成日 . .

作成者

1 I refer, of course, to Our Lord's Parable of the Talents

作成日 15-12 . .
作成者

1 What is good for the country must be made to be good for Sears.

2 To make what is good for the country good for the enterprise requires hard work, great management skill, high standards of responsibility and broad vision

訳者あとがき　(341～頁を読んで)

　ピーター・F・ドラッカーへの旅へようこそ。
　本書を開くとあなたは、ジェフリー・クレイムズの案内で知の巨人ドラッカーの世界を旅することになる。変化に富んだ奥行きのある旅だ。
　最初の目的地はカリフォルニア州クレアモントのドラッカー邸。偉大なるマネジメント思想家へのインタビューを控え、緊張した面持ちで空路カリフォルニアへと向かう。初対面のドラッカーは、94 歳になるというのに、体調もよく、波瀾に満ちた職業人生について、祖先について、そして本の歴史について、ときおり秘話も交えながら自在に言葉を紡いでいく。差し向かいでの密度の濃い時間が過ぎていく。
　とある事情により、インタビューが予想外の幕切れを迎えると、今度はドラッカーへの旅がはじまる。クレイムズが、インタビューの中身やドラッカーの著書などをもとに、15 の主な教えを導き出し、ひとつずつ道案内してくれるのだ。教えのなかには、仕事だけでなく、人生にも役立つものが多い。

あとがき

11. ドラッカーのマネジメント

1909 年オーストラリアで生まれた 20 世紀最高の知性の一人と言われるピーター・F・ドラッカーが、1973 年に著した「組織経営」についての本である。

ドラッカーへの旅

(知の巨人の思想と人生をたどる)

著者　ジェフリー・A・クレイムズ　訳者　有賀裕子　2009年8月30日発行　ソフトバンク クリエイティブ株式会社発行

第13章　第四次情報革命　(236～頁を読んで)

「**第四次情報革命**が進んでいる。この革命は、企業と個人にとって**情報の意味をすっかり変えてしまうだろう**」とドラッカーは言っている。
　ドラッカーは、**時代の変り目**をことのほか鋭敏に察知する力を身につけ、その時々で別の角度から**歴史の転換点**を眺めている。

　顧客、市場、競合他社など、**外界をよりよく理解するために情報を生かす**企業は、もっぱら内向きの発想で情報を使う企業よりも先を行くことができるはずだ。「IT分野では、50年にわたり、データの収集、蓄積、伝送などが中心に据えられていた。ITのTを重視していたのだ。だが、新たな情報革命ではIが主役になる筈である」と言う。ITは**データを生み出す**のみであったが、今後は、**情報の提供**を行う筈だ。経営トップの意思決定に**役立つ情報**を提供する、それは、市場を見る、顧客と意見を交わすなど、**組織の外側**で何が起きているかを探ることだ。

　ITは、情報とか人工知能ではない、**世界規模の流通チャンネルとしての役割**を帯びている。即ち、ITが流通チャンネルの主役となるという意味でITの力は大きい。そして、組織の将来は、**人材を重んじ**、**知識労働者**にかかっており、部下ではなく、エグゼクティブ仲間へと位置づけを改めなければならない。

積　分

（変化する量をどうやって集めるか）

どうやって、計算するか
どうやって、見つけるか

会計と経営のブラッシュアップ
平成 26 年 8 月 18 日
山内公認会計士事務所

次の図書等を参考にさせていただきました。（微分と積分なるほどゼミナール　S58.1 岡部恒治著　日本実業出版社刊）
（微積分のはなし　1985.3 大村平著　日科技連刊）
（イラスト図解微分・積分　2009.6 深川和久著　日東書院刊）

Ⅰ　身近な積分

1．積分の歴史

⑴ 古代エジプトで積分の基礎が築かれた。　どうやって全体を把握するか

↓

ギリシャのアルキメデスが更に発展

↓

17C のニュートンとライプニッツが微分・積分を発明

$\frac{dy}{dx}$ →y を x で微分することを表す（ライプニッツ）

小さなものはわかりやすい

微分→大きなものを小さくして行く、結果を小さく分けて分析

y´ f´（x）→´をつけると微分されていることを表す（ラグランジュ）

大きくなると

積分→小さなものから大きな形を得る、小さな変化とその結果

小さな変化はどんな形になったか

変化する様子、変化する量をどうやって集めるか

∫ →インテグラルが付くと積分することを表す（　〃　）

次のような技術は、すべて微分・積分がなければ発展しなかった。

コンピュータ、通信、光学機械、テレビ、ラジオ、CD、車、鉄道、飛行機、建築、経済学、物理学、化学、工学、農学…

2

曲線で囲まれた図形の面積の求め方

問題３

次のような曲線で囲まれた図形の面積をどうやって求めますか？

方法を３つ考えてください。

② 重さから面積を出す

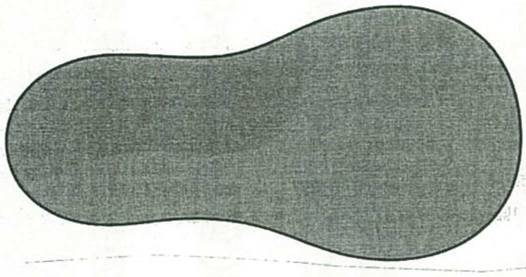
たとえば、図形の重さが 80グラムで、1cm²角の重さが 2グラムとすると、

80gは2gの40倍だから、

面積も $1cm^2 \times 40 = 40cm^2$

③ タイルをはめて行く

小さなものから大きなものを得る、把握す



大きなものを

（土地、波）

測るために、

結論の理由　はさみうち

図形を細長い幅で切って、

図形に完全に入る、できるだけ大きい長方形と、

図形を完全に覆う、できるだけ小さい長方形

の２通りで調べます。

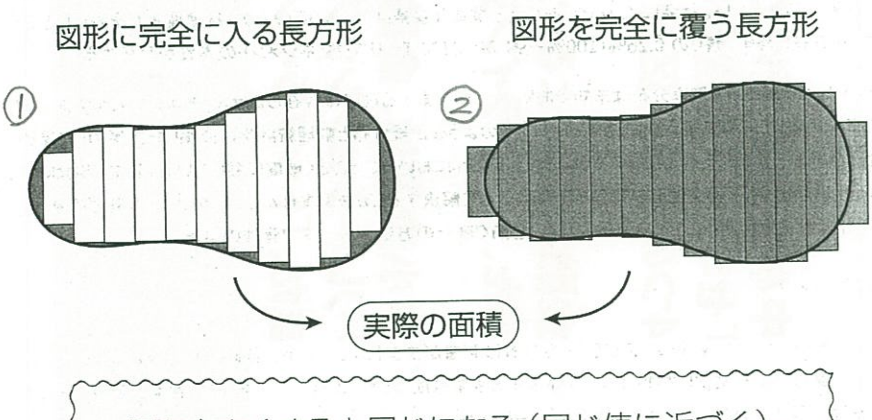
すると、

切る幅を小さくしていくと、

どちらの長方形で面積を計算しても、同じ値に近づく

ことがわかっているのです。

小さなものから大きなものを得



どんどん

小さくして行き、

幅を小さくすると同じになる（同じ値に近づく）。

その小さなものを

合計する。

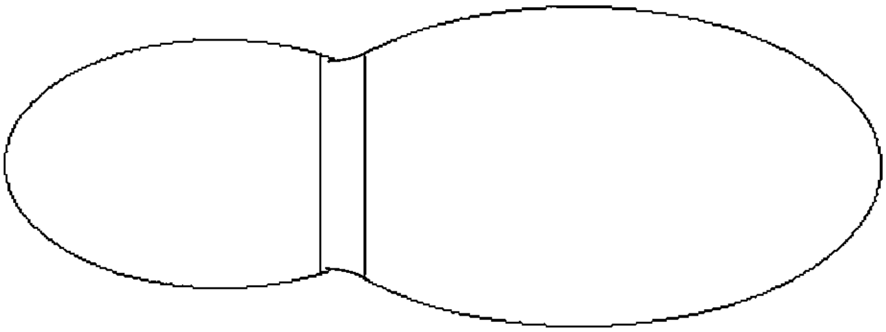
（中国の曹操(そうそう)の子のようである）

小石を集めて、象の重さを知る!!

(2) 曲線で囲まれた図形の面積の求め方

（どんどん小さくして行って、加える）

境界が曲線である土地



① 細長い長方形に細分化する、幅を小さく小さく
② 上記の土地の中に完全に入る細長い長方形を考え、その面積を計算する
③ 上記の土地を完全に覆う細長い長方形を考え、その面積を計算する
答：②と③の幅を出来る限り小さくして行くと②と③は同じ値に近づく

④ そして、同じ値となった②又は③を、それぞれすべて加えて上記の図形の面積を得る。即ち、積分とは（細分化したものを）、加えることである。

(3) 円の面積の求め方

円周は $2\pi r$ だから 長方形の長さは $\frac{2\pi r}{2}$

半径ｒの図形円を中心から放射線状に８等分して、並べ直すと、その図形は長方形に似ている。
この等分をもっと細かくするとどんどん長方形に近くなる。
この長方形のタテ（円の半径）の長さはｒ、ヨコ（円周の半分）の長さは $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$、従って長方形（円）の面積は $r \times \pi r = \pi r^2$ となる。

上記の積分では、**曲線**で囲まれた図形の面積を求めるのに、直方形（**直線**で囲まれた図形）の面積を求める方式を取っている。曲線より直線の方が調べやすい。微分でも接線という直線を利用する。

(3) デジタルとは、トビトビで、ギザギザのデータ

アナログ……なめらかなデータ

デジタル…‥点を細かく分解してつなぎあわせたもの。
人の耳にはわからないまでに細かくしてつなぎ合せたもの
CD は 1 秒間に 44,100 回も細かく区切っている

ギザギザ中ってあるものを

積分は、全体量を求めるために、できるだけ細かな細分をして、それを合計したものである。本来、なめらかなアナログデータに似せるために区切りをできる限り細かくする。

大きな全体を作る

細かくして、アナログのようにギザギザをなくし、使い易くする。
CD、DVD、地デジ

「微分＝瞬間（一点）の変化を求めること」（細分化）と「積分＝小さなものを足し算で全体量を求めること」（合体化）は、互に逆の操作である。

A（教科書の隅の絵）を、B（ページを動かして）で**積分すると**、C（ミルクを注ぐ様子）をが求められる―**積分**。 ―― 総合

A（ミルクを注ぐ様子）を、B（時間、ページを止めると）で**止めると**、C（ミルクを注ぐ瞬間の姿）が求められる―**微分**。 ―― 分析

すなわち**「時間（一点）の変化量」を積分する**と「全体量」になって、**「全体量」を微分する（一点で止める）**と、「瞬間（一点）の変化量」になる。

連続して変化するもの

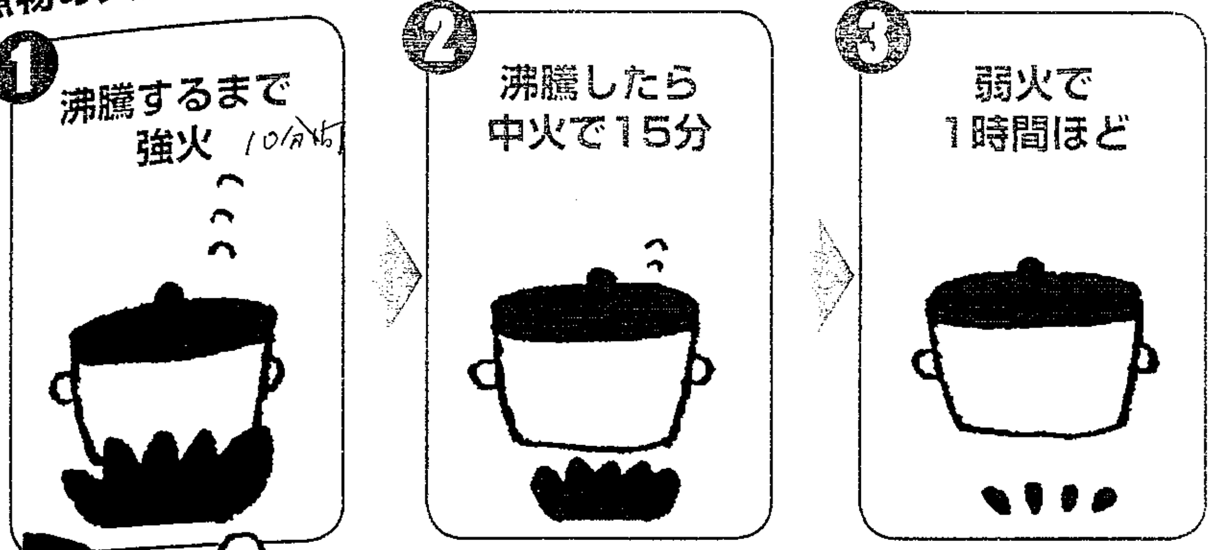
① 映画の映像 ② テレビの映像 ③ 音楽 CD

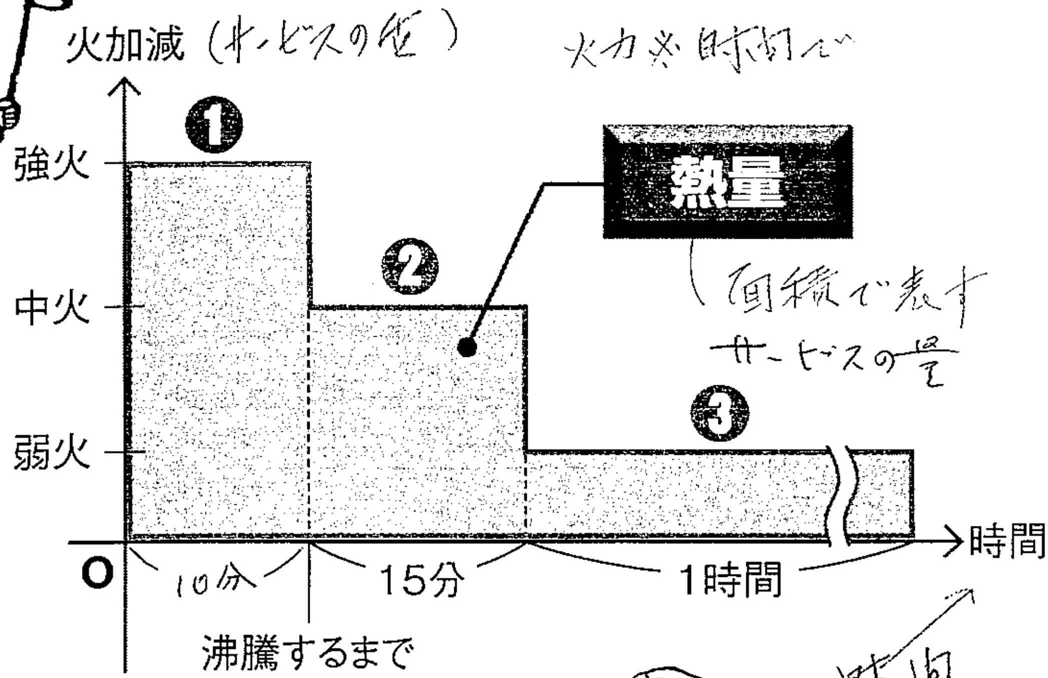
1 コマずつの静止画像を順に映して行く。すると、残像効果で、あたかも連続して動いているかのような効果が生じる。

積分と料理の意外な関係

熱量を知る

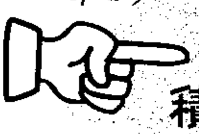
煮物の火加減の順番





料理の火加減は、火力を時間で積分して
適当な熱量を測っている！

計算はすべて積分



料理上手な人は
積分上手かもしれない!?

仕事と似ている

(4) 積分と微分の対照的な特徴

積分とは、細かく区切ったものを足し算で全体量を求めること
—静止画を足し合わせて動画を作る
　池の面積を求めるために、大小の長方形を足し合わせる
　過去のデータを組み立てて、分析や測定をする
　細かな素材を組み立てて、目的のものを作り上げる
　調査をして報告書を作る、頁を総合して報告書とする
　石を集めて象の重さを知る

「微分＝瞬間（1 点）の変化量を求める」
微分とは、わずかな瞬間や一点の変化量を求める—静止画のようなもの
—動いているものの一瞬の様子をとらえる
　減速する電車の止まる勢をとらえる
　球体の表面の一点で接する平面をとらえる
　ある時点の変化量が求められれば、その次の動作が予測できる
　状況を調査して分析する、分析の結果を予測に役立てる

「積分＝少しづつの足し算で全体量を求める」
　ＡをＢで積分するとＣが求められる
　細かくした点を、つなぎ合せていくと、CD や DVD が生れる、動作、映像、全体像が求められる。
　Ａ（教科書のスミの絵）を、Ｂ（ページを素早くめくる）を総合化する（積分する）と、Ｃ動画ができる

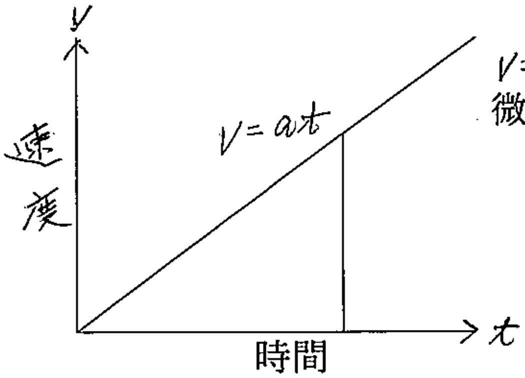
① $f(x) = x^2$ → $f'(x) = 2x$
② $f(x) = x^2 + 5$ → $f'(x) = 2x$
③ $f(x) = x^2 + 1000$ → $f'(x) = 2x$

これらを積分すると、①、②、③になるか？
そこで、積分したときに$x^2 + c$ という形で c を付ける。
c は定数で、このような積分のやり方を不定積分という。

電車は、運転手がレバーを前に引くと一定の力が加わり続けます。
一定の力が加わっているときの動きは、「加速度が一定」という運動になります。

3．速度のグラフと位置のグラフ

加速度のグラフ、加速度$=\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{速度}{時間}$ （タテ）（ヨコ）



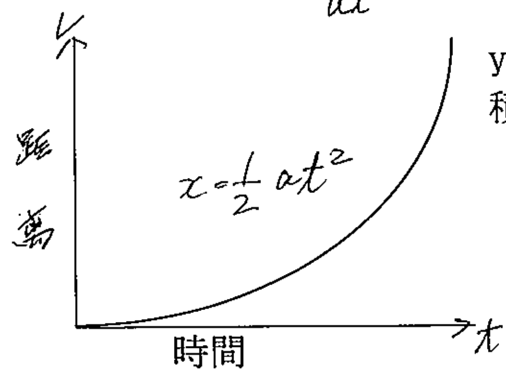
$v=at$（速度、傾き）
微分（グラフを描いて、傾きを計算する）
瞬間速度、加速度
$\dfrac{dy}{dx}$

加速度をa、速度をv、進んだ距離をxとすると

$$\boxed{加速度\ a}\ \underset{微分}{\overset{積分}{\rightleftarrows}}\ \boxed{速度\ v}\ \underset{微分}{\overset{積分}{\rightleftarrows}}\ \boxed{距離\ x}$$

$\dfrac{dv}{dt}=a$　　$\dfrac{dx}{dt}=v$

位置のグラフ

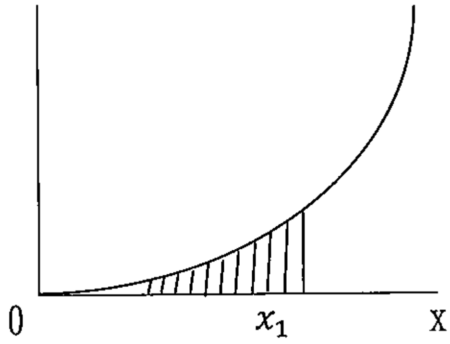


$y=ax^2+b$（面積）
積分（グラフを描いて、面積を計算する）

距離を微分すると速度になるので、
$\dfrac{dx}{dt}=v$、つまり、$\dfrac{dx}{dt}=at$
$x=\dfrac{1}{2}at^2$ ---- 微分するとatになる式は $\dfrac{1}{2}at^2$

速度が時々刻々変化（速度、位置の変化）しているかの変化率を表わしているのが微分であり、その結果どの位置まできたかを、速度を積分した位置（面積）が積分である。

$\mathrm{F}(x)=\int_0^{x_1} f(x)dx$
xが0からx_1までの範囲
積分の値は、x の関数であるということができる。



0からx_1までの範囲
すなわち面積を表わす

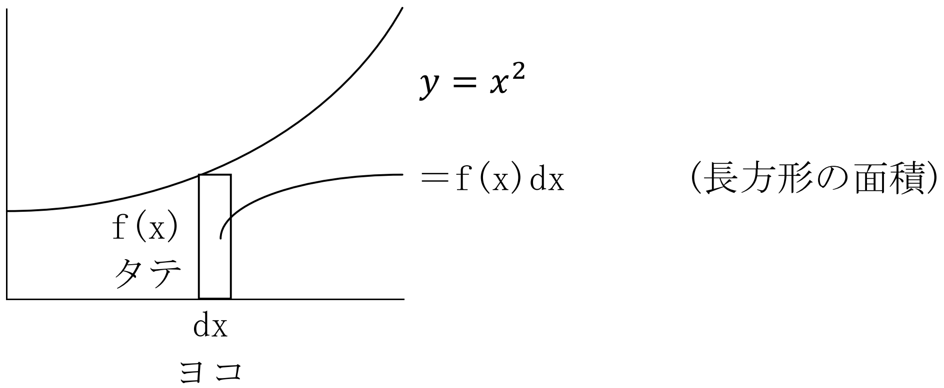
4. 細かいものを足し合せて全体量を求める

パラパラ漫画のように１枚１枚の絵を重ねて、足し合せて全体量を求める。

底辺 10 ㎝の高さ 10 ㎝の正方形の面積を足し合せて、
→　　　　　　　　　〃　　　　　　平行四辺形の面積を得る
平方面は無限の平行線の重なりで、立体は無限の平方面の重なりでつくられている。（カヴァリエリの原理）

細かいものとは、例えば細長い長方形である。
面積を $\int f(x)dx$ で表す　　　　　　$\int$ はSUM、$\sum$(和)

f (x) dx は長方形の
たて　f (x)　―　関数の値、長方形のたて
横　　dx　　―　小さな幅、長方形の横



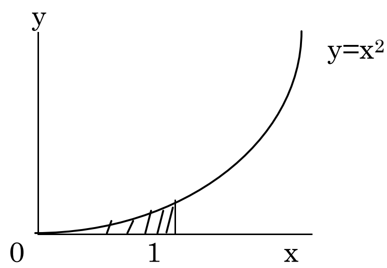
$$\frac{\text{f(x)}}{\text{タテ}} \times \frac{\text{dx}}{\text{ヨコ}} = \int \text{f(x)dx} = (\text{長方形の面積})$$

↓

x^2を積分すると　$\frac{1}{2+1}x^{2+1} = \frac{1}{3}x^3 = \frac{x^3}{3}$

$$\int_0^1 x^2dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\int_0^3 x^2dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{27}{3} = 9$$



9

5. インテグラル（integral）

y=f (x) を x で積分するときに、

$\int$ f (x) dx と書く（後に来る微分したものをたし算する）

$\int$ インテグラル　S 字型をしているのは合計 (SUM、integral) を表わす

つまり、f (x) dx と限りなく小さなもの（タテ×ヨコ）をかけ算したものを、

$\int$ その x を分割した数だけ足し合わせる記号である。

$\int$ は後に来る小さなもの（微分）をたし算すること。

x と y の関係

y は、かけ算をして全体量が求められるものになる

y＝面　積＝縦×横

y＝体　積≒断面積×高さ

y＝距　離＝速度×時間

y＝売上高＝単価×数量

y＝利　息＝元金×利率

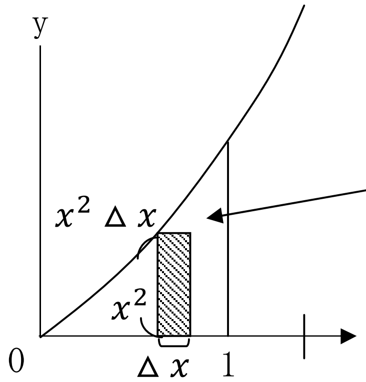
y＝仕入高＝単価×数量

$\int_1^2$ インテグラル

∫ (2) − ∫ (1) と書くのはめんどうなので、インテグラルの上と下に 2 と 1 が付いているのは、1∫ (x) を求めて、2 を代入したものから 1 を代入したものを引くということにする。

6. 積分と微分

① 面積を$\int f(x)dx$で表す



$y = x^2$

面積$\left|\frac{X^3}{3}\right|_0^1$　ⓐ面積（積分）の計算をする⇒$\frac{1}{3}$

ⓐ＝ⓑ

$\int_0^1 x^2\, dx$　ⓑ微分　細長くしたものをすべて足す⇒$\frac{1}{3}$

② 微分すると$f(x)$となる関数$F(x)$を探す

$\frac{x^3}{3}$を微分するとx^2

$\frac{x^3}{3}$は$\frac{1}{3}x^3 \rightarrow \frac{1}{3}3x^2 = x^2$

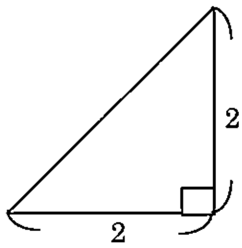
③ 関数$F(x)$にxの両端の値を代入した差が面積

$$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{1}{3}$$

$\frac{1}{3}$が面積

10-2

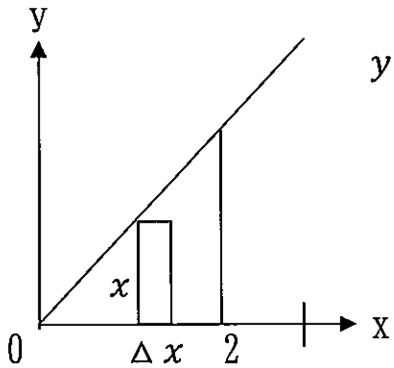
7. 三角形の面積



（底辺）×（高さ）× $\frac{1}{2}$ ＝ 2 × 2 × $\frac{1}{2}$ ＝ 2 － ①

$= 2^2 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

① 面積を$\int(x)\,dx$で表す



$y = x^2$

左記の面積は
$\int(x)dx$となる

② 微分すると$f(x)$となる関数$F(x)$をさがす
微分するとxとなる関数は　$\frac{x^2}{2}$　$\mathrm{y} = \frac{x^2}{2}$　$y' = x$

③ 関数$F(x)$にxの両端の値を代入した差額が面積
$\int_0^2 x dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{2^2}{2} - \frac{0^2}{2} = 2$ － ②、①と一致

8. 四角すいの体積

底面積×高さ× $\frac{1}{3}$ ＝2×2×1× $\frac{1}{3}$ ＝ $\frac{4}{3}$ － ①

$\int 4\,x^2 dx = \left[\frac{4x^3}{3}\right]_0^1 = \frac{4\times1^3}{3} - \frac{4\times0^3}{3} = \frac{4}{3}$ － ②

Ⅱ. 積分の計算

1. nx^{n-1}を積分すれば x^n に戻る

$$x^n \rightarrow (\text{積分}) \rightarrow \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$$

$$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c \rightarrow (\text{微分}) \rightarrow \frac{\cancel{n+1}}{\cancel{n+1}}x^{n+1-1} = x^n$$

(c は積分定数)

$$y = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$$

↓ (積分)

$$= \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 4x^2 + 16x + c$$

積分の式の特色

①積分は、かけ合わされた長方形のような量を扱う
②積分は、それらを小さい幅に分けて足し合わせる
③積分は、誤差をなくすために分ける幅をどんどん小さくする

$$\int f(x)dx$$

$\int$ インテグラルは、後に来るものを無限に足し合わせて全体量を求めるという意味の記号

f(x)は関数… タテの長さ　　$y =$ の y

dx は、$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta x$　限りなく 0 に近い小さな x のヨコの幅となる

$y = ax^2 \cdots$ の x

単純な積分の計算パターン

$$x^n \xrightarrow{\text{微分}} nx^{n-1}$$

積分は微分の逆

定数の微分が0になることも考えて逆算

積分の基本公式

$$x^n \xrightarrow{\text{積分}} \frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$$

$$x^n \xleftarrow{\text{微分}} \frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$$

（C：積分定数）

例題

$$y = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16$$

積分

〈yの積分〉

$$=\boxed{\frac{1}{4+1}\times x^{4+1}}+\boxed{2\times\frac{1}{3+1}x^{3+1}}+\boxed{4\times\frac{1}{2+1}x^{2+1}}+\boxed{8\times\frac{1}{1+1}x^{1+1}}+\boxed{16x}+C$$

$$=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^4+\frac{4}{3}x^3+4x^2+16x+C$$

積分の計算も難しくない！

2. 積分は微分の逆の操作

$f(x) = \frac{d}{dx}\int_0^x f(t)dt$　（ルベーグの公式）

関数 f を積分したものを F で表わす。
車の速度 f(t)と時間 t の関係を表すと、
速度×時間は距離なので、速度と時間の面積は距離 F(t)になる。

t 時間後の距離は、　　ルイ計
$F(t) = \int_0^t f(t)dt$　— ①

また、時間がわずか△t だけ過ぎたときの距離△F(t)は、　　瞬間
$f(t) = \frac{d}{dt}F(t)$　— ②

と表せる。すなわち積分したものを微分すると元に戻る。

3. 原始関数

$\int f(x)dx = F(x) + c$　…　F(x)、積分したもの

$(F(x))' = f(x)$ …　f(x)、微分したもの

f(x)を積分したものを F(x)とし、微分した導関数は、f(x)となるので、F(x)
を原始関数と呼ぶ。

1 次関数 f(x)=2x+2 を積分した F(x)で表わすと、
$F(x) = \int f(x)dx = \int (2x+2)dx = \frac{2}{1+1}x^{1+1} + 2x + c = x^2 + 2x + c$（c：積分定数）

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$$

原始関数とは

原始関数

微分した導関数が$f(x)$となる関数

$$\int f(x)dx = F(x) + C \qquad (F(x))' = f(x)$$

つまり、$F(x)$の導関数 $= f(x)$

$f(x)$の原始関数 $= F(x)$

積分記号を使ってみる

積分の基本となる公式

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \qquad （C：積分定数）$$

上の公式を使って、$f(x) = 2x + 2$を積分すると

$$F(x) = \int f(x)dx = \int (2x + 2)dx$$

$$= \frac{2}{1+1} x^{1+1} + 2x + C$$

$$= x^2 + 2x + C$$

（C：積分定数）

4. 定まらない積分 — 不定積分

関数全体を積分して積分定数の含まれる関数を求めること

$\int \mathrm{f(x)dx} = \mathrm{f(x)} + \mathrm{c} = \mathrm{x}$ の関数 $+ \mathrm{c}$ (c は積分定数)

$\mathrm{f(x)} = \mathrm{x} - 1$ を積分すると

$$\mathrm{F(x)} = \frac{1}{2}\mathrm{x}^2 - \mathrm{x} + \mathrm{c}$$

積分定数 c が変わってもグラフの傾きは変わらない。しかし、c が定まらないと全体は定まらない。

ある飛行機が一定の加速度 a で加速していて、時間 x 秒のときの速度 y が、y=ax と表されるとき、飛行機の移動距離は、$\mathrm{F(x)} = \frac{1}{2}\mathrm{ax}^2 + \mathrm{c}$と表すことができる。積分定数 c が不明なため、x 秒後の距離はわからないが、2 次関数から見て移動距離が時間とともにうなぎのぼりに大きくなることがわかる。

5. 定積分

一定の範囲の全体量を求める。

$f(x) = ax$の不定積分で

$F(t) = \frac{1}{2}at^2 + c$

$F(t+1) = \frac{1}{2}at^2 + at + \frac{1}{2}a + c$

の差を求めると、

$F(t+1) - F(t) = at + \frac{1}{2}a$　(定積分)

$\int_a^b f(x)dx = [F(x) + c]_a^b = F(b) - F(a)$

と書き、<u>a から b までの範囲(積分区間)で一定の全体量が求められる。</u>

<u>即ち、a から b の範囲で積分する。</u>

例えば、y=x について、積分区間を 1≦x≦3 として積分すると、

$\int_1^3 xdx = [\frac{1}{2}x^2]_1^3 = \frac{1}{2} \times (3)^2 - \frac{1}{2} \times (1)^2 = \frac{9-1}{2} = 4$ となる

これは、底辺が 3 の　正三角形と底辺が 1 の正三角形の面積の差(3×3÷2)−(1×1÷2)=4 となる、同じことであることがわかる。

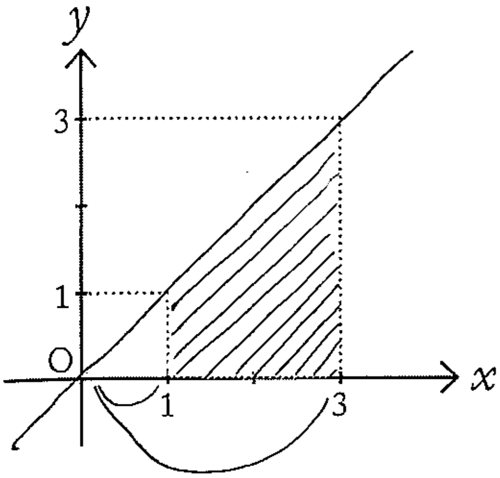
$y = x^2$を、$1 \leqq x \leqq 3$ で積分すると、

$\int_1^3 x^2dx = [1/3x^3]_1^3 = 1/3 \times (3)^3 - 1/3 \times (1)^3 = 27/3 - 1/3 = \frac{26}{3}$

細かく区切って、似たような面積を足しても、近い面積しか得られないのに対し、関数で表わすことができれば、計算で、簡単に正確な面積が求められる。

定積分で面積を求める

$y=x$の定積分



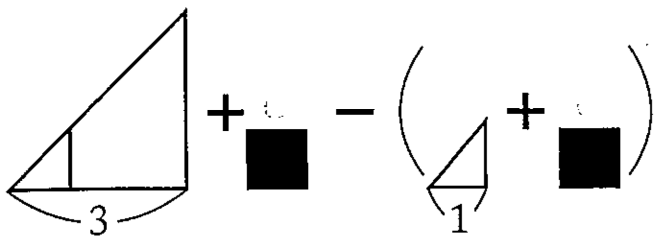
1から3の範囲で定積分する

$$\int_1^3 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_1^3$$

$$= \frac{1}{2}\times 3^2 - \frac{1}{2}\times 1^2$$

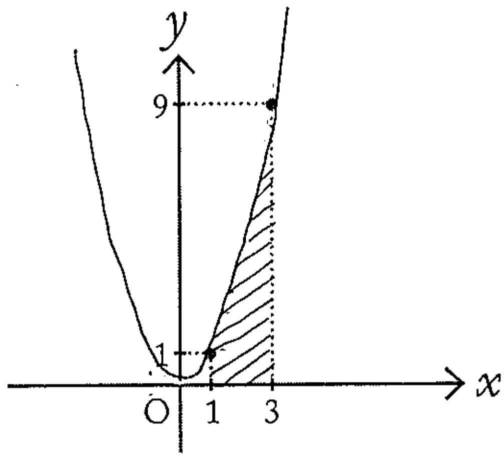
$$= \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

積分定数Cはどこへいった？



一定の面積Cの図形がどちらにも紛れ込むと考えると、引き算で相殺されるイメージがしやすい

$y=x^2$の定積分



1から3の範囲で定積分する

$$\int_1^3 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^3$$

$$= \frac{1}{3}\times 3^3 - \frac{1}{3}\times 1^3$$

$$= 9 - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$$

曲線に囲まれた正確な面積を求めることができる

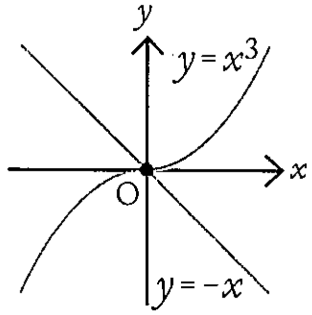
奇関数と偶関数

奇関数

$f(x)=-f(-x)$

原点を中心に点対称になる関数は
$y=0$を境に正負が反転するので

$$\int_{-a}^{a} x\,dx = 0 \qquad \int_{-a}^{a} |x|\,dx = 2\int_{0}^{a} x\,dx$$

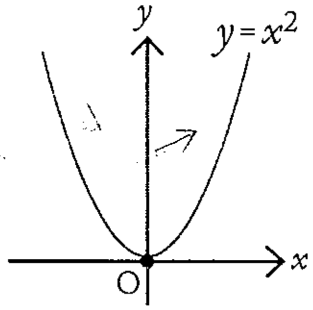


偶関数

$f(x)=f(-x)$

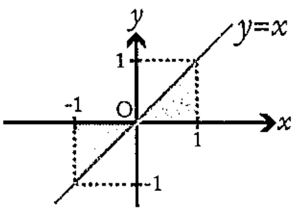
y軸を境に線対称になる関数は
左右対称なので

$$\int_{-a}^{a} x^2\,dx = 2\int_{0}^{a} x^2\,dx$$



関数の性質を利用すれば計算が簡単になる

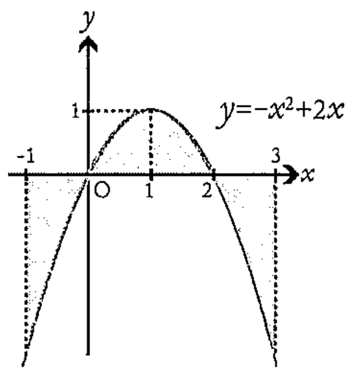
$y=x$の場合



奇関数なので　×2と考えられる

$$\int_{-1}^{1} |x|\,dx = 2\int_{0}^{1} x\,dx$$

$y=-x^2+2x$の場合



偶関数と同じ線対称なので　×2と考えられる

$$\int_{-1}^{3} |-x^2+2x|\,dx$$

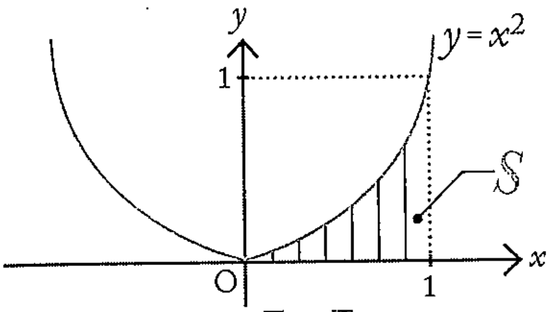
$$=2\left\{\int_{1}^{2}(-x^2+2x)\,dx+\int_{2}^{3}-(-x^2+2x)\,dx\right\}$$

積分計算のすごさ①

積分とは曲線に囲まれた面積が正確に求められる究極の足し算である！

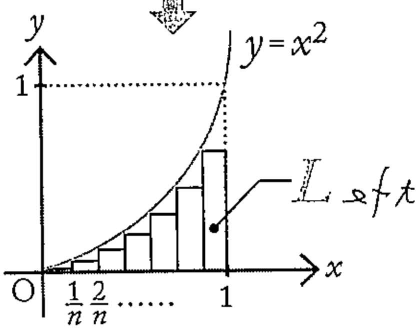
曲線で囲まれた面積を
そもそもから考えてみよう！

曲線で囲まれた面積を求めるには



0から1の範囲で$y=x^2$とx軸に囲まれた面積Sを求めるには、細かく分けた長方形の面積を足し合わせる

カド
左角に合わせてn分割

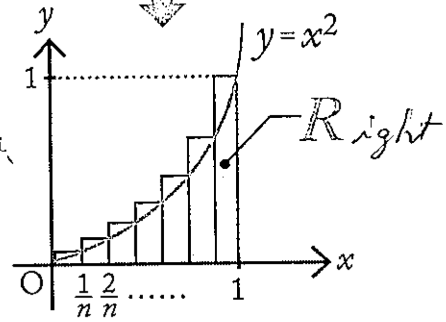


主役n

$\frac{1}{10}$ $\frac{2}{10}$ … $\frac{10}{10}$ とすると

不要では？

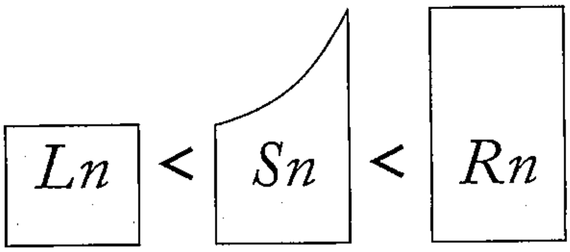
カド
右角に合わせてn分割



$$L=\frac{1}{n}\left\{f(0)+f\left(\frac{1}{n}\right)+\ldots+f\left(\frac{n-1}{n}\right)\right\}$$

$$R=\frac{1}{n}\left\{f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+\ldots+f\left(\frac{n}{n}\right)\right\}$$

タテ×ヨコ



なので **$L<S<R$**

4章 やればできる！ 積分をサクサク理解

6．人間の思考

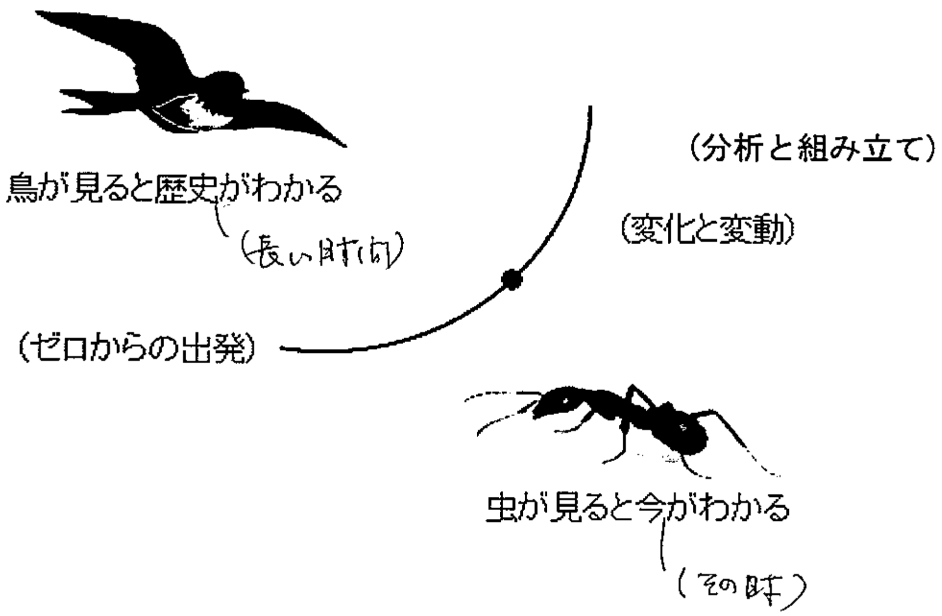
ついつい自己中心になりやすく、自分を含む全体構造の認識に欠ける傾向がある。全体を見渡し、全体としての最適化を追い求めるためのシステム思考が必要である。

鳥の目と虫の目の関係はそのことを示している。虫の目から見れば小さい直線の連続であっても、その直線が積り積って、鳥の目で見れば、なめらかなカーブをした曲線となる。

(その流れの全体)

(その時その時の部分)

鳥の目と虫の目



h をどんどん小さくして行くと $f(x+h)$ は $f(x)$ に近づき、

斜線部を微分したことになる。

$$f(x)=\lim_{h\to 0}\frac{S(x+h)-S(x)}{h}=S'(x)$$

よって、$S(x)$ を微分した $S'(x)$ は $f(x)$ になってしまった~~のです~~

面積を微分すると、そのグラフを表わす関数になってしまったの~~です~~から「面積を求めるには、微分の逆の操作をすればよい」ことになる。この操作こそ~~微分~~積分である。

Ⅲ、面積と体積を求める

1、関数に囲まれた面積

(1) ①と②に囲まれた面積Sは、

$f(x)=x^2$ —①　　$g(x)=-x^2+2x+4$ —②

②を微分すると $g'(x)=-2x+2$

頂点は、$g'(x)=0$ とおいて、$0=-2x+2$、$x=1$ である。

そこで、$g(x)$ に $x=1$ を代入して $g(1)=-1+2+4=5$ で

$g(x)$ の頂点は $(1,5)$ となる。

グラフ①と②の交点は、$f(x)=g(x)$ を解くと、

$x^2=-x^2+2x+4 \longrightarrow 2x^2-2x-4=2(x^2-x-2)=2(x+1)(x-2)=0$

よって、①と②は -1, 2 で交わる

すなわち、x 方向は、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲となる。

y 方向（タテ）の長さを $h(x)$ とすると、

グラフより、$-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $f(x) \leqq g(x)$ なので

$h(x)=g(x)-f(x)=-x^2+2x+4-x^2=-2x^2+2x+4$

すなわち、y 方向（タテ）の高さは、$-2x^2+2x+4$ となる。

これを定積分すると、

x の範囲（ヨコ）と y の方向の高さ（タテ）の関数がわかったので

$$S=\int_{-1}^{2} h(x)\,dx=\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx=\left[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right]_{-1}^{2}$$

$$=\left(-\frac{2\times 2^3}{3}+2^2+4\times 2\right)-\left(\frac{-2\times(-1)^3}{3}+(-1)^2+(4\times -1)\right)$$

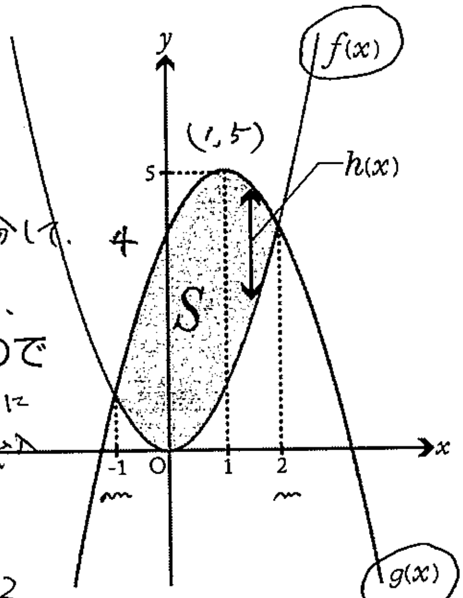
$$=\left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)=9$$

2曲線で囲まれた面積の求め方

問 以下の2つの曲線に囲まれた面積Sを求める

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = -x^2 + 2x + 4$$



❶ グラフを描く

g(x)を微分して、

$g'(x) = -2x + 2$より　g'を0として $0=-2x+2$、$x=1$、

$x=1$のとき$g'(1)=0$で、$g(1)=5$なので

$g(x)$の頂点は$(1,5)$

傾き0

g(x)に x=1を代入して

❷ 交点を求める

$f(x)=g(x)$の2次方程式を解くと

$$x^2 = -x^2 + 2x + 4 \Leftrightarrow 2(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0$$　よって、$x = -1,2$で交わる

2

❸ y方向の長さを求める

y方向の長さを$h(x)$とすると

グラフより、$-1 \leqq x \leqq 2$の範囲で$f(x) \leqq g(x)$なので

$$h(x) = g(x) - f(x) = -x^2 + 2x + 4 - x^2$$

$$= -2x^2 + 2x + 4$$

❹ 定積分

xの範囲とy方向の長さの関数がわかったので

$$\int_{-1}^{2} h(x)dx = \int_{-1}^{2} (-2x^2 + 2x + 4)dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 4x\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left(-\frac{16}{3} + 4 + 8\right) - \left(\frac{2}{3} + 1 - 4\right) = 9$$

G

(2) 直線と曲線で囲まれた面積

直線 $f(x) = x + 4$ —①

曲線 $g(x) = -x^2 \cancel{+} - 4x$ —②

①と②に囲まれた面積 S_1 は、

y軸と $f(x)$ と $g(x)$ に囲まれた面積 S_2 は、

$g(x)$ は微分すると、$g'(x) = -2x \cancel{+} - 4$ となる。

その頂点は、$\underbrace{0 = -2x + 4}_{}$ （$g'(x) = 0$ とおいて）, $x = -2$,

$g(-2) = -4 + 8 = 4$

すなわち、頂点 $(-2, 4)$ となる。

次に $f(x) = g(x)$ の2次方程式を解くと、

$x + 4 = -x^2 - 4x$,　$x^2 + 5x + 4 = 0$

$= (x+1)(x+4) = 0$ で、$x = -1$ で、と、-4

2つの関数が交わることになる。

)

S_1の範囲、x軸(ヨコ)は $-4 \leqq x \leqq -1$ で、

y軸(タテ)は、$f(x) \leqq g(x)$ なので、$g(x)-f(x)$

となる。よって、

$$S_1 = \int_{-4}^{-1} \{g(x)-f(x)\}\,dx \ \text{~~となる~~} = \int_{-4}^{-1} (-x^2-5x-4)\,dx$$

$$= -\int_{-1}^{-4} (x+1)(x+4)\,dx = \frac{1}{6}(-1+4)^3 = \frac{9}{2}$$

)

S_2の範囲、y軸と $f(x)$, $g(x)$ に

囲まれたS_2は、~~となる~~

$-1 \leqq x \leqq 0$, $f(x) \geqq g(x)$ であり、

$$S_2 = \int_{-1}^{0} \{f(x)-g(x)\}\,dx \ \text{~~となる~~} = \int_{-1}^{0} (x^2+5x+4)\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x\right]_{-1}^{0} = -\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2} - 4\right) = \frac{11}{6}$$

交差する関数に囲まれた面積

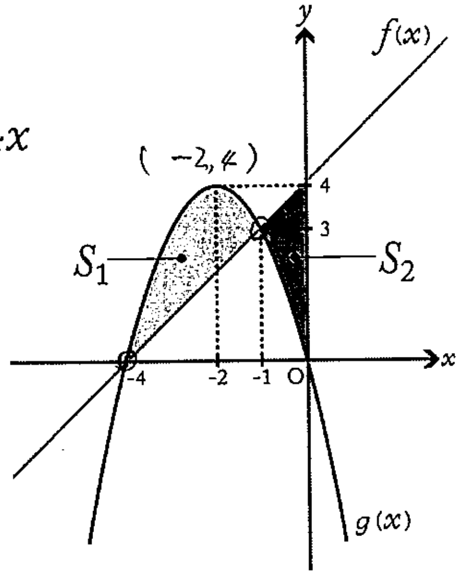
2次関数の積分公式

$$\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)\,dx=-\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

※展開すれば等しいことがわかる

問 $f(x)$と$g(x)$に囲まれた面積S_1と
さらにy軸で囲まれた面積S_2を求める

$f(x)=x+4 \qquad g(x)=-x^2-4x$



❶ グラフを描く

$g'(x)=-2x-4$より
$x=-2$のとき$g'(-2)=0$で、
$g(-2)=4$なので$g(x)$の頂点は$(-2,4)$

❷ 交点を求める

$f(x)=g(x)$の2次方程式を解くと

$$x+4=-x^2-4x \Leftrightarrow x^2+5x+4=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+4)=0$$

よって $x=-4,-1$で交わる

❸ y方向の長さを求める

グラフより　S_1の$-4\leqq x\leqq -1$で$f(x)\leqq g(x)$
S_2の$-1\leqq x\leqq 0$で$f(x)\geqq g(x)$

❹ 定積分

$$S_1=\int_{-4}^{-1}\{g(x)-f(x)\}\,dx=\int_{-4}^{-1}(-x^2-5x-4)dx=-\int_{-4}^{-1}(x+1)(x+4)dx$$

2次関数の積分公式 $=\dfrac{1}{6}(-1+4)^3=\dfrac{9}{2}$

$$S_2=\int_{-1}^{0}\{f(x)-g(x)\}dx=\int_{-1}^{0}(x^2+5x+4)\,dx=\left[\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+4x\right]_{-1}^{0}$$

$$=-\left(-\frac{1}{3}+\frac{5}{2}-4\right)=\frac{11}{6}$$

2P大GT

2、関数に囲まれた体積

積分は面積を求めるばかりでなく、かけ算をして意味がある全体量ならば、xの範囲がわかって、yが関数で表わされれば定積分が使える。

例えば、曲がってはいるが、どこを切っても断面積が8になる長さ10の~~管~~管の体積V_1は、
長さの方向をx方向とし、断面積を積み重ねて体積を求める。

$$V_1 = \int_0^{10} 8\,dx = \Big[8x\Big]_0^{10} = 80$$

となる

次に、形はわからない物体の体積V_2は、
方向の長さが5で、断面積Sは$3x^2+10$
とすると、

$$V_2 = \int_0^{5} (3x^2+10)\,dx = \Big[x^3+10x\Big]_0^{5} = 175$$

となる

26

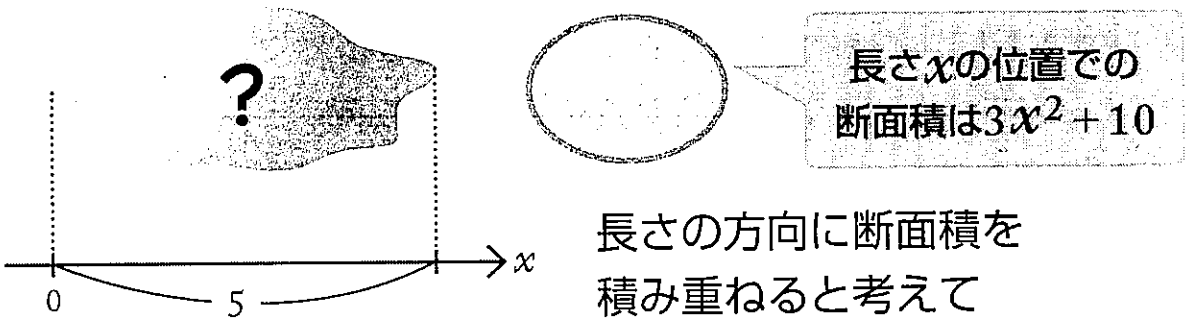
断面積から体積を求める

金太郎飴の体積V_1を求める

断面積が8で、長さの方向をx方向として
積み重ねて体積を求めると考える

$$V_1 = \int_0^{10} 8\,dx = [8x]_0^{10} = 80 - 0 = \underline{\underline{80}}$$

断面積しかわからない物体の体積V_2



長さの方向に断面積を
積み重ねると考えて

$$V_2 = \int_0^5 (3x^2+10)dx = [x^3+10x]_0^5$$
$$= 125 + 50 - 0 = \underline{\underline{175}}$$

垂直方向の断面積が関数で表せれば
定積分で簡単に求めることができる

27

―2P大G

3、積分のまとめ

不定積分
G

$\int f(x)\,dx$ というような記号で関数 $f(x)$ を x で積分することを表す。dx は限りなく小さな幅の x。

不定積分の名の通り、全体量は定まらないが、その傾向を関数として得ることができるので、分析などに利用できる。

$$\int x^n dx = F(x) + c = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$$

（cは積分定数）

$f(x)$ を積分した原始関数を $F(x)$ で表す。

27
G 定積分

定積分の場合は、積分区間を定めて行う。

$$\int_a^b f(x)\,dx = \Big[F(x) + c\Big]_a^b = \big(F(b)+c\big) - \big(F(a)+c\big)$$

$$= F(b) - F(a)$$

この全体量は、関数と x 軸に囲まれた面積に相当する。

定積分は、x の積分区間と y の関数が定まれば、曲線で囲まれた面積も体積も簡単に足し算できる。

4 計算例 ー 2問

~~問~~ (1) ~~次の関数を積分する~~

$y = 10x^4 - 2x^2 + \frac{1}{x^2}$ を~~微分~~積分する

$$\int y\,dx = \int (10x^4 - 2x^2 + x^{-2})\,dx$$

$$= \frac{10}{4+1}x^{4+1} - \frac{2}{2+1}x^{2+1} + \frac{1}{-2+1}x^{-2+1} + C$$

$$= 2x^5 - \frac{2}{3}x^3 - x^{-1} + C = 2x^5 - \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{x} + C$$

(C : 積分定数)

(2) $y = 2x^3 + x - \sqrt{x}$ を積分する

$$\int (2x^3 + x - \sqrt{x})\,dx = \frac{2}{3+1}x^{3+1} + \frac{1}{1+1}x^{1+1} - \frac{1}{\frac{1}{2}+1}x^{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^{1+\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$$

C から

(C : 積分定数)

2) C G

(3) $y = x^4+3x^2-10$ を1から2の範囲で積分する

$$\int_1^2 f(x^4+3x^2-10)\,dx = \cancel{\left[x^4+3x^2-10\right]_1^2}$$

$$= \left[\frac{1}{4+1}x^{4+1}+\frac{3}{2+1}x^{2+1}-10x\right]_1^2 = \left[\frac{1}{5}x^5+x^3-10x\right]_1^2$$

$$= \frac{1}{5}(2)^5+(2)^3-10(2)^1 = \frac{1}{5}\times 32+8-20$$

$$-\frac{1}{5}\times(1)^5-\frac{3}{3}(1)^3+10(1)^1 \qquad -\frac{1}{5}-1+10$$

$$= \frac{16}{5}$$

2) G

(4) $y = 2x^3-3x^2-\dfrac{3}{\sqrt{x}}$ を1から2の範囲で積分する

$$\int_1^2 f\left(2x^3-3x^2-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)dx = \left[\frac{2}{3+1}x^{3+1}-\frac{3}{2+1}x^{2+1}-\frac{3}{-\frac{1}{2}+1}x^{-\frac{1}{2}+1}\right]_1^2$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^4-x^3-6x^{\frac{1}{2}}\right]_1^2 = 8-8-6\sqrt{2}-\frac{1}{2}+1+6 = \frac{13}{2}-6\sqrt{2}$$

29

G

(5) 関数$f(x)$の式とグラフを求める

$f(x)$は$(1,-2)$を通り、$f'(x)=4x-8$となるとする

関数$f'(x)=4x-8$を積分すると

$$f(x)=\int f'(x)\,dx=\int (4x-8)\,dx$$

$$=\frac{4}{2}x^2-8x+C=2x^2-8x+C\quad(C:積分定数)$$

G

Cを求める

$f(x)$は$(1,-2)$を通るので

$$f(1)=2\times1^2-8\times1+C=-2$$

$$\rightarrow 2-8+C=-2\rightarrow C=4$$

よって、$f(x)=2x^2-8x+4$

G

$f(x)$の頂点を求めると、

$$f'(x)=4x-8=0\longrightarrow x=2$$

$$f(2)=2\times2^2-8\times2+4=-4$$

よって、$f(x)$の頂点は$(2,4)$

また、x^2の係数はプラスなので下に凸のグラフとなる

2) (6) (5)において $f(x)$ と x軸に囲まれた面積を求める

f(x)とx軸の交点は、

$0 = 2x^2 - 8x + 4 \longrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ より

$x = \dfrac{-1 \times (-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \dfrac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$

面積を求めると、

グラフより、$2 - \sqrt{2} \leqq x \leqq 2 + \sqrt{2}$ において $f(x) \leqq 0$ なので

$$\int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} -f(x)\,dx = \int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} -(2x^2 - 8x + 4)\,dx$$

$$= -2 \times \int_{2-\sqrt{2}}^{2+\sqrt{2}} (x - 2 - \sqrt{2})(x - 2 + \sqrt{2})\,dx$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x-\alpha)(x-\beta)\,dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \text{ より}$$

$$= -2 \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times (2 + \sqrt{2} - 2 + \sqrt{2})^3 = \frac{2}{6}(2\sqrt{2})^3 = \frac{16}{3}\sqrt{2}$$

(7) 関数のグラフを描く

① $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3}$

② $g(x) = -2x^2 - 2x$

$f(x) = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3}$ を微分して頂点を求める

$f'(x) = \frac{4 \times 2}{3}x = \frac{8}{3}x = 0 \longrightarrow x = 0$

$f(0) = -\frac{16}{3}$

よって、$f(x)$の頂点は $(0, -\frac{16}{3})$ であり、

$f(x)$ x^2の係数はプラスなので下に凸

$g(x) = -2x^2 - 2x$ を微分して頂点を求める

$g'(x) = -2 \times 2x - 2 = -4x - 2 = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{2}$

$g(-\frac{1}{2}) = -2(-\frac{1}{2})^2 - 2(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$

よって、$g(x)$の頂点は $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$g(x)$のx^2の係数はマイナスなので上に凸、

また、$g(x)$は定数がないので原点$(0, 0)$を通る

実例練習

1. 2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$

$$f(x)=\frac{4}{3}x^2-\frac{16}{3} \qquad g(x)=-2x^2-2x$$

((1)) 2つの関数のグラフを描く

((2)) $x\geqq 0$ の範囲で、$f(x)$、$g(x)$、x軸に囲まれる面積 S を求める。

(解)

(1) $f(x)=\frac{4}{3}x^2-\frac{16}{3}$ を微分して頂点を求める

① $f'(x)=\frac{2\times4}{3}x=\frac{8}{3}x$, $\frac{8}{3}x=0 \rightarrow x=0$

② $f(0)=-\frac{16}{3}$

よって、$f(x)$ の頂点は、$(0, -\frac{16}{3})$ であり、

$f(x)$ の x^2 の係数はプラスなので、下に凸

(2) $g(x)=-2x^2-2x$ を微分して頂点を求める

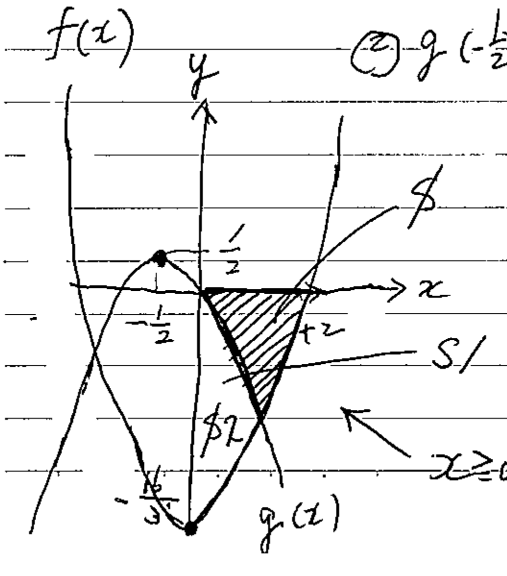
① $g'(x)=-2\times2x=-4x+2$, $-4x+2=0 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$

② $g(-\frac{1}{2})=-2(-\frac{1}{2})^2-2(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

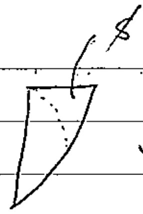
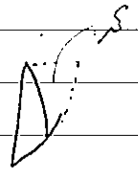
よって、$g(x)$ の頂点は $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$g(x)$ の x^2 の係数はプラスなので、上に凸

また、$g(x)$ は定数がないので $(0, 0)$ を通る



$x\geqq 0$ で、$f(x)$ と $g(x)$ と x軸に囲まれている。

(2) 面積Sは  、S_1は  、S_2は 

$$S = S_1 - S_2$$

① S_1は $f(x)$のx軸との交点を求めると

$$0 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3} \Longleftrightarrow 0 = x^2 - 4$$

$$\longrightarrow 0 = (x-2),\ (x+2)$$

よって、$f(x)$は $x = \pm 2$ でx軸と交わる

$$S_1 = \int_0^2 -f(x)\,dx = -\int_0^2 \left(\frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3}\right)dx$$

$$= -\left[\frac{4}{3\times 3}x^3 - \frac{16}{3}x\right]_0^2 = -\frac{4}{9}\times 2^3 = \frac{16}{3}\times 2 + 0$$

$$= -\frac{32}{9} + \frac{32}{3} = \frac{64}{9}$$

② S_2は、$f(x)$, $g(x)$の交点を求める

$$\frac{4}{3}x^2 - \frac{16}{3} = -2x^2 - 2x \longrightarrow 6x^2 + 4x^2 + 6x - 16 = 0$$

$\left(x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} より \right)$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\times 5\times(-8)}}{2\times 5} = \frac{-3\pm\sqrt{169}}{10} = \frac{-3+13}{10} = -\frac{8}{5}, 1$

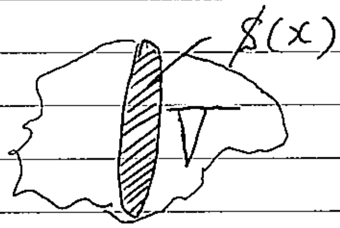
グラフより $0 < x < 1$ において $f(x) < g(x)$ なので

$$S_2 = \int_0^1 \{g(x) - f(x)\}dx = \int_0^1 \left(-2x^2 - 2x - \frac{4}{3}x^2 + \frac{16}{3}\right)dx = \int_0^1 \left(-\frac{10}{3}x^2 - 2x + \frac{16}{3}\right)dx$$

$$= \left[-\frac{10}{9}x^3 - x^2 + \frac{16}{3}x\right]_0^1 = -\frac{10}{9}\times 1^3 - 1^2 + \frac{16}{3}\times 1 - 0 = -\frac{10}{9} - 1 + \frac{16}{3} = \frac{29}{9}$$

$S = S_1 - S_2$より $S = \frac{64}{9} - \frac{29}{9} = \frac{35}{9}$

2. 長さ10で、長さの方向に垂直な断面積 $S(x)$ が次のようになる物体の体積 V を求める



$$S(x) = 3x^2$$

0から10までの断面積を積分する

$$V = \int_0^{10} S(x)\,dx = \int_0^{10} 3x^2\,dx = \left[\frac{3}{3}x^3\right]_0^{10}$$

$$= \left[x^3\right]_0^{10} = 10^3 - 0 = 1{,}000$$

かけ算になるものは、すべて積分できる。

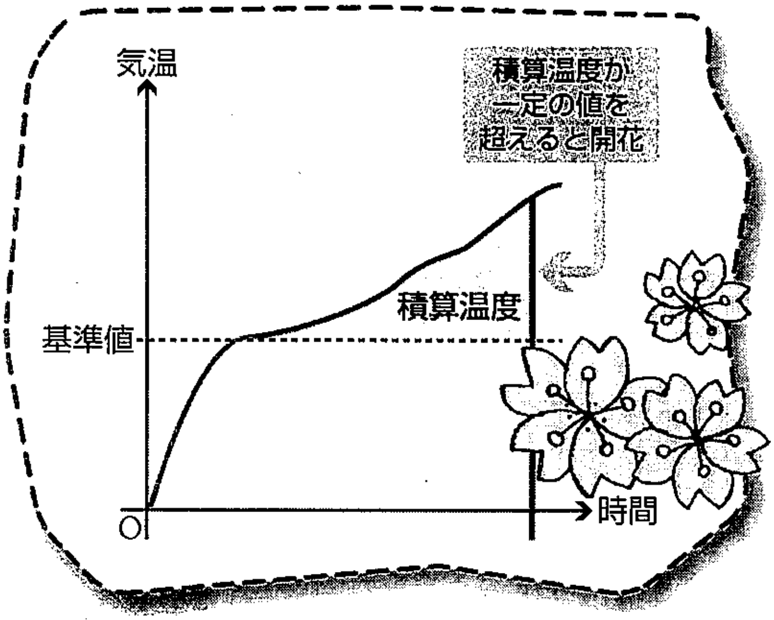
column

桜はいつ開花するか？

微分積分は、実は私たちの身近でも活躍しています。毎日見ることの多い天気予報もそのよい例です。ここでは、桜の開花予想を考えてみましょう。

桜の花のもとである花芽（かが）は前年の夏にできてから眠りにつき、冬の寒さに一定期間さらされると目を覚まします。そして冬から春先の気温の上昇にともなって成長を続け、開花へと至ります。開花日は、これまで観測された毎日の平均気温のうち一定の基準値を超えた分を足していったもの、すなわち積算温度とこれからの気温の予報を元に予想が行われ、この積算温度が一定の値を超えると桜は開花します。肝心の積算温度の計算方法に、積分を使うわけです。

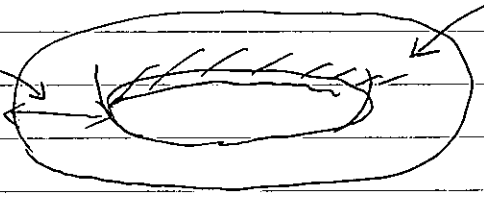
1日の平均気温を毎日記録し、グラフ化すると気温の変化が一目でわかりますね。ただし1日の気温は朝・昼・夜でかなり差があるので、より正確に積算温度を求めるために、24時間から1時間、1分、1秒と時間を細分化していくと、図のような曲線のグラフとなります。積算温度は一定の基準値を超えた気温を積分したものなので、この基準値を6℃とすると、毎日の平均気温から6℃を超えた部分を積分すれば桜の開花を予想することができるというわけです。



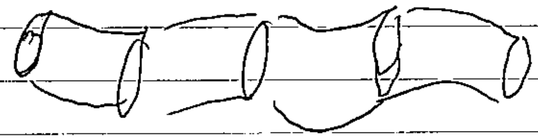
4. ドーナツの表面積

体積は15π cm³とする

太さは2cmとする

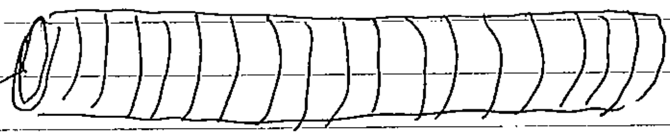


① 4等分にしてつなげる



② さらに細かく切ってつなげると ⟶ 円柱になる

← 長さ h →



底面積 $1\times1\times\pi = 1^2\times\pi = \pi$、円周は $2\pi\times1$

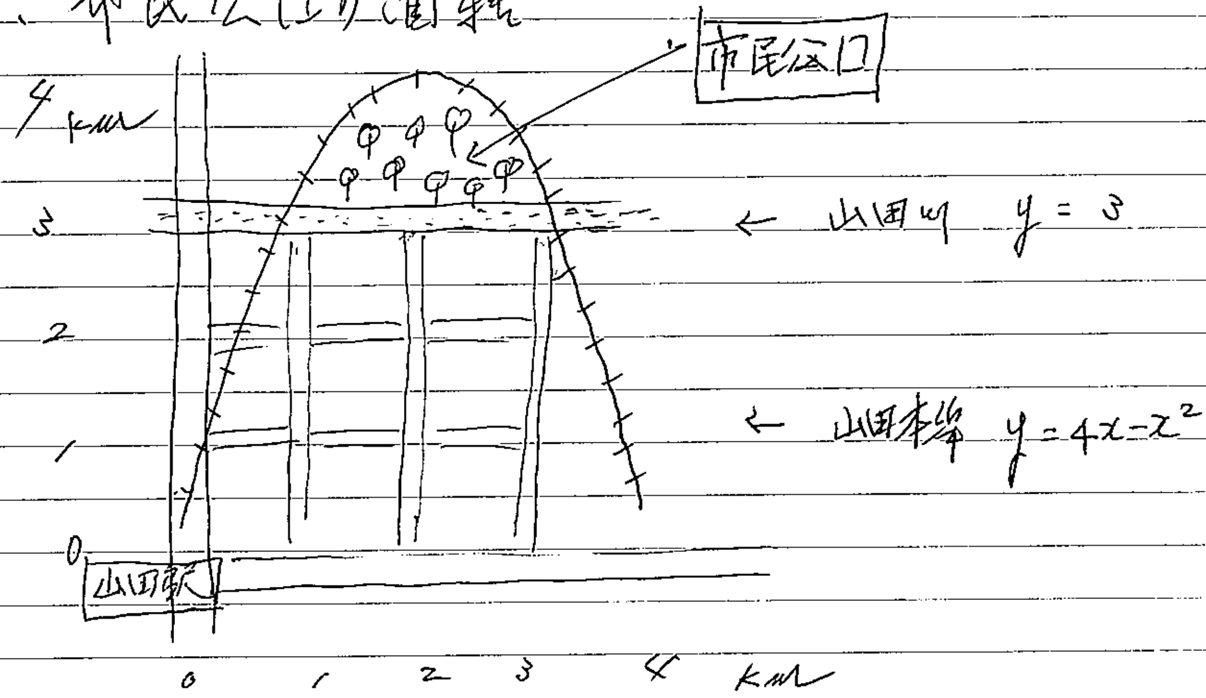
体積 $\pi h = 15\pi\,\mathrm{cm}^3$ より、高さは $h=15$

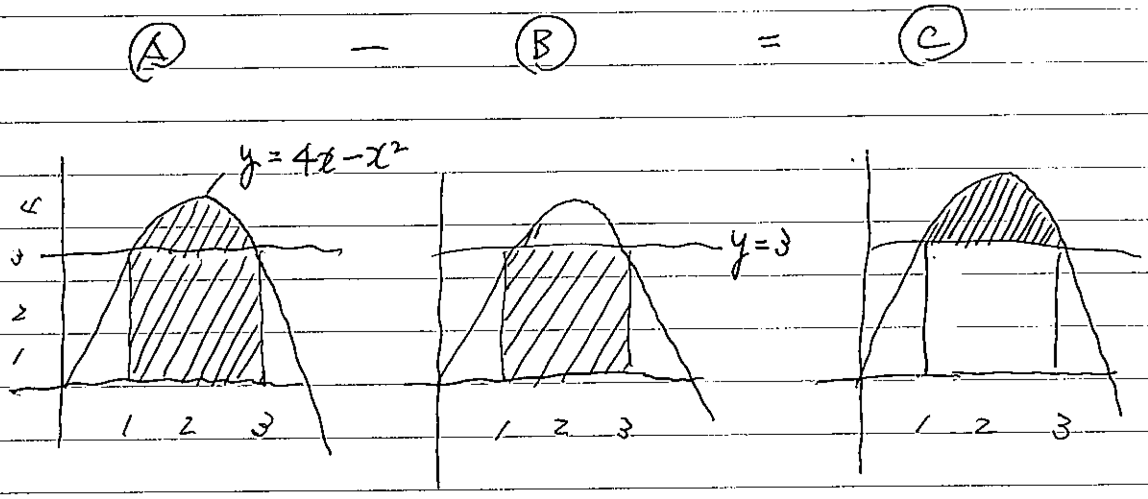
円周は 2π

よって、ドーナツの表面積（円柱の側面積）は、

$15\times2\pi = 30\pi$

5. 市民公園の面積



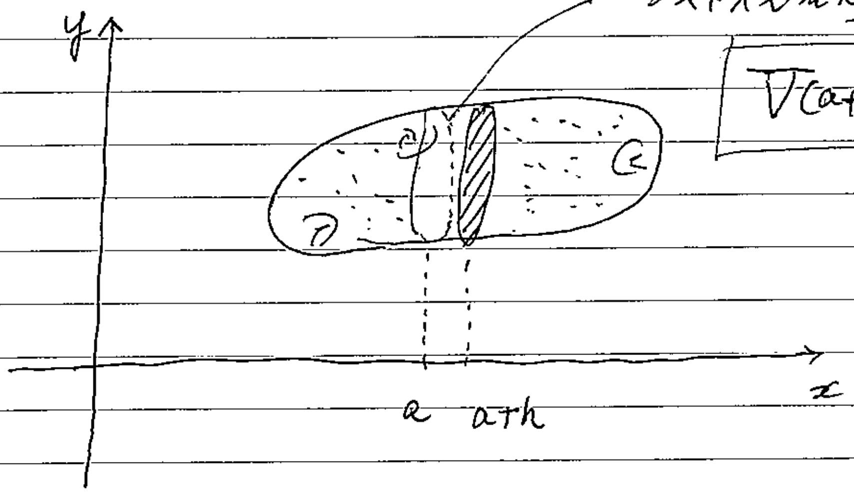


$$\int_1^3 (4x - x^2)\,dx = \left[\frac{4}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_1^3 = \frac{22}{3}$$

$$\int_1^3 3\,dx = \left[3x\right]_1^3 = (3\times 3) - (3\times 1) = 6$$

$$\frac{22}{3} - 6 = \frac{4}{3}\ (km^2)$$

6、ジャガイモの体積



（ポテトチップ）
ジャガイモをスライスした部分の体積

$\boxed{V(a+h) - V(a) \fallingdotseq h \times S(a)}$

$S(a)$ = ジャガイモの断面積

ポテトチップの厚み

hを十分小さくすれば　その体積はほぼ $h \times S(a)$ となる。

$V(a+h) - V(a) = h \times S(a)$ となり、

hで両辺を割り、hを限りなく0に近づけると

$$\lim_{h \to 0} \frac{V(a+h) - V(a)}{h} \fallingdotseq \frac{h \times S(a)}{h} = S(a)$$

（（ジャガイモの体積を微分するとジャガイモのスライス（ポテトチップ）の面積になる。））

（（逆に、立体の断面積を積分すれば、その立体の体積が求められる。））

$$V(x) = \int_b^a S(x)\,dx$$

7. 地球の体積

ギリシャの天文学者 エラトステネス（B.C.278～B.C.192）

シエネの正午の井戸に反射した太陽（太陽の影の角度 0°）
同時刻にアレクサンドリアで映った太陽（太陽の影の角度 ○°）
］ 800キロの距離 7度12分の差

地球の円周の長さを x とすると

$$\frac{7°12'}{360°} = \frac{800\,km}{x}$$

$x \fallingdotseq 40{,}500\,km$ 地球の円周

円周 $\div 2\pi \fallingdotseq 6{,}370\,km$ 地球の半径

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 1.08 \times 10^{12}\,km^3$ 地球の体積

8. ある関数を積分してできた関数を微分すると、
元の関数に戻る

$f(t)$ 速度
$F(t)$ 位置

$F(t)$を微分するということは、$F(t)$の曲線に tにおいて
引いた接線の傾きを求めることである。

その傾きは、$\dfrac{\Delta F(t)}{\Delta t}$

$\dfrac{dF(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta F(t)}{\Delta t}$ となり、$\dfrac{dF(t)}{dt} = f(t)$ となる。

すなわち、$f(t)$において面積（積分）をとると、$F(t)$、
$F(t)$の傾き（微分）をとると、$f(t)$となる

9. 位置と速度の関係

9. 位置と速度の関係

位置を微分すると、なぜ速度になるのか、

急激に位置が変わると速度大 、 緩慢に変われば速度小、

つまり、速度とは、一定時間の位置の変化率である。

そして位置の変化の割合は、「時間〜位置」のグラフ上の傾きとなって現われ、この傾きを計算することが微分なので、位置を微分して得た値が速度を表わすことになる。

結局、微分とは変化率（変化を分析）を求めることになる。

数学は、物事の本質を理解するもの!!

10、加速度

① y(位置)を x(時間)で微分すると y(速度)になる

$$y = x^2 + x$$

(y 位置 , x 時間)

② この y(速度)を更に x(時間)で微分すると

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 1$$

$\frac{dy}{dx}$ は速度を表わしており、加速度？

1、微分と積分をつなぐ定理

(A) 積分 $\int f(x)\,dx$ を微分すると $f(x)$ になる。

(B) 微分すると同じになるもとの式は、同じである。
＝変化のようすが同じ…

つまり、$\int f(x)\,dx$ の変化のようすは $f(x)$ で表わされる。

積分 $\int f(x)\,dx$ は面積を表わしており、$\int f(x)\,dx$ の変化の様子は

$f(x)$ で表わされる。

2、積分との関係で微分を見ると、

微分とは、一つ次数を下げて分かりやすいものにすることだ。

積分よりも微分のほうが、より具体的で身近に近いものである。

微分は、絶えず変化するものを直線でなぞって行く方法で、

直線であるからみやすい。

3. 地球上の土地は全体面ではなくて本当に平らである。

広がりを持った面として平らであるのではなくて、まさに点として

平らである。

ということは、面として考えると、やはり土地は曲がっている。

そして、地球の表面に沿って進んだときに地球全体の形を知ることが

できるということは、いわば地球に沿って積分していることになる。

4、私たちが住んでいるのは、微分した平らな世界です。

そして、積分にもとに戻せば、地球はいつでも丸くなる

つまり、我々は、微分の世界に住んでいることになる。

$$\begin{tikzcd} \text{曲線} \arrow[r, "\text{微分}"] & \text{直線} \arrow[l, bend left, "\text{積分}"] \end{tikzcd}$$

曲がりを持った曲線から ⟶ 傾きを持った直線へ

地球上の土地が実際平らであるのと同じように、一般に

曲線は部分的に見れば直線である。

これは、曲線を直線で近似するというのではなくて、曲線をどんどん

拡大して行くと、曲線を直線と考えてよいということです。

かくして、曲がりを持った線である曲線は、

微分という操作によって、傾きを持った直線へと分解され、

次数1つ分下の、単純なものに還元されます。

そして、この直線の傾きに関する情報を集めていくと、もとの曲線の

復元できるということになります。

積分する

5、次元の階段

現象の世界	3次元の空間
平面	2次元の空間
曲線	2次元の空間
直線	1次元の世界

微分とは、変化するものを、1つ低い次元に落として表わすものである。
従って 一つ低い次元の式となる。

ひょっとしたら、時空の中を動く現象を3次元の空間に映し出し、
空間の中を動く点の動きを平面に映った影で分析できるかもしれない。

身のまわりのもの	分かりやすい	⇒同じもの
それらを越えたもの	何か得体の知れないもの	

同じものの別の側面が、あるときは親しい身のまわりのものに見え、
あるときは、正体なき大いなる力に感じられたりする。

この何か、全体的なものを操作したり、記述したりできる道具が
あれば、その一端を捉えることが出来るのではないか。

微分積分というのは、そういう道具になる可能性がある……
身近なものとして現われたものを微分を使って記述できれば、
そのものの正体を知ることができるのではないか。

結果をわかりやすくする

6、微分は、予測するものである

未来
⇕
過去

積分は、過去の記録を積み重ねるための手法である。

傾向を調べる

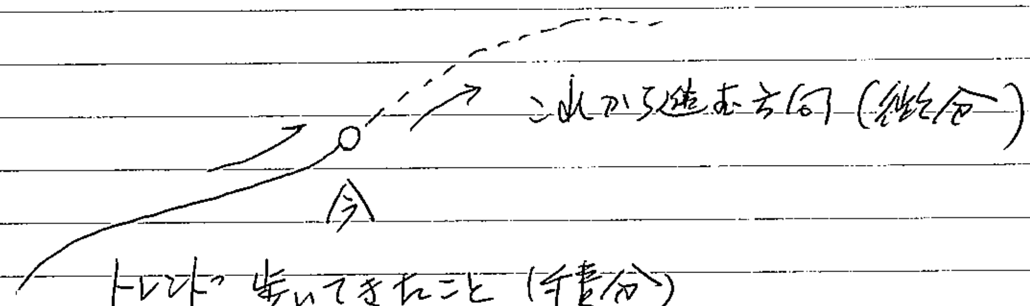
未来や起こりつつあること —— まだ全部は見えず、部分的に現われているにすぎない

↓

その現れ方やようすや傾向を分析するのが微分

全体が見えているもの　B/Sの計上　（積分）全体的なもの

部分が現われているもの　P/Lの計数　（微分）身近なもの



（微分）		（積分）
直線	⇄	曲線
平面	⇄	曲面
二次元	⇄	三次元
未来	⇄	過去
部分	⇄	全体

7. 微分方程式

(1) ある変化する量があって　$f(x)$

(2) その全体が分かりにくい

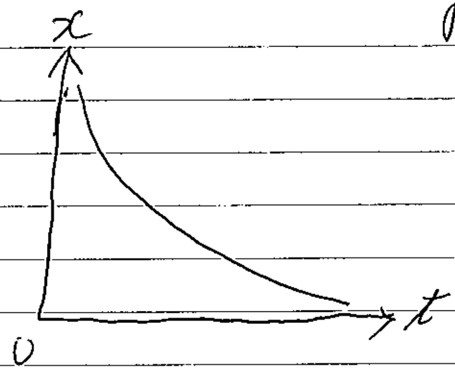
(3) (1)が変化するとき、それを微分方程式で表す

8. タンクの液体が減る速さ

液体の出る速さ（液面の変化の速さ）は、その面の高さ（液体の量の大きさ）に比例する。　変化の速度は○○に比例する

液体の面の高さ x の変化の速さ　$\dfrac{dx}{dt}=-ax$

y が x に比例するとき、$y=ax$　、x は減少するので $-a$



お湯が冷める早さ（とお湯と周囲の温度差）

$\dfrac{dx}{dt}=-ax$

ラジウムの崩壊の早さ（ラジウムの量 x）

$\dfrac{dx}{dt}=-ax$

9. 微分方程式の使い方

(1) 全体の様子はよく分からないけれど....

(2) 今、見ているものの変化の様子はよく分かる。

↓

任意、大変な威力を発揮する

10 コンピューター

近似値の計算

近似値しか計算できない。

11. 極限という概念